धारिता

(1) **परिभाषा** : हम जानते है कि चालक को आवेश देने पर इसका विभव बढ़ता है अर्थात् $Q \propto V \Rightarrow \boldsymbol{Q = CV}$ जहाँ C एक नियतांक है जिसे चालक की धारिता कहते हैं। अतः चालक के आवेश ग्रहण करने की क्षमता को उसकी धारिता कहते हैं।

चालक की धारिता $C = \frac{Q}{V} = \frac{\text{चालक को दिया गया आवेश}}{\text{चालक के विभव में वृद्धि}}$

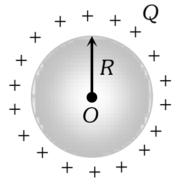
यदि $V = 1$ तो $C = Q$, अर्थात् किसी चालक की विद्युत धारिता संख्यात्मक रूप से चालक को दिए गये उस आवेश के बराबर होती है जो चालक के विभव में एकांक वृद्धि कर दें।

(2) **मात्रक एवं विमा** : S.I. मात्रक $\frac{\text{कूलॉम}}{\text{वोल्ट}}$ = फैरड (F) है।

अन्य व्यवहारिक मात्रक : $mF, \mu F, nF$ एवं pF ($1mF = 10^{-3} F$, $1\mu F = 10^{-6} F$, $1nF = 10^{-9} F$, $1pF = 1\mu\mu F = 10^{-12} F$)

C.G.S. मात्रक : स्थैत फैरड 1फैरड $= 9 \times 10^{11}$ स्थैत फैरड विमा – $[C] = [M^{-1}L^{-2}T^4A^2]$

(3) **विलगित (या पृथक्कृत) गोलीय चालक की धारिता** : जब R त्रिज्या वाले गोलीय चालक को Q आवेश दिया जाता है तब इसकी सतह पर विभव



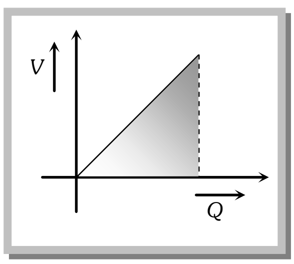
$$V = k.\frac{Q}{R} \qquad \left\{k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right\}$$

चालक की धारिता $C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R \quad \Rightarrow \boldsymbol{C = 4\pi\varepsilon_0 R = \frac{1}{9\times 10^9}.R}$

C.G.S. पद्धति में, $\boldsymbol{C = R}$ यदि चालक K परावैद्युतांक वाले माध्यम में स्थित है तो $C = KR$

- ❑ यदि पृथ्वी को $R = 6400\ km$ त्रिज्या का गोलीय चालक मान लें तो सिद्धान्ततः इसकी धारिता $C = \frac{1}{9\times 10^9} \times 6400 \times 10^3 = 711\,\mu F$ है, परन्तु सभी प्रायोगिक कार्यों में पृथ्वी की धारिता अनन्त मानी जाती है।
- ❑ किसी चालक की धारिता चालक की आकृति, विमाओं (आकार), माध्यम की प्रकृति एवं चालक के समीप अन्य चालक की उपस्थिति पर निर्भर करती है चालक के पदार्थ पर नहीं।

(4) **आवेशित चालक की ऊर्जा** : जब एक चालक को आवेशित किया जाता है तो इसका विभव 0 से V तक (चित्रानुसार) बढ़ता है; तथा चालक पर उपस्थित आवेश व स्रोत (बैटरी) से आने वाले आवेश के बीच प्रतिकर्षण बल के विरुद्ध कार्य किया जाता है। यही कार्य चालक की स्थिर वैद्युत स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है।



ग्राफ से; कार्य = $\Delta\, OAB$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}QV$

अतः वैद्युत स्थितिज ऊर्जा $U = \frac{1}{2}QV$; $Q = CV$ से,

$$\boldsymbol{U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C}}$$

(5) **आवेशित बूँदों का संयोजन** : मान लीजिए हमारे पास सर्वसम n बूँदें हैं जिनमें प्रत्येक की त्रिज्या - r, धारिता – c, आवेश – q, विभव – v एवं ऊर्जा – u है। यदि ये बूँदें मिलकर एक बड़ी बूँद बनाती है, जिसकी त्रिज्या - R, धारिता - C, आवेश - Q, विभव V एवं ऊर्जा – U है तब

(i) बड़ी बूँद पर आवेश : $\boldsymbol{Q = nq}$

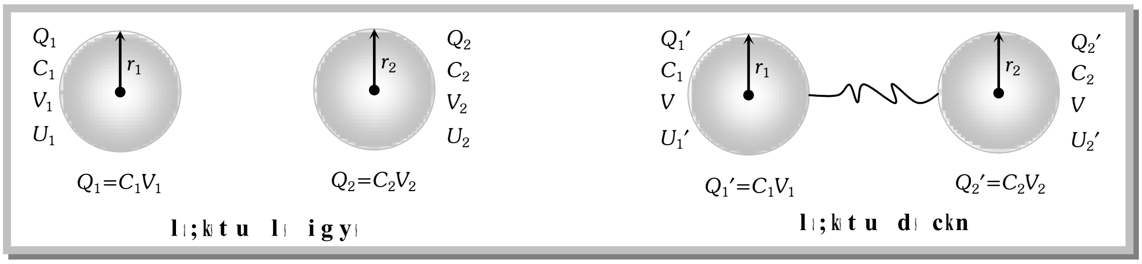
(ii) बड़ी बूँद की त्रिज्या : बड़ी बूँद का आयतन $= n \times$ एक छोटी बूँद का आयतन $= \frac{4}{3}\pi R^3 = n \times \frac{4}{3}\pi r^3$, $R = n^{1/3} r$

(iii) बड़ी बूँद की धारिता : $C = n^{1/3} c$

(iv) बड़ी बूँद का विभव : $V = \frac{Q}{C} = \frac{nq}{n^{1/3} c}$ $\quad V = n^{2/3} v$

(v) बड़ी बूँद की ऊर्जा : $U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2}(n^{1/3} c)(n^{2/3} v)^2$ $\quad U = n^{5/3} u$

(6) दो आवेशित गोलीय चालकों को धात्विक तार से जोड़ने पर आवेशों का पुर्नवितरण : जब दो आवेशित चालकों को एक सुचालक तार द्वारा जोड़ते हैं तो आवेश अधिक विभव वाले चालक से कम विभव वाले चालक की ओर प्रवाहित होने लगता है। आवेश प्रवाह तब तक जारी रहता है, जब तक कि दोनों चालकों का विभव समान न हो जाये। आवेश प्रवाह के कारण इस प्रक्रिया में ऊष्मा के रूप में ऊर्जा हानि होती है, परन्तु कुल आवेश नियत रहता है। संयोजन के बाद चालकों के आवेश, विभव एवं ऊर्जा परिवर्तित हो जाती है।



(i) नये आवेश : आवेश संरक्षण से $Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2' = Q$ (माना) $\quad \frac{Q_1'}{Q_2'} = \frac{C_1 V}{C_2 V} = \frac{4\pi\varepsilon_0 r_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$, $\frac{Q_1'}{Q_2'} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow$

$$1 + \frac{Q_1'}{Q_2'} = 1 + \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \frac{Q_1' + Q_2'}{Q_2'} = \frac{r_1 + r_2}{r_2}$$

$\Rightarrow Q_2' = Q\left[\frac{r_2}{r_1 + r_2}\right]$ एवं इसी प्रकार $Q_1' = Q\left[\frac{r_1}{r_1 + r_2}\right]$

(ii) उभयनिष्ठ विभव $(V) = \frac{\text{कुल आवेश}}{\text{कुल धारिता}} = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = \frac{Q_1' + Q_2'}{C_1 + C_2} \Rightarrow V = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}$

(iii) ऊर्जा हानि : संयोजन से पूर्व निकाय की ऊर्जा

$U_i = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2$ एवं संयोजन के बाद निकाय की ऊर्जा $U_f = \frac{1}{2}(C_1 + C_2).V^2 = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)\left(\frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}\right)^2$

इसलिये ऊर्जा हानि $\Delta U = U_i - U_f = \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)}(V_1 - V_2)^2$

Concept

☞ *चालक की धारिता एक नियतांक है, यह आवेश Q, विभव V एवं चालक के पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर नहीं करती है।*

Example: 96 समान त्रिज्या की पारे की आठ बूँदों पर समान आवेश है। इन्हें मिलाकर एक बड़ी बूँद बनायी गई है, तो बड़ी बूँद और छोटी बूँद की धारिता का अनुपात होगा [MP PMT 2002, 1990; MNR 1999, 87; DCE 1998]

(a) 16 गुना (b) 8 गुना (c) 4 गुना (d) 2 गुना

Solution: (d) सूत्र $C = n^{1/3}.c$ $\Rightarrow$ $C = (8)^{1/3}.c = 2c$

Example: 97 4 सेमी. और 6 सेमी. की त्रिज्या के दो गोलाकारों A और B को क्रमशः $80\mu C$ और $40\mu C$ आवेश दिया जाता है। इन दोनों को पतले तार से जोड़ा जाता है तो एक गोलाकार से आवेश दूसरे गोलाकार को जावेगा [MP PET 1991]

(a) A से B की ओर $20\,\mu C$ (b) A से B की ओर $16\,\mu C$ (c) B से A की ओर $32\,\mu C$ (d) A से B की ओर $32\,\mu C$

Solution: (d) कुल आवेश $Q = 80 + 40 = 120\,\mu C$ सूत्र $Q_1' = Q\left[\frac{r_1}{r_1 + r_2}\right]$ से, गोले A पर नया आवेश

$Q_A' = Q\left[\frac{r_A}{r_A + r_B}\right] = 120\left[\frac{4}{4+6}\right] = 48\,\mu C$ प्रारम्भ में गोले A पर आवेश $80\,\mu C$ था। अतः $32\,\mu C$ आवेश गोले A से B की ओर प्रवाहित होगा।

Example: 98 $3\mu F$ एवं $5\mu F$ वाले दो पृथक्कृत धात्विक गोलों को क्रमशः $300V$ एवं $500V$ तक आवेशित किया गया है। जब उन्हें एक तार द्वारा जोड़ते हैं तो ऊर्जा हानि है [Pb PMT 1999; CPMT 1999; KCET (Engg.) 2000]

(a) $0.012\,J$ (b) $0.0218\,J$ (c) $0.0375J$ (d) $3.75\,J$

Solution: (c) $\Delta U = \frac{C_1C_2}{2(C_1 + C_2)}(V_1 - V_2)^2$ से मान रखने पर $\Delta U = 0.0375\,J$

Example: 99 q आवेश एवं r त्रिज्या वाली पारे की 64 छोटी बूँदें मिलकर एक बड़ी बूँद बनाती है। प्रत्येक छोटी बूँद एवं बड़ी बूँद के आवेश घनत्वों का अनुपात है [KCET 2002]

(a) 1 : 64 (b) 64 : 1 (c) 4 : 1 (d) 1 : 4

Solution: (d) $\frac{\sigma_{Small}}{\sigma_{Big}} = \frac{q/4\pi r^2}{Q/4\pi R^2} = \left(\frac{q}{Q}\right)\left(\frac{R}{r}\right)^2$ चूँकि $R = n^{1/3}r$ एवं $Q = nq$

अतः $\frac{\sigma_{Small}}{\sigma_{Big}} = \frac{1}{n^{1/3}}$ $\Rightarrow$ $\frac{\sigma_{Small}}{\sigma_{Big}} = \frac{1}{4}$

Tricky Example: 14

दो खोखले गोले धन-आवेशित है। छोटा गोला $50\,V$ पर है एवं बड़ा गोला $100\,V$ पर है। उन्हें किस प्रकार व्यवस्थित किया जाय ताकि उन्हें जोड़ने पर आवेश छोटे गोले से बड़े गोले की ओर प्रवाहित हो [Kerala PET 2002]

(a) उन्हें एक-दूसरे के समीप रखने पर (b) उन्हें एक-दूसरे से बहुत अधिक दूर रखने पर

(c) छोटे गोले को बड़े गोले के अन्दर रखने पर (d) आँकड़े अपर्याप्त हैं

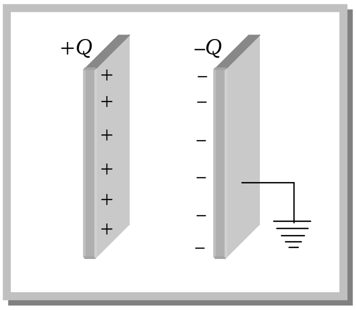
Solution: (c) छोटे गोले को बड़े गोले के अन्दर रखने पर छोटे गोले का विभव $150\,V$ हो जाएगा एवं इन्हें जोड़ने पर आवेश छोटे गोले से बड़े गोले की ओर प्रवाहित होगा।

संधारित्र

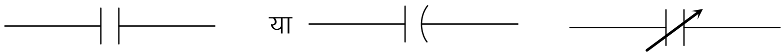
(1) **परिभाषा** : संधारित्र एक उपकरण है, जो विद्युत ऊर्जा का संग्रह करता है।

या

किसी भी आकृति के दो चालक जिन पर बराबर व विपरीत आवेश हो एवं एक दूसरे के समीप स्थित हो, मिलकर संधारित्र का निर्माण करते हैं।



(2) **प्रतीक** : संधारित्र के प्रतीकों को नीचे दिखाया गया है

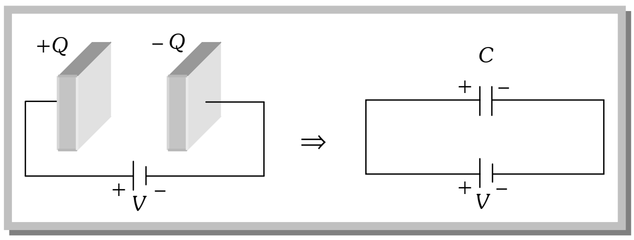


परिवर्ती संधारित्र

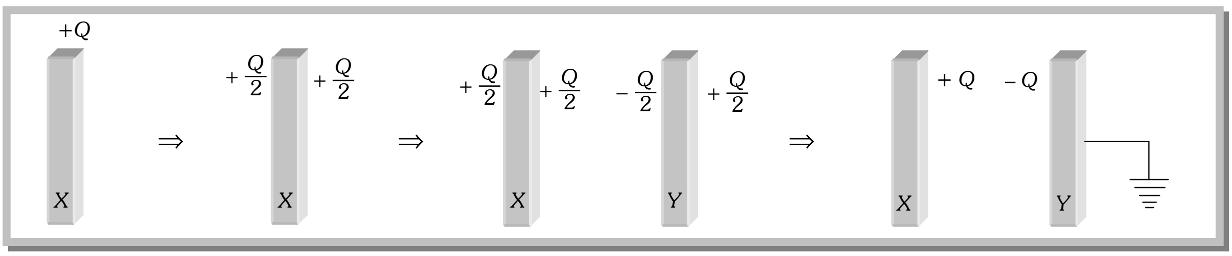
(3) **संधारित्र की धारिता** : संधारित्र की धन-प्लेट पर उपस्थित आवेश एवं इसकी प्लेटों के बीच विभवान्तर के अनुपात को संधारित्र की धारिता कहते हैं अर्थात् $\boldsymbol{C = \frac{Q}{V}}$

यदि $V = 1$, तो $C = Q$, अर्थात् किसी संधारित्र की धारिता वह आवेश है जो संधारित्र की धन-प्लेट को देने पर दोनों प्लेटों के मध्य एकांक विभवान्तर उत्पन्न कर दे।

(4) **आवेशन** : जब एक संधारित्र की प्लेटों को एक बैटरी से जोड़ते हैं तो यह आवेशित हो जाता है। बैटरी के धन सिरे से जुड़ी प्लेट धन-आवेशित एवं ऋण सिरे से जुड़ी प्लेट ऋण-आवेशित हो जाती है। संधारित्र के पूर्ण-आवेशित होने पर परिपथ में आवेश प्रवाह बन्द हो जाता है। इस स्थिति पर संधारित्र की प्लेटों के बीच विभवान्तर बैटरी के सिरों पर विभवान्तर (V) के तुल्य हो जाता है।



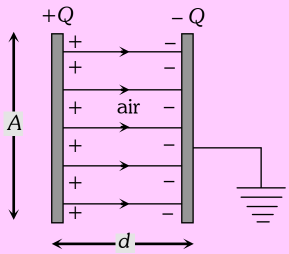
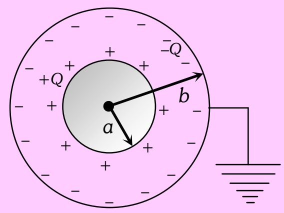
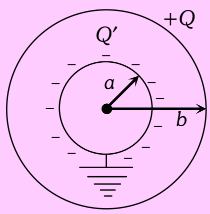
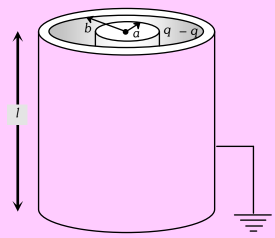
(5) **संधारित्र पर आवेश** : संधारित्र पर नेट आवेश सदैव शून्य होता है, परन्तु जब हम कहते हैं कि संधारित्र पर आवेश Q है तो इसका अर्थ है कि संधारित्र की प्रत्येक प्लेट पर उपस्थित आवेश का परिमाण। संधारित्र के निर्माण में आवेश वितरण को निम्न चित्र में क्रमशः समझाया है



(6) **आवेशित संधारित्र में संचित ऊर्जा** : जब संधारित्र को किसी वोल्टेज स्रोत (बैटरी) से आवेशित करते हैं तो यह अपनी प्लेटों के बीच उपस्थित माध्यम में विद्युत ऊर्जा का संचय कर लेता है। यदि C = संधारित्र की धारिता; Q = संधारित्र पर आवेश एवं V = संधारित्र की प्लेटों के बीच विभवान्तर है तो संधारित्र में संचित ऊर्जा $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV = \frac{Q^2}{2C}$

- बैटरी द्वारा संधारित्र को आवेशित करने में प्रदाय ऊर्जा (QV) का आधा भाग $\left(\frac{1}{2}QV\right)$ संधारित्र में संचित हो जाता है शेष आधा भाग $\left(\frac{1}{2}QV\right)$ ऊष्मा के रूप में व्यय हो जाता है।

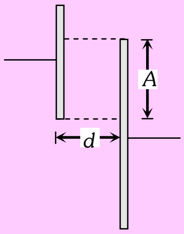
(7) संधारित्र के प्रकार : मुख्यतः संधारित्र निम्न तीन प्रकार के होते हैं।

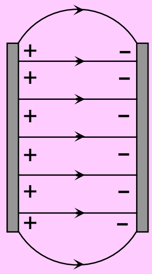
समानान्तर प्लेट संधारित्र	गोलीय संधारित्र	बेलनाकार संधारित्र
यह दो समानान्तर धात्विक प्लेटों (वृत्ताकार या आयताकार या वर्गाकार) से मिलकर बना होता है, प्लेटों के बीच अल्प दूरी होती है।  A = प्लेटों का प्रभावी क्षेत्रफल d = प्लेटों के बीच की दूरी Q = प्रत्येक प्लेट की अन्दर वाली सतह पर उपस्थित आवेश का परिमाण σ = प्रत्येक प्लेट का आवेश घनत्व $\left(=\frac{Q}{A}\right)$ V = प्लेटों के बीच विभवान्तर E = प्लेटों के बीच उत्पन्न विद्युत क्षेत्र $\left(=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)$ धारिता : $\boldsymbol{C=\frac{\varepsilon_0 A}{d}}$ CGS में, $\boldsymbol{C=\frac{A}{4\pi d}}$ यदि प्लेटों के बीच K परावैद्युतांक वाला माध्यम भरा हुआ है तब धारिता बढ़कर K गुनी हो जाती है $\boldsymbol{C'=KC}$	यह दो संकेन्द्री चालक गोलों से मिलकर बना होता है। आन्तरिक गोले को आवेश दिया जाता है जबकि बाहरी गोले को भूसम्पर्कित करते हैं। ($a < b$)  धारिता : $\boldsymbol{C=4\pi\varepsilon_0 \cdot \frac{ab}{b-a}}$ CGS में, $C=\frac{ab}{b-a}$, गोलों के बीच परावैद्युतांक माध्यम (K) उपस्थित होने पर धारिता $\boldsymbol{C'=4\pi\varepsilon_0 K\frac{b^2}{b-a}}$ विशेष यदि बाहरी गोले को $+Q$ आवेश दिया गया है जबकि अन्दर के गोले को भूसम्पर्कित किया गया है, तब  आन्तरिक गोले पर प्रेरित आवेश $Q'=-\frac{a}{b}.Q$ इस निकाय की धारिता $\boldsymbol{C'=4\pi\varepsilon_0 \cdot \frac{b^2}{b-a}}$ यह व्यवस्था (निकाय) एक संधारित्र नहीं है, परन्तु इसकी धारिता एक गोलीय संधारित्र की धारिता एवं एक गोलीय चालक की धारिता के योग के तुल्य है, अर्थात् $4\pi\varepsilon_0 \cdot \frac{b^2}{b-a}=4\pi\varepsilon_0\frac{ab}{b-a}+4\pi\varepsilon_0 b$	यह दो संकेन्द्रीय बेलनों से मिलकर बना होता है। आन्तरिक बेलन को आवेश देते हैं जबकि बाहरी बेलन को भूसम्पर्कित करते हैं। ($a < b$), l –उभयनिष्ठ लम्बाई  धारिता : $\boldsymbol{C=\frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\log_e\left(\frac{b}{a}\right)}}$ बेलनों के बीच में परावैद्युतांक माध्यम (K) भरा होने पर धारिता K गुनी बढ़ जाती है $C'=\frac{2\pi\varepsilon_0 Kl}{\log_e\left(\frac{b}{a}\right)}$

Concepts

☞ यह एक गलत अवधारणा है कि संधारित्र आवेश का संग्रह करता है परन्तु वास्तव में संधारित्र प्लेटों के बीच स्थिर वैद्युत क्षेत्र में विद्युत ऊर्जा का संचय करता है।

☞ असमान क्षेत्रफल वाली प्लेटें भी संधारित्र बनाती है परन्तु धारिता की गणना में इनका प्रभावी अतिव्याप्त क्षेत्रफल ही लिया जाता है।





☞ यदि दो प्लेटों को आमने-सामने रखते हैं तो तीन संधारित्र बनते हैं। एक अनन्त पर भू-सम्पर्कित वस्तु एवं पहली प्लेट की प्रथम सतह के बीच, दूसरा दोनों प्लेटों के बीच एवं तीसरा दूसरी प्लेट की दूसरी सतह एवं अनन्त पर स्थित भू-सम्पर्कित वस्तु के बीच। परन्तु पहले एवं तीसरे संधारित्र की धारिता दूसरे संधारित्र की तुलना में नगण्य है।

☞ समानान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता प्लेटों के प्रभावी अतिव्याप्त (overlapping) क्षेत्रफल पर $(C \propto A)$, प्लेटों के अन्तराल पर $\left(C \propto \frac{1}{d}\right)$ एवं प्लेटों के बीच परावैद्युत माध्यम पर निर्भर करती है। जबकि यह आवेश, विभव एवं प्लेटों की प्रकृति एवं मोटाई पर निर्भर नहीं करती है।

☞ समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के बीच अन्तराल कम रखते हैं, जिससे प्लेटों के किनारों पर फ्रिंजिंग (Fringing) या एज प्रभाव (Edge effect) न हो।

☞ गोलीय चालक उस गोलीय संधारित्र के तुल्य है जिसके बाहरी गोले की त्रिज्या अनन्त है।

☞ गोलीय संधारित्र समानान्तर प्लेट संधारित्र की तरह व्यवहार करता है यदि इसकी गोलीय सतहों की त्रिज्यायें बहुत अधिक हो एवं इनके बीच अन्तराल बहुत कम हो।

☞ समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र $(E = \sigma/\varepsilon_0)$ प्लेटों के अन्तराल पर निर्भर नहीं करता है।

☞ यदि समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों को परस्पर दूर हटाया जाय एवं यदि किसी समय उनके बीच अन्तराल 'd' है तब इसकी धारिता परिवर्तन की दर (समय के साथ) $\frac{1}{d^2}$ के समानुपाती होती है।

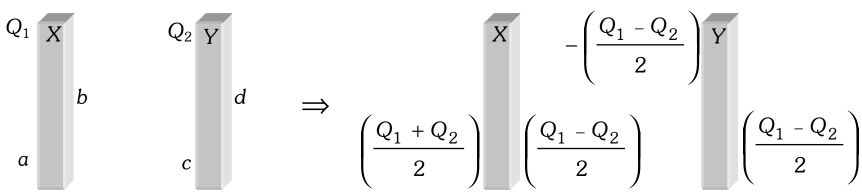
☞ गोलीय संधारित्र में गोलीय सतहों के बीच त्रिज्यीय एवं असमरूप विद्युत क्षेत्र उत्पन्न होता है।

☞ दो चालक प्लेटे X एवं Y एक–दूसरे के समीप स्थित है। प्लेट X को Q_1 आवेश एवं प्लेट X को Q_2 आवेश दिया गया है। $(Q_1 > Q_2)$, तब आवेश का वितरण चारों सतहों a, b, c एवं d पर चित्रानुसार होगा।

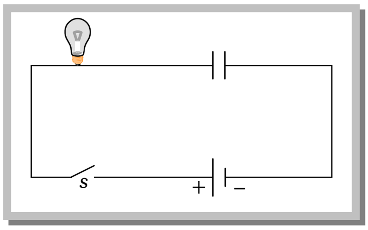
Example: 100 किसी शुद्ध संधारित्र की धारिता 1 फैरड है। दिष्टधारा परिपथ में इसका प्रभावी प्रतिरोध होगा। [MP PMT 2000]

(a) शून्य (b) अनन्त (c) 1 ओम (d) $\frac{1}{2}$ ओम

Solution: (b) संधारित्र D.C. पर कार्य नहीं करता है अर्थात् D.C. के लिए इसका प्रभावी प्रतिरोध अनन्त होता है। इससे यह D.C. धारा को प्रवाहित नहीं होने देता है।



Example: 101 एक प्रकाश-बल्ब, एक धारित्र और एक बैटरी को दिखाए गए अनुसार जोड़ा गया है। स्विच S खुला है। जब स्विच S को बन्द किया जाए, तो निम्नलिखित में से कौनसा सत्य है [MP PMT 1995]



(a) जब धारित्र आवेशित होना प्रारम्भ होता है तो बल्ब एक क्षण के लिए दीप्त होगा

(b) बल्ब तब दीप्त होगा जब धारित्र पूर्ण आवेशित हो जाए

(c) बल्ब दीप्त होगा ही नहीं

(d) नियमित अन्तराल पर बल्ब जलेगा और बुझेगा

Solution: (a) प्रारम्भ में जब कुंजी दबाते हैं तो संधारित्र लघुपथित (Short circuited) हो जाता है। अतः बल्ब जल जाएगा। लेकिन जब संधारित्र पूरी तरह आवेशित हो जाता है तो खुले परिपथ की भाँति कार्य करता है, इसलिए बल्ब नहीं जलेगा।

Example: 102 जब एक संधारित्र की प्लेटों के बीच अन्तराल 8 सेमी. है तो इसकी धारिता $10\mu F$ है। यदि प्लेटों के बीच का अन्तराल 4 सेमी. कर दिया जाय तो इसकी धारिता होगी [CBSE 2001; Similar to CPMT 1997; AFMC 2000]

(a) $10\mu F$ (b) $15\mu F$ (c) $20\mu F$ (d) $40\mu F$

Solution: (c) $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \propto \frac{1}{d}$ $\therefore \frac{C_1}{C_2} = \frac{d_2}{d_1}$ या $C_2 = \frac{d_1}{d_2} \times C_1 = \frac{8}{4} \times 10 = 20\mu F$

Example: 103 $3\,F$ धारिता वाले समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों का क्षेत्रफल क्या होगा यदि प्लेटों के बीच अन्तराल $5\,mm$ है [BHU 2002; AIIMS 1998]

(a) $1.694 \times 10^9\, m^2$ (b) $4.529 \times 10^9\, m^2$ (c) $9.281 \times 10^9\, m^2$ (d) $12.981 \times 10^9\, m^2$

Solution: (a) $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \Rightarrow A = \frac{Cd}{\varepsilon_0} = \frac{3 \times 5 \times 10^{-3}}{8.85 \times 10^{-12}} = 1.694 \times 10^9\, m^2$

Example: 104 यदि $6\mu F$ धारिता वाले संधारित्र के सिरों पर विभवान्तर $10\,V$ से $20\,V$ कर दिया जाय तो इसकी ऊर्जा में वृद्धि होगी [CPMT 1997, 87]

(a) $2 \times 10^{-4}\, J$ (b) $4 \times 10^{-4}\, J$ (c) $3 \times 10^{-4}\, J$ (d) $9 \times 10^{-4}\, J$

Solution: (d) प्रारम्भ में ऊर्जा $U_i = \frac{1}{2} C V_1^2$; अन्त में ऊर्जा $U_f = \frac{1}{2} C V_2^2$

$\therefore$ ऊर्जा में वृद्धि $\Delta U = U_f - U_i = \frac{1}{2} C(V_2^2 - V_1^2)$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 10^{-6} (20^2 - 10^2) = 9 \times 10^{-4}\, J$$

Example: 105 एक गोलीय संधारित्र दो संकेन्द्री चालकों द्वारा निर्मित है। आन्तरिक चालक की त्रिज्या R_1 और विभव V_1 है और बाह्य चालक की त्रिज्या R_2 तथा विभव V_2 है। केन्द्र से x दूरी पर स्थित बिन्दु P का विभव होगा $(R_2 > x > R_1)$ [MP PMT 1997]

(a) $\frac{V_1 - V_2}{R_2 - R_1}(x - R_1)$ (b) $\frac{V_1 R_1 (R_2 - x) + V_2 R_2 (x - R_1)}{(R_2 - R_1)x}$

(c) $V_1 + \frac{V_2 x}{(R_2 - R_1)}$ (d) $\frac{(V_1 + V_2)}{(R_1 + R_2)} x$

Solution: (b) माना आन्तरिक एवं बाहरी गोलों पर आवेश क्रमशः Q_1 और Q_2 है। R_1 त्रिज्या वाले आन्तरिक गोले का विभव V_1 है

अतः $V_1 = \frac{Q_1}{R_1} + \frac{Q_2}{R_2}$ …….. (i) (स्वयं के आवेश के कारण विभव + बाहरी गोले के कारण विभव)

R_2 त्रिज्या वाले बाहरी गोले का विभव V_2 है

अतः $V_2 = \frac{Q_2}{R_2} + \frac{Q_1}{R_2}$ .... (ii) (स्वयं के आवेश के कारण विभव + आन्तरिक गोले के कारण विभव)

यदि दोनों गोलों के मध्य उभयनिष्ठ केन्द्र से x दूरी पर स्थित बिन्दु P पर विभव V है तब

$$V = \frac{Q_1}{x} + \frac{Q_2}{R_2} = \frac{Q_1}{x} + V_1 - \frac{Q_1}{R_1} = Q_1\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R_1}\right) + V_1 = \frac{Q_1(R_1 - x)}{xR_1} + V_1 \quad ....(iii)$$

समीकरण (ii) को (i) में से घटाने पर

$$V_1 - V_2 = \frac{Q_1}{R_1} - \frac{Q_1}{R_2} \Rightarrow (V_1 - V_2)R_1R_2 = R_2Q_1 - R_1Q_1 \Rightarrow Q_1 = \frac{(V_1 - V_2)R_1R_2}{R_2 - R_1}$$

Q_1 का यह मान समी (iii) में रखने पर

$$V = \frac{(R_1 - x)(V_1 - V_2)R_1R_2}{xR_1(R_2 - R_1)} + V_1 \Rightarrow V = \frac{V_1R_1(R_2 - x) + V_2R_2(x - R_1)}{x(R_2 - R_1)}.$$

Example: 106 एक वायु संधारित्र में प्रत्येक प्लेट का व्यास 4 सेमी. है। इस प्लेट संधारित्र की धारिता 20 सेमी. व्यास के गोले की धारिता के बराबर रखने के लिये प्लेटों के बीच दूरी होगी [MP PET 1996]

(a) 4×10^{-3} मीटर (b) 1×10^{-3} मीटर (c) 1 सेमी. (d) 1×10^{-3} सेमी.

Solution: (b) प्रश्नानुसार $\frac{\varepsilon_0 A}{d} = 4\pi\varepsilon_0 R \Rightarrow d = \frac{A}{4\pi R} = \frac{\pi(2 \times 10^{-2})^2}{4\pi \times 10 \times 10^{-2}} = 1 \times 10^{-3}$ मीटर

Example: 107 एक गोलीय संधारित्र के भीतरी और बाह्य गोलों की त्रिज्याएँ क्रमशः a एवं b हैं। दोनों के मध्य हवा है। एक बार बाह्य गोला पृथ्वी से जोड़ें और दूसरी बार भीतरी गोला जोड़ें तो दोनों बार बने संधारित्रों की धारिताओं में अन्तर होगा [MP PET 1996]

(a) शून्य (b) $4\pi\varepsilon_0 a$ (c) $4\pi\varepsilon_0 b$ (d) $4\pi\varepsilon_0 a\left(\frac{b}{b-a}\right)$

Solution: (c) गोलीय संधारित्र की धारिता जबकि बाह्य गोले को पृथ्वी से जोड़ा गया हो, $C_1 = 4\pi\varepsilon_0 \cdot \frac{ab}{b-a}$ यदि आन्तरिक गोले को पृथ्वी से जोड़ा गया हो $C_2 = 4\pi\varepsilon_0 \cdot \frac{b^2}{b-a}$ अतः धारिताओं में अन्तर $C_2 - C_1 = 4\pi\varepsilon_0 . b$

Example: 108 $4\mu F$ के संधारित्रों को 400 V तक आवेशित करके इसकी प्लेटों को $1 k\Omega$ के प्रतिरोध से जोड़ा गया है। प्रतिरोध में उत्पन्न ऊष्मा होगी [CBSE PMT 1994]

(a) 0.16 J (b) 1.28 J (c) 0.64 J (d) 0.32 J

Solution: (d) संधारित्र को 1 $k\Omega$ के प्रतिरोध से जोड़ने पर यह निरावेशित हो जाएगा एवं इसमें संचित ऊर्जा प्रतिरोध में ऊष्मा के रूप में व्यय हो जाएगी।

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-6} \times (400)^2 = 0.32 J.$$

Example: 109 एक संधारित्र की प्लेटों के बीच विभवान्तर 5V से बढ़ाकर 10V करने में किया गया कार्य W है। इसे 10V से बढ़ाकर 15V करने में किया गया कार्य होगा

(a) 0.6 W (b) W (c) 1.25 W (d) 1.67 W

Solution: (d) कार्य = ऊर्जा में परिवर्तन $= U_{final} - U_{initial} = \frac{1}{2}C(V_2^2 - V_1^2)$

जब विभवान्तर 5V से 10V किया जाता है

तब $W = \frac{1}{2}C(10^2 - 5^2)$ ....(i)

जब विभवान्तर $10V$ से $15V$ किया जाता है

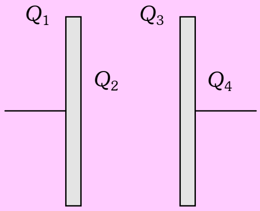
तब $W' = \frac{1}{2}C(15^2 - 10^2)$ ....(ii)

समी. (i) व (ii) को हल करने पर

$W' = 1.67W$

Tricky Example: 15

एक पृथक्कृत C धारिता वाले समान्तर प्लेट संधारित्र की चारों सतहों पर (चित्रानुसार) आवेश Q_1, Q_2, Q_3 एवं Q_4 हैं। प्लेटों के बीच विभवान्तर है [UPSEAT 2003; IIT-JEE (Screening) 1999]



(a) $\frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4}{2C}$ (b) $\frac{Q_2 + Q_3}{2C}$ (c) $\frac{Q_2 - Q_3}{2C}$ (d) $\frac{Q_1 + Q_4}{2C}$

Solution: (c) आमने-सामने स्थित दो समतल चालक सतहों पर आवेश घनत्व बराबर व विपरीत प्रकृति का होना चाहिए। यहाँ प्लेट क्षेत्रफल समान हैं, इसलिए $Q_2 = -Q_3$ ।

संधारित्र पर आवेश का अर्थ होता है, धन प्लेट की आन्तरिक सतह पर आवेश (यहाँ पर Q_2 है)

अतः प्लेटों के बीच विभवान्तर $= \frac{\text{आवेश}}{\text{धारिता}} = \frac{Q_2}{C} = \frac{2Q_2}{2C} = \frac{Q_2 - (-Q_2)}{2C} = \frac{Q_2 - Q_3}{2C}$

परावैद्युत

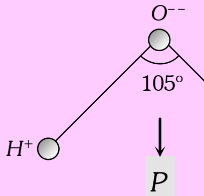
परावैद्युत विद्युतरोधी पदार्थ होते हैं, जो अपने में से विद्युत को प्रवाहित नहीं होने देते किन्तु विद्युत प्रभाव का प्रदर्शन करते हैं। इनमें मुक्त इलेक्टॉन नहीं होते हैं। ये विद्युत क्षेत्र में रखे जाने पर ध्रुवित हो जाते हैं।

हम जानते है कि प्रत्येक परमाणु में धनावेशित नाभिक के चारों और ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन वितरित रहते हैं। दो विपरीत आवेश वाले क्षेत्रों के अपने-अपने केन्द्र होते हैं। नाभिक में उपस्थित धनावेशित प्रॉटोनों का द्रव्यमान केन्द्र धन-आवेश का केन्द्र होता है। ऋणावेशित इलेक्ट्रॉनों का द्रव्यमान केन्द्र ऋण-आवेश का केन्द्र होता है।

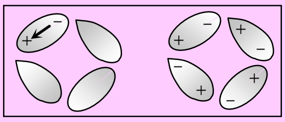
(1) **परावैद्युत के प्रकार** : परावैद्युत दो प्रकार के होते हैं

(i) ध्रुवीय परावैद्युत : जैसे जल एल्कोहल CO_2, NH_3, HCl इत्यादि ध्रुवीय अणु/परमाणुओं से बने होते हैं।

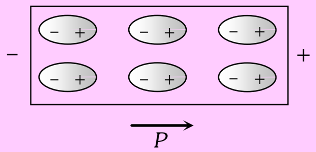
ध्रुवीय परावैद्युतांक पदार्थ के अणुओं में धनावेशों का केन्द्र और ऋणावेशों का केन्द्र सम्पाती नहीं होते हैं।



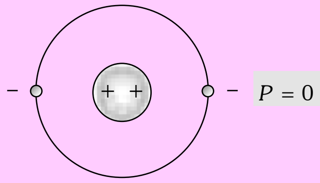
विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में भी प्रत्येक ध्रुवीय अणु में स्थाई द्विध्रुव आघूर्ण (p) होता है, परन्तु परावैद्युत पदार्थ का परिणामी द्विध्रुव आघूर्ण शून्य होता है क्योंकि विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में ध्रुवीय अणु इस प्रकार बिखरे होते हैं कि वे एक-दूसरे को द्विध्रुव आघूर्ण को निरस्त कर देते है।



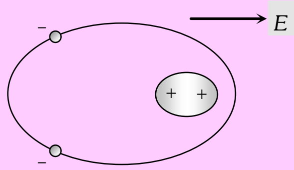
विद्युत क्षेत्र की उपस्थिति में ध्रुवीय अणु विद्युत क्षेत्र की दिशा में संरेखित हो जाते हैं एवं पदार्थ एक निश्चित द्विध्रुव आघूर्ण प्राप्त कर लेता है।



(ii) अध्रुवीय परावैद्युत : जैसे N_2, O_2, बैंजीन, मीथेन इत्यादि आदि अध्रुवीय परमाणुओं या अणुओं से बने होते हैं। विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में अध्रुवीय अणुओं के धन आवेश का केन्द्र और ऋणावेश का केन्द्र एक दूसरे पर सम्पाती होते हैं।

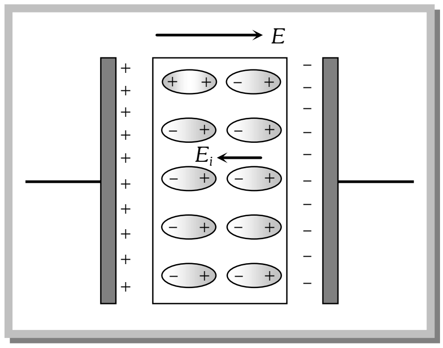


जब विद्युत क्षेत्र आरोपित किया जाता है। तो धनावेश विद्युत क्षेत्र की दिशा में एवं ऋणावेश विद्युत क्षेत्र के विपरीत दिशा में बल का अनुभव करते हैं और एक प्रेरित वैद्युत द्विध्रुव बन जाता है। सामान्य अवस्था में प्रत्येक अणु का द्विध्रुव आघूर्ण शून्य होता है।



❑ सामान्यतः किसी भी कुचालक पदार्थ को परावैद्युत कहते हैं परन्तु व्यापक रूप में वे कुचालक पदार्थ जिनके अणु अध्रुवीय होते हैं परावैद्युत कहलाते हैं क्योंकि अध्रुवीय अणु में प्रेरित द्विध्रुव आघूर्ण उत्पन्न हो जाता है।

(2) परावैद्युत पट्टी का ध्रुवण : विद्युत क्षेत्र (E) आरोपित करने पर परावैद्युत पट्टी की दोनों सतहों पर बराबर व विपरीत आवेश प्रेरित हो जाते हैं।



मान लीजिए एक परावैद्युत पट्टी को एक संधारित्र की प्लेटों के बीच रखा गया है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।

यदि परावैद्युत माध्यम (पट्टिका) में प्रेरित आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र E_i है तब (चित्र से) प्रेरित विद्युत क्षेत्र आरोपित क्षेत्र E के विपरीत है अतः प्लेटों के बीच परिणामी विद्युत क्षेत्र $E' = E - E_i$ है। इस प्रकार प्रेरित विद्युत क्षेत्र आरोपित विद्युत क्षेत्र की तीव्रता को कम कर देता है।

(3) परावैद्युतांक : विद्युत क्षेत्र में परावैद्युत पट्टिका रखने पर परिणामी विद्युत क्षेत्र घट जाता है।

यदि $E =$ मुख्य आरोपित विद्युत क्षेत्र एवं $E' =$ परिणामी विद्युत क्षेत्र (पट्टिका रखने पर) है, तब $\frac{E}{E'} = K$; यहाँ K को परावैद्युतांक कहते हैं। K को पदार्थ की आपेक्षिक विद्युतशीलता या विशिष्ट प्रेरणीय धारिता SIC (Specific Inductive Capacitance) भी कहते हैं।

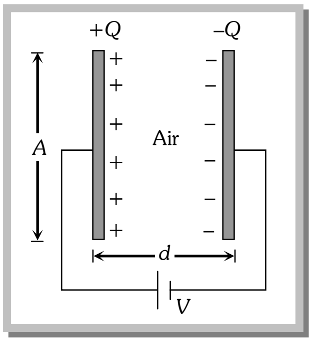
K का मान सदैव 1 से बड़ा होता है। निर्वात् में ध्रुवण नहीं होता है अतः $E = E'$ $(K = 1)$

(4) परावैद्युत भंजन एवं परावैद्युत सामर्थ्य (Dielectric strength) : यदि परावैद्युत पदार्थ पर बहुत उच्च विद्युत क्षेत्र आरोपित करते हैं तो इसके परमाणुओं की बाहरी कक्षाओं में स्थित इलेक्ट्रॉन पृथक होने लगते हैं। तब परावैद्युत पदार्थ चालक बन जाता है। इस घटना को परावैद्युत भंजन कहते हैं।

विद्युत क्षेत्र या विभव प्रवणता के उस अधिकतम मान को, जिसे परावैद्युत माध्यम बिना भंजन के सहन कर सके, परावैद्युत माध्यम की परावैद्युत सामर्थ्य कहते हैं।

इसका S.I. मात्रक $\frac{V}{m}$ एवं व्यवहारिक मात्रक $\frac{kV}{mm}$ है। वायु की परावैद्युत सामर्थ्य $3 \times 10^6\ V/m$ है।

समान्तर प्लेट संधारित्र की राशियों (Q, C, V, E एवं U) में परिवर्तन



मान लीजिए हमारे पास एक वायु-भारित समान्तर प्लेट संधारित्र है इसकी विभिन्न राशियाँ :

आवेश – Q, पृष्ठ आवेश घनत्व – $\sigma = \frac{Q}{A}$, धारिता – $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

प्लेटों के बीच विभवान्तर – $V = E.d$

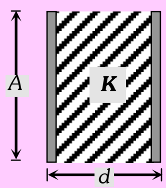
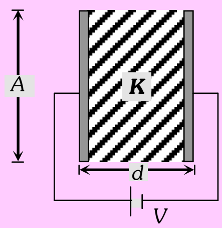
प्लेटों के बीच विद्युत-क्षेत्र की तीव्रता – $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$

संचित ऊर्जा – $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QV$

(1) जब प्लेटों के बीच परावैद्युत माध्यम (K) पूर्णरूप से भर दिया जाये : इस स्थिति में धारिता K गुनी बढ़ जाती है

अर्थात् $C' = \frac{K\varepsilon_0 A}{d} \Rightarrow C' = KC$

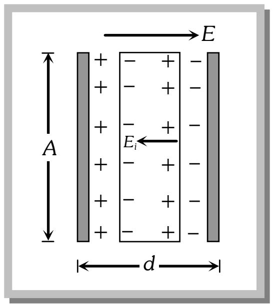
परावैद्युत माध्यम का प्रभाव अन्य राशियों जैसे : आवेश, विभवान्तर एवं ऊर्जा आदि पर, इस तथ्य पर निर्भर करता है कि संधारित्र बैटरी से जुड़ा है या हटा दिया गया है।

राशि	बैटरी नहीं जुड़ी है 	बैटरी जुड़ी है 
धारिता	$C' = KC$	$C' = KC$
आवेश	$Q' = Q$ (आवेश नियत रहता है)	$Q' = KQ$
विभव	$V' = \frac{V}{K}$	$V' = V$ (चूंकि बैटरी विभवान्तर को नियत रखती है)
विद्युत क्षेत्र की तीव्रता	$E' = \frac{E}{K}$	$E' = E$
ऊर्जा	$U' = \frac{U}{K}$	$U' = UK$

❑ यदि पूछे गये प्रश्न में बैटरी के बारे में कुछ नहीं कहा गया है तो बैटरी का संधारित्र से हटा हुआ मानें।

(2) जब प्लेटों के बीच परावैद्युत माध्यम आंशिक रूप से भरा हो : यदि $t (t < d)$ मोटाई की परावैद्युत पट्टी प्लेटों के बीच रख दी जाती है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। तब $E =$ प्लेटों के बीच मुख्य विद्युत क्षेत्र, $E_i =$ परावैद्युत माध्यम में प्रेरित विद्युत क्षेत्र एवं $E' = (E - E_i) =$ परावैद्युत माध्यम में परिणामी विद्युत क्षेत्र है।

संधारित्र प्लेटों के बीच विभवान्तर



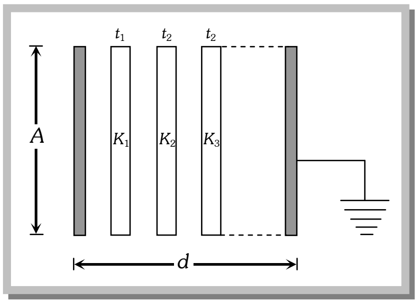
$$V' = E(d-t) + E't = E(d-t) + \frac{E}{K}.t$$

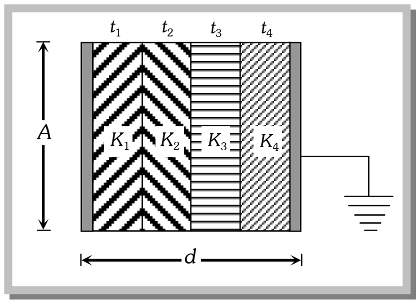
$$\Rightarrow V' = E\left(d - t + \frac{t}{K}\right) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(d - t + \frac{t}{K}\right) = \frac{Q}{A\varepsilon_0}\left(d - t + \frac{t}{K}\right)$$

संधारित्र की धारिता

$$C' = \frac{Q}{V'} \quad \Rightarrow \quad C' = \frac{\varepsilon_0 A}{d - t + \dfrac{t}{K}}$$

जब एक से अधिक परावैद्युत पट्टियाँ प्लेटों के बीच चित्रानुसार रखी हों तब

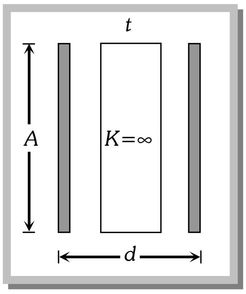


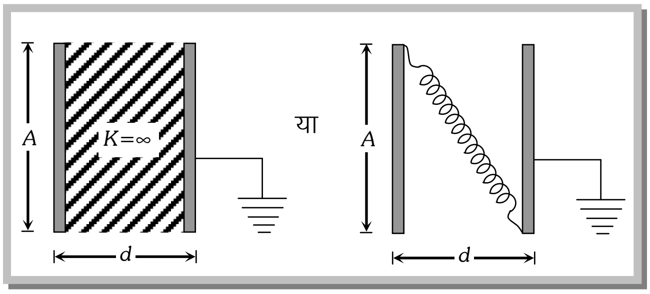


$$C' = \frac{\varepsilon_0 A}{d - (t_1 + t_2 + t_3 + ...) + \left(\dfrac{t_1}{K_1} + \dfrac{t_2}{K_2} + \dfrac{t_3}{K_3} + ...\right)}$$

$$C' = \frac{\varepsilon_0 A}{\left(\dfrac{t_1}{K_1} + \dfrac{t_2}{K_2} + \dfrac{t_3}{K_3} + \dfrac{t_4}{K_4}\right)}$$

(3) जब एक धात्विक पट्टी प्लेटों के बीच रख दी जाये



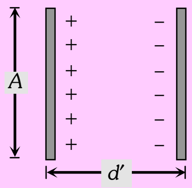
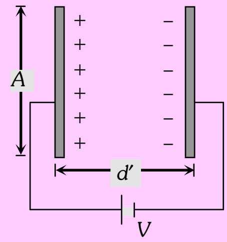


धारिता $C' = \dfrac{\varepsilon_0 A}{(d-t)}$

$C' = \infty$ (इस स्थिति में संधारित्र लघुपथित हो जाता है।)

(4) जब प्लेटों के बीच की दूरी परिवर्तित की जाये : यदि प्लेटों के बीच की दूरी परिवर्तित की जाती है तो धारिता, सम्बन्ध $C \propto \dfrac{1}{d}$ के अनुसार परिवर्तित होती है। अन्य राशियों पर प्रभाव इस तथ्य पर निर्भर करता है कि बैटरी परिपथ में है या नहीं।

(i) प्लटों के बीच अन्तराल बढ़ाया जाये

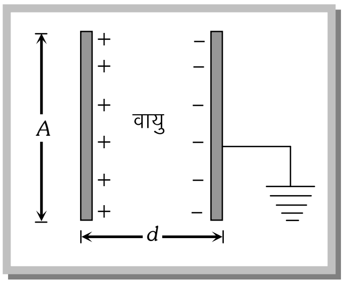
राशि	बैटरी हटा दी गई है	बैटरी जुड़ी है
		
धारिता	घटती है $C \propto \frac{1}{d}$ अर्थात् $C' < C$	घटती है $C' < C$
आवेश	नियत रहता है, अर्थात् $Q' = Q$	घटता है अर्थात् $Q' < Q$ शेष आवेश $(Q - Q')$ बैटरी में वापस चला जाता है
विभवान्तर	बढ़ता है क्योंकि $V = \frac{Q}{C}$ $\Rightarrow V \propto \frac{1}{C}$ अर्थात् $V' > V$	$V' = V$ (चूँकि बैटरी विभवान्तर को नियत रखती है)
विद्युत क्षेत्र	नियत रहता है, क्योंकि $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$ अर्थात् $E' = E$	घटता है, क्योंकि $E = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$ $\Rightarrow$ $E \propto Q$ अर्थात् $E' < E$
ऊर्जा	बढ़ती है, क्योंकि $U = \frac{Q^2}{2C}$ $\Rightarrow$ $U \propto \frac{1}{C}$ अर्थात् $U' > U$	घटती है, क्योंकि $U = \frac{1}{2}CV^2$ $\Rightarrow$ $U \propto C$ अर्थात् $U' < U$

(ii) प्लेटों के बीच अन्तराल घटाया जाये

राशि	बैटरी हटा दी गई है	बैटरी जुड़ी है
धारिता	बढ़ती है, क्योंकि $C \propto \frac{1}{d}$ अर्थात् $C' > C$	बढ़ती हैं $C' > C$
आवेश	नियत रहता है क्योंकि बैटरी परिपथ में नहीं है अर्थात् $Q' = Q$	बढ़ता है क्योंकि बैटरी परिपथ में है अर्थात् $Q' > Q$ शेष आवेश $(Q - Q')$ बैटरी से प्राप्त होता है
विभवान्तर	घटता है, क्योंकि $V = \frac{Q}{C}$ $\Rightarrow$ $V \propto \frac{1}{C}$ अर्थात् $V' < V$	$V' = V$ (चूँकि बैटरी विभवान्तर को नियत रखती है)
विद्युत क्षेत्र	नियत रहता है क्योंकि $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$ अर्थात् $E' = E$	बढ़ता है क्योंकि $E = \frac{Q}{A\varepsilon_0}$ $\Rightarrow$ $E \propto Q$ अर्थात् $E' > E$
ऊर्जा	घटती है क्योंकि $U = \frac{Q^2}{2C}$ $\Rightarrow$ $U \propto \frac{1}{C}$ अर्थात् $U' < U$	बढ़ती है क्योंकि $U = \frac{1}{2}CV^2$ $\Rightarrow$ $U \propto C$ अर्थात् $U' > U$

आवेशित संधारित्र की प्लेटों के बीच बल

बल की गणना करने के लिए मान लीजिए ऋण प्लेट धन-आवेशित प्लेट (स्रोत) के विद्युत क्षेत्र में स्थित है तब धन प्लेट के समीप विद्युत क्षेत्र $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ अतः ऋण प्लेट पर बल $F = QE$



$$F = -\sigma A \times \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right) = -\frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} A$$

$$\Rightarrow \ |F| = \frac{\sigma^2 A}{2\varepsilon_0} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}$$

समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के बीच ऊर्जा घनत्व

आवेशित संधारित्र में ऊर्जा आवेश या प्लेटों पर केन्द्रित नहीं होती है बल्कि सम्पूर्ण विद्युत क्षेत्र में वितरित होती है। संधारित्र की प्लेटों के बीच स्थित सम्पूर्ण आयतन में विद्युत क्षेत्र विद्यमान है। अतः

$$\text{ऊर्जा घनत्व} = \frac{\text{ऊर्जा}}{\text{आयतन}} = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{Ad} = \frac{1}{2}\left[\frac{\varepsilon_0 A}{d}\right]\frac{V^2}{Ad} = \frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{V}{d}\right)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Concepts

- *यदि संधारित्र बैटरी से जुड़ा है तो इसके सिरों पर विभवान्तर नियत रहता है और यदि बैटरी नहीं जुड़ी है तो संधारित्र पर आवेश नियत रहता है।*
- समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य आंशिक रूप में परावैद्युत माध्यम भरने पर धारिता के सूत्र में, $\left(d - t + \frac{t}{K}\right)$ को प्लेटों के मध्य की प्रभावी वायु दूरी कहते हैं।
- *जब परावैद्युत माध्यम आंशिक रूप से समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के बीच भर दिया जाता है तो इसकी धारिता बढ़ जाती है परन्तु विभवान्तर घट जाता है। धारिता एवं विभवान्तर को पूर्ववत (अर्थात् $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$, $V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$) बनाये रखने के लिए माना प्लेट अन्तराल d' से बढ़ा दिया जाता है तब*

$$\frac{\varepsilon_0 A}{\left(d + d' - t + \frac{t}{K}\right)} = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \Rightarrow \ \boldsymbol{K = \frac{t}{t - d'}}$$

Example: 110 आवेशित संधारित्र की प्लेटों के बीच माध्य ऊर्जा घनत्व है (यहाँ Q = संधारित्र पर आवेश एवं A = प्लेट क्षेत्रफल) [MP PET 2002]

(a) $\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A^2}$ (b) $\frac{Q}{2\varepsilon_0 A^2}$ (c) $\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A}$ (d) इनमें से कोई नहीं

Solution: (a) ऊर्जा घनत्व $= \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{Q}{A\varepsilon_0}\right)^2 = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A^2}$

Example: 111 $15\mu F$ वाले संधारित्र में प्लेट अन्तराल $2\ mm$ है। एक परावैद्युत पट्टी ($K = 2$) जिसकी मोटाई $1\ mm$ है, प्लेटों के बीच रख दी जाती है। तब नई धारिता होगी [BHU 1994, Similar to BHU 2000]

(a) $15\mu F$ (b) $20\mu F$ (c) $30\mu F$ (d) $25\mu F$

Solution: (b) दिया है $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = 15\mu F$ ....(i)

एवं $C' = \frac{\varepsilon_0 A}{d - t + \frac{t}{K}} = \frac{\varepsilon_0 A}{2\times10^{-3} - 10^{-3} + \frac{10^{-3}}{2}} = \frac{2}{3}\times\varepsilon_0 A\times10^3$; समी. (i) से, $C' = 20\mu F$

Example: 112 जब एक $1\,pF$ वाले वायु संधारित्र की प्लेटों के बीच के अन्तराल को दो गुना कर दिया जाये एवं प्लेटों के बीच मोम भर दिया जाय तो धारिता $2\,pF$ हो जाती है मोम का परावैद्युतांक है [MNR 1998]

(a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 8

Solution: (b) दिया है $C = 1\,pF$, प्लेट अन्तराल दो गुना करने पर $C' = \frac{C}{2}$

जब प्लेटों के बीच परावैद्युत माध्यम K भर दिया जाता है तब $C' = \frac{KC}{2}$

प्रश्नानुसार $C' = \frac{KC}{2} = 2 \Rightarrow K = 4$

Example: 113 यदि $4 \times 10^{-5}\,m$ मोटाई वाली एक परावैद्युत पट्टिका को समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के बीच खिसकाया जाता है तो इसकी धारिता को पूर्व मान पर बनाए रखने के लिए प्लेट अन्तराल को $3.5 \times 10^{-5}\,m$ से बढ़ाना पड़ता है तो पट्टिका का परावैद्युतांक है [AMU 1999]

(a) 10 (b) 12 (c) 6 (d) 8

Solution: (d) $K = \frac{t}{t - d'}$ से, यहाँ $t = 4 \times 10^{-5}\,m$; $d' = 3.5 \times 10^{-5}\,m \Rightarrow K = \frac{4 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-5} - 3.5 \times 10^{-5}} = 8$

Example: 114 धारिता C के समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के बीच बल के लिये व्यंजक क्या होगा जबकि प्लेटों के बीच की दूरी d है और उनके बीच विभवान्तर V है [MP PMT 1999]

(a) $\frac{CV^2}{2d}$ (b) $\frac{C^2V^2}{2d^2}$ (c) $\frac{C^2V^2}{d^2}$ (d) $\frac{V^2d}{C}$

Solution: (a) चूँकि $F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A} \Rightarrow F = \frac{C^2V^2}{2\varepsilon_0 A} = \frac{CV^2}{2d}$

Example: 115 एक संधारित्र में जब $K = 3$ परावैद्युत माध्यम भरा जाता है, तब इस पर आवेश Q_0, वोल्टेज V_0, एवं विद्युत क्षेत्र E_0 है। यदि $K = 9$ परावैद्युत माध्यम भर दिया जाय तब आवेश, वोल्टेज एवं विद्युत क्षेत्र के नये मान क्रमशः होंगे

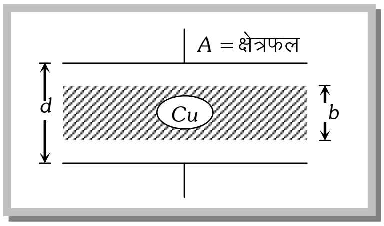
(a) $3Q_0, 3V_0, 3E_0$ (b) $Q_0, 3V_0, 3E_0$ (c) $Q_0, \frac{V_0}{3}, 3E_0$ (d) $Q_0, \frac{V_0}{3}, \frac{E_0}{3}$

Solution: (d) मान लीजिए जब संधारित्र में कोई परावैद्युत माध्यम नहीं भरा है तब आवेश Q, वोल्टेज V एवं क्षेत्र E है

माध्यम $K = 3$ भरने पर	माध्यम $K = 9$ भरने पर
आवेश $Q_0 = Q$	आवेश $Q' = Q = Q_0$
विभवान्तर $V_0 = \frac{V}{3}$	विभवान्तर $V' = \frac{V}{9} = \frac{V_0}{3}$
विद्युत क्षेत्र $E_0 = \frac{E}{3}$	विद्युत क्षेत्र $E' = \frac{E}{9} = \frac{E_0}{3}$

Example: 116 एक समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के बीच b मोटाई वाली ताँबें की पट्टिका चित्रानुसार रख दी जाती है। प्लेटों के बीच अन्तराल d है। यदि $b = \frac{d}{2}$ है तब पट्टिका रखने के बाद एवं पूर्व की धारिताओं का अनुपात होगा

[IIT-JEE 1976; Similar to Orissa JEE 2002, KCET 2001, MP PMT 1994]



(a) $\sqrt{2}:1$ (b) $2:1$ (c) $1:1$ (d) $1:\sqrt{2}$

Solution: (b) पट्टिका रखने से पूर्व धारिता $C=\frac{\varepsilon_0 A}{d}$, एवं पट्टिका रखने के बाद धारिता $C'=\frac{\varepsilon_0 A}{d-t}$

जहाँ $t=b=\frac{d}{2}$ इसलिए $C'=\frac{2\varepsilon_0 A}{d}$ अत: $\frac{C'}{C}=\frac{2}{1}$

Example: 117 एक समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता C_0 है। यदि प्लेट अन्तराल की एक चौथाई मोटाई का एवं ε_r आपेक्षिक विद्युतशीलता वाला परावैद्युत माध्यम प्लेटों के बीच रख दिया जाय तब इसकी धारिता C है। $\frac{C}{C_0}$ का मान होगा

(a) $\frac{5\varepsilon_r}{4\varepsilon_r+1}$ (b) $\frac{4\varepsilon_r}{3\varepsilon_r+1}$ (c) $\frac{3\varepsilon_r}{2\varepsilon_r+1}$ (d) $\frac{2\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}$

Solution: (b) प्रारम्भ में धारिता $C_0=\frac{\varepsilon_0 A}{d}$ ....(i) अन्त में धारिता $C=\frac{\varepsilon_0 A}{d-\frac{d}{4}+\frac{d/4}{\varepsilon_r}}$ ....(ii)

समीकरण (ii) को समी. (i) से भाग देने पर $\frac{C}{C_0}=\frac{4\varepsilon_r}{3\varepsilon_r+1}$

Tricky Example: 16

$C=10\mu F$ धारिता वाला एक वायु-संधारित्र $12V$ की स्थिर वोल्टता वाली बैटरी से सम्बद्ध किया गया है। अब इसकी पट्टिकाओं के बीच के स्थान में परावैद्युतांक 5 वाला द्रव भर दिया जाता है। बैटरी से संधारित्र में जाने वाले आवेश का मान होगा [MP PMT 1997]

(a) $120\mu C$ (b) $600\mu C$ (c) $480\mu C$ (d) $24\mu C$

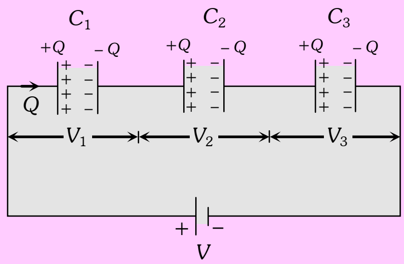
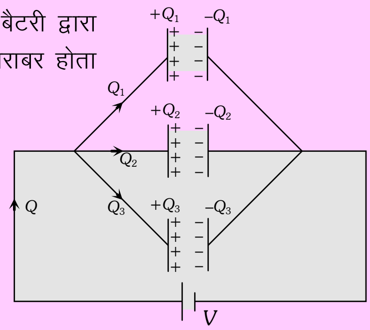
Solution: (c) प्रारम्भ में संधारित्र पर आवेश $Q_i=10\times 12=120\mu C$

जब परावैद्युत माध्यम ($K=5$) भर दिया जाता है तब नई धारिता $C'=5\times 10=50\mu F$

अन्त में संधारित्र पर आवेश $Q_f=50\times 12=600\mu C$

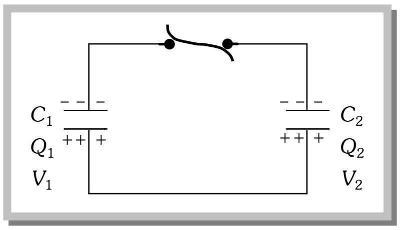
अत: बैटरी द्वारा प्रदाय अतिरिक्त आवेश $=Q_f-Q_i=480\mu C$

संधारित्रों का संयोजन

श्रेणीक्रम संयोजन	समान्तर संयोजन
(1) विद्युत परिपथ में एक बिन्दु से किसी दूसरे बिन्दु तक गमन करने पर एक ही स्वतंत्र पथ में जुड़ें हुए संधारित्र दिये गये बिन्दुओं के लिए श्रेणीक्रम में कहलाते हैं। या श्रेणीक्रम संयोजन में प्रत्येक संधारित्र पर आवेश समान एवं बैटरी द्वारा दिये गये आवेश के बराबर होता है परन्तु इन पर विभवान्तर समान हो सकता है और नहीं भी।	(1) विद्युत परिपथ में एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक गमन करने पर दो या अधिक स्वतंत्र पथों में जुड़े हुए संधारित्र दिये गये बिन्दुओं के लिए समान्तर क्रम में कहलाते हैं। या समान्तर क्रम में संयोजन में प्रत्येक संधारित्र के सिरों पर विभवान्तर समान रहता है एवं आरोपित विभवान्तर के तुल्य होता है जबकि उन पर आवेश बराबर हो सकता है और नहीं भी।
(2) प्रत्येक संधारित्र पर आवेश समान रहता है, यह बैटरी द्वारा प्रदाय कुल आवेश के बराबर होता है $V = V_1 + V_2 + V_3$ 	(2) प्रत्येक संधारित्र पर विभवान्तर समान रहता है एवं यह बैटरी द्वारा आरोपित विभवान्तर के बराबर होता है $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$ 
(3) तुल्य धारिता $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$ या $C_{eq} = (C_1^{-1} + C_2^{-1} + C_3^{-1})^{-1}$	(3) तुल्य धारिता $C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$
(4) इस संयोजन में विभवान्तर एवं ऊर्जा का वितरण धारिता के व्युत्क्रमानुपात में होता है अर्थात् $V \propto \frac{1}{C}$ एवं $U \propto \frac{1}{C}$	(4) इस संयोजन में आवेश एवं ऊर्जा का वितरण धारिता के समानुपात में होता है $Q \propto C$ एवं $U \propto C$
(5) यदि दो संधारित्र C_1 एवं C_2 श्रेणीक्रम में जुड़े हैं तो तुल्य धारिता $\mathbf{C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} = \frac{\text{गुणा}}{\text{योग}}$ एवं संधारित्रों के सिरों पर विभवान्तर क्रमशः $V_1 = \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right).V$ एवं $V_2 = \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right).V$ यहाँ V बैटरी का विभवान्तर है।	(5) यदि दो संधारित्र C_1 व C_2 समानान्तर क्रम में जुड़े हुए हैं तब तुल्य धारिता $\mathbf{C_{eq} = C_1 + C_2}$, एवं संधारित्रों पर आवेश क्रमशः $Q_1 = \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right).Q$ एवं $Q_2 = \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right).Q$
(6) यदि C धारिता वाले n समरूप संधारित्र V विभवान्तर वाली बैटरी के सिरों पर श्रेणीक्रम में जुड़े हुए हैं तब तुल्य धारिता $C_{eq} = \frac{C}{n}$ एवं प्रत्येक संधारित्र के सिरों पर विभवान्तर $V' = \frac{V}{n}$	(6) यदि n समरूप संधारित्र समानान्तर क्रम में जुड़े है, तब तुल्य धारिता $C_{eq} = nC$ एवं प्रत्येक संधारित्र पर आवेश $Q' = \frac{Q}{n}$

दो संधारित्रों के बीच आवेश का पुर्नवितरण

जब एक आवेशित संधारित्र को एक निरावेशित संधारित्र से जोड़ते है, तब दोनों संधारित्रों पर विभवान्तर समान रखने के लिए आवेशों का वितरण होता है। इस प्रक्रिया में कुछ ऊर्जा उष्मा के रूप में नष्ट हो जाती है।



माना कि हमारे पास दो आवेशित संधारित्र C_1 एवं C_2 हैं। इन्हें आवेशित करके चित्रानुसार जोड़ देते है (एक संधारित्र की धन प्लेट दूसरे संधारित्र की धन प्लेट से जबकि एक संधारित्र की ऋण प्लेट दूसरे संधारित्र की ऋण प्लेट से)

अब संधारित्रों पर नए आवेश क्रमशः

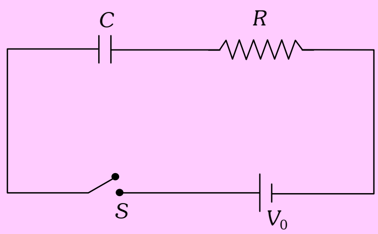
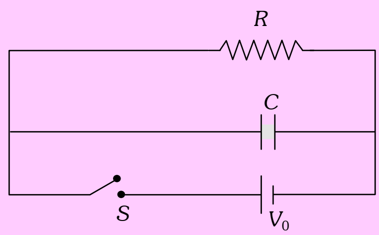
$$Q_1' = Q\left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right),\ Q_2' = Q\left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)$$

उभयनिष्ठ विभव $V = \dfrac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2}$ एवं ऊर्जा हानि $\Delta U = \dfrac{C_1C_2}{2(C_1 + C_2)}(V_1 - V_2)^2$

❑ यदि दो संधारित्रों C_1 व C_2 को क्रमशः V_1 व V_2 विभव तक आवेशित करने के बाद आपस में इस प्रकार जोड़ते हैं कि एक की धन प्लेट दूसरे की ऋण प्लेट से जुड़ी है तब उभयनिष्ठ विभव $V = \dfrac{Q_1 - Q_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{C_1V_1 - C_2V_2}{C_1 + C_2}$

प्रतिरोधक एवं संधारित्र युक्त परिपथ

(1) एक प्रतिरोधक को संधारित्र के साथ चित्रानुसार श्रेणीक्रम या समानान्तर क्रम में जोड़ा जा सकता है।

श्रेणी RC परिपथ	समान्तर RC परिपथ
	
इस संयोजन में संधारित्र आवेशित होने में अधिक समय लेता है।	इस संयोजन में संधारित्र की आवेशन प्रक्रिया प्रतिरोधक R से अप्रभावित रहती है।
प्रारम्भ में आवेशन धारा अधिकतम होती है, और यह समय के साथ कम होती जाती है और अन्त में शून्य हो जाती है।	प्रतिरोध और संधारित्र दोनों में से अलग-अलग धारा प्रवाहित होती है।

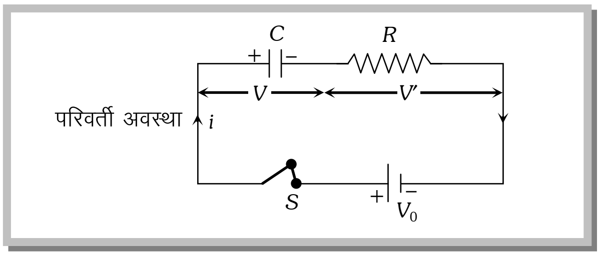
(2) RC परिपथ की स्थितियाँ

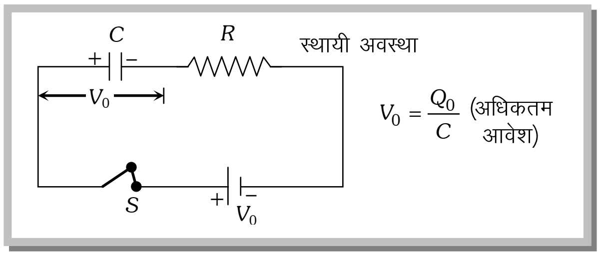
(i) प्रारम्भिक स्थिति : अर्थात् स्विच बन्द या खोलने के तुरन्त बाद की स्थिति।

(ii) परिवर्ती स्थिति : स्विच बन्द या खोलने के कुछ समय बाद की स्थिति।

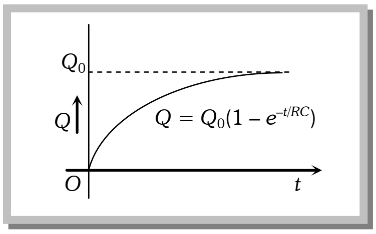
(iii) स्थाई स्थिति : अर्थात् स्विच बन्द या खोलने के काफी समय बाद की स्थिति।

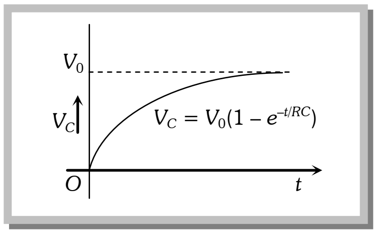
(3) श्रेणी RC परिपथ में संधारित्र का आवेशन एवं निरावेशन : श्रेणीक्रम RC परिपथ में (चित्रानुसार) (i) स्विच S को बंद करते ही संधारित्र आवेशित होने लगता है। इस परिवर्ती अवस्था में संधारित्र एवं प्रतिरोधक दोनों के सिरों पर विभवान्तर आरोपित होता है। जब संधारित्र पूर्णरूप से आवेशित हो जाता है (चित्र (ii)) तो सम्पूर्ण विभवान्तर संधारित्र के सिरों पर आरोपित होता है एवं प्रतिरोधक के सिरों पर कोई विभवान्तर नहीं होता है।



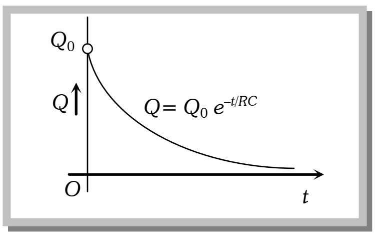


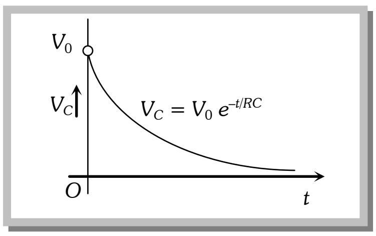
(i) आवेशन : परिवर्ती अवस्था में संधारित्र पर किसी क्षण आवेश $Q = Q_0\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$ एवं संधारित्र पर विभवान्तर $V = V_0\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$ द्वारा व्यक्त किया जाता है





(ii) निरावेशन : आवेशन के बाद यदि बैटरी को हटा दिया जाय एवं स्विच S को बंद कर दें (चित्रानुसार) तो संधारित्र निरावेशित होने लगता है। निरावेशन के समय संधारित्र पर किसी भी क्षण आवेश और विभवान्तर क्रमशः $Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$ एवं $V = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$ द्वारा व्यक्त किये जाते हैं।



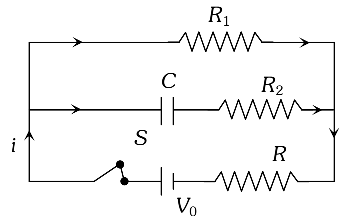


(iii) समय स्थिरांक या कालांक (τ) : राशि RC को परिपथ का कालांक या समय स्थिरांक कहते हैं, अर्थात् $\tau = RC$

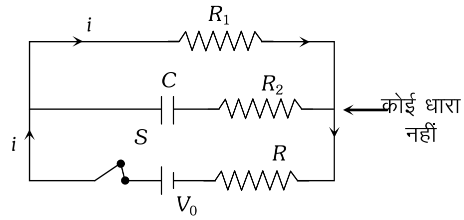
आवेशन में : समय स्थिरांक वह समय है जिसके दौरान संधारित्र पर आवेश का मान अधिकतम मान का 0.63 गुना (63%) हो जाता है। अर्थात् $t = \tau = RC$ पर, $Q = Q_0(1 - e^{-1}) = 0.639Q_0$ या

निरावेशन में : समय स्थिरांक वह समय है जिसके दौरान संधारित्र पर आवेश गिरकर प्रारम्भिक आवेश का 0.37 वाँ भाग (37%) रह जाता है अर्थात् $t = \tau = RC$ पर, $Q = Q_0\,(e^{-1}) = 0.37Q_0$

(iv) मिश्रित RC परिपथ : चित्रानुसार, जब स्विच S को बन्द करते हैं तो प्रतिरोध R_1 वाली शाखा एवं प्रतिरोध R_2 एवं संधारित्र C वाली शाखा में धारा प्रवाहित होती है (क्योंकि संधारित्र आवेशित हो रहा है।)



परिवर्ती स्थिति



स्थाई स्थिति

संधारित्र की स्थायी अवस्था (जब यह पूर्णतः आवेशित हो जाता है) में संधारित्र वाली शाखा से कोई धारा प्रवाहित नहीं होती है इसलिए R_1 में से प्रवाहित धारा $\frac{V_0}{(R_1+r)}$ है अतः R_1 के सिरों पर विभवान्तर $\frac{V_0}{(R_1+r)}R_1$ है। संधारित्र C के सिरों पर विभवान्तर वही होगा जो R_1 के सिरों पर है, अतः संधारित्र पर आवेश $Q = \frac{CV_0R_1}{(R_1+r)}$

Concepts

- *श्रेणीक्रम संयोजन में तुल्य धारिता का मान सबसे कम धारिता वाले संधारित्र की धारिता से भी कम होता है। उदाहरण के लिए यदि $3\mu F$ एवं $6\mu F$ के दो संधारित्र श्रेणीक्रम में जुड़े हैं तब तुल्य धारिता*

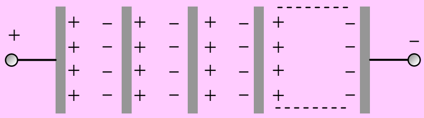
$$C_{eq} = \frac{3\times 6}{3+6} = 2\mu F$$ *जो ($3\mu F$) से कम है।*

- *समान्तर संयोजन में तुल्य धारिता का मान सबसे अधिक धारिता वाले संधारित्र की धारिता से भी अधिक होता है।*

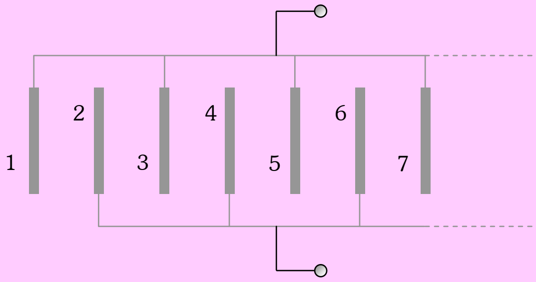
- *यदि n-प्लेटों को चित्रानुसार व्यवस्थित किया जाये तो (n – 1) संधारित्र बनते हैं जो श्रेणीक्रम में जुड़े हुए है। यदि प्रत्येक संधारित्र की धारिता $\frac{\varepsilon_0 A}{d}$ है तब*

तुल्य धारिता $C_{eq} = \frac{\varepsilon_0 A}{(n-1)d}$

इस व्यवस्था में केवल बाहरी दो प्लेटों को छोड़कर प्रत्येक प्लेट दो संलग्न संधारित्रों में उभयनिष्ठ है



- *यदि n एक समान प्लेटें इस प्रकार व्यवस्थित है कि सम क्रमांक वाली प्लेटें एक बिन्दु पर जुड़ी है एवं विषम क्रमांक वाली प्लेटें किसी दूसरे बिन्दु पर जुड़ी है तब इस व्यवस्था में (n – 1) संधारित्र बनते हैं, जो आपस में समान्तर क्रम में जुड़े हैं तब इस निकाय (व्यवस्था) की तुल्य धारिता $C' = (n-1)C$ जहाँ C = एक संधारित्र की धारिता* $= \frac{\varepsilon_0 A}{d}$



- *यदि n एक समान संधारित्र समान्तर क्रम में जुड़ें हैं एवं इन्हें V विभव तक आवेशित किया गया है। यदि इन्हें अलग–अलग करके श्रेणीक्रम में जोड़ दिया जाय तो इस निकाय के सिरों पर विभवान्तर nV होगा।*

विभिन्न विद्युत परिपथ

संधारित्रों से बने परिपथ की तुल्य धारिता ज्ञात करने के लिए निम्न दिशा-निर्देशों का अनुसरण करना चाहिए।

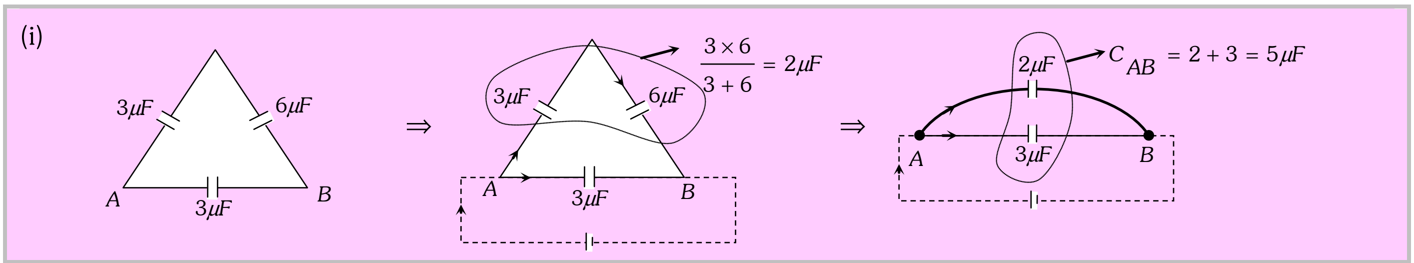
दिशा-निर्देश 1. उन दो बिन्दुओं को निर्धारित करें जिनके बीच तुल्य धारिता ज्ञात करनी है।

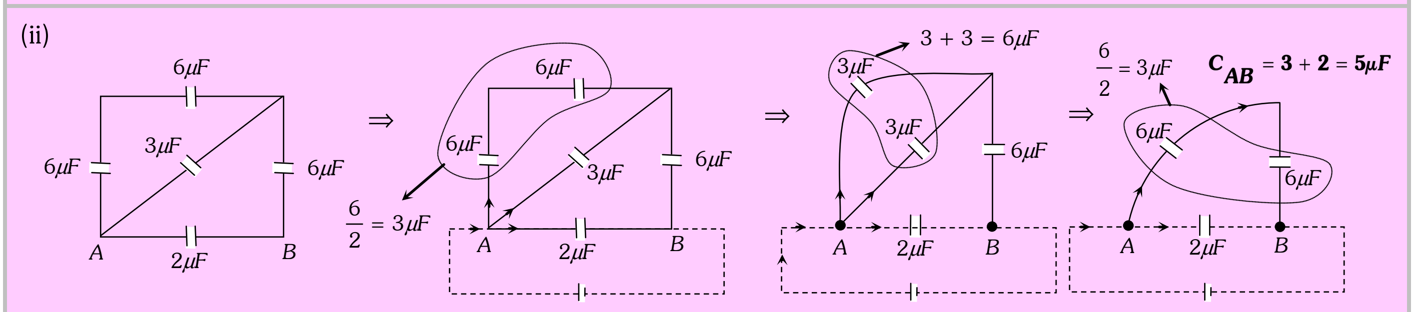
दिशा-निर्देश 2. दोनों बिन्दुओं के बीच बैटरी जोड़ें (कल्पना से)

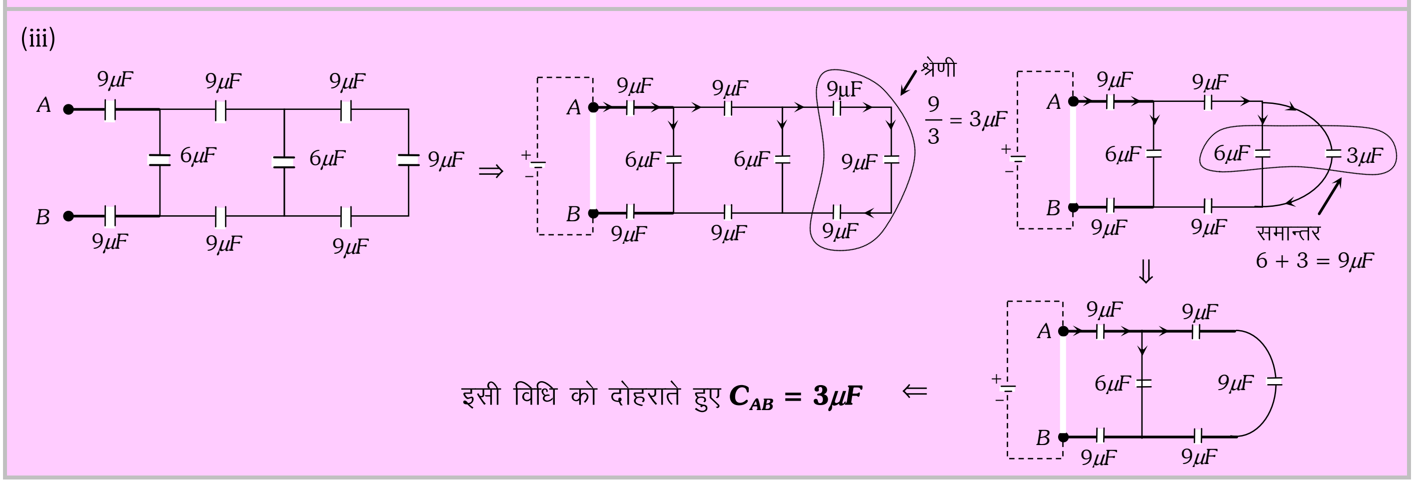
दिशा-निर्देश 3. उस बिन्दु से नेटवर्क को हल करें जो दिये गये बिन्दुओं से (जिनके बीच तुल्य धारिता ज्ञात करनी है) अधिकतम दूरी पर हो।

(1) सरल परिपथ

मान लीजिए कि दिये गये परिपथों में बिन्दु A व B के बीच तुल्य धारिता ज्ञात करनी है

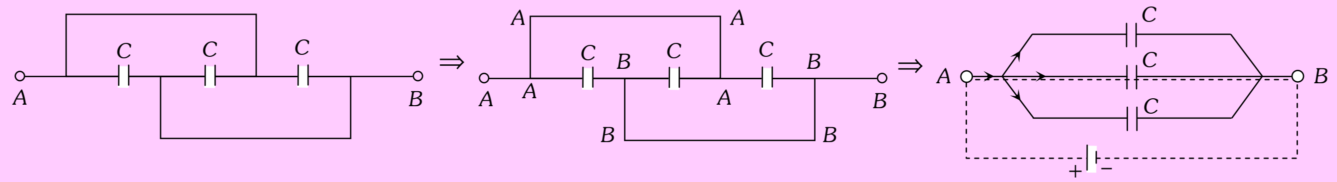






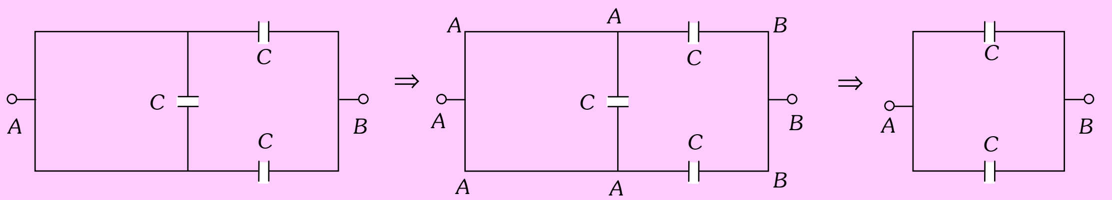
(2) परिपथ जिनमें अतिरिक्त तार जुड़ें हुए हों : यदि परिपथ की किसी शाखा में कोई संधारित्र न हो तो इस शाखा का प्रत्येक बिन्दु समान विभव पर होगा। मान लीजिए कि निम्न परिपथों में तुल्य धारिता ज्ञात करनी है

(i)



$C_{AB} = 3C$

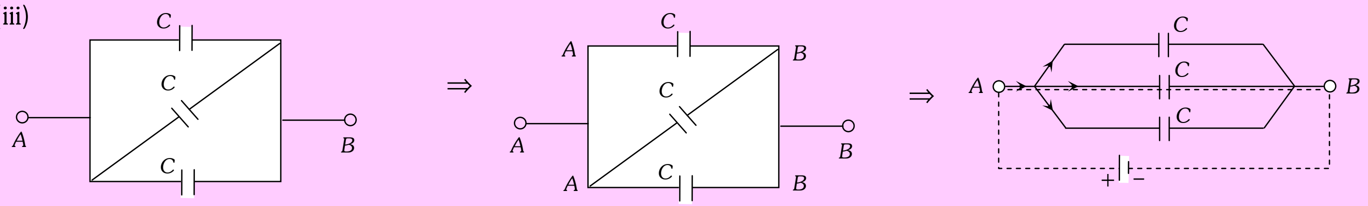
(ii)



ऊर्ध्वाधर शाखा में लगे संधारित्र C पर कोई विभवान्तर नहीं है इसलिए हटा देते हैं

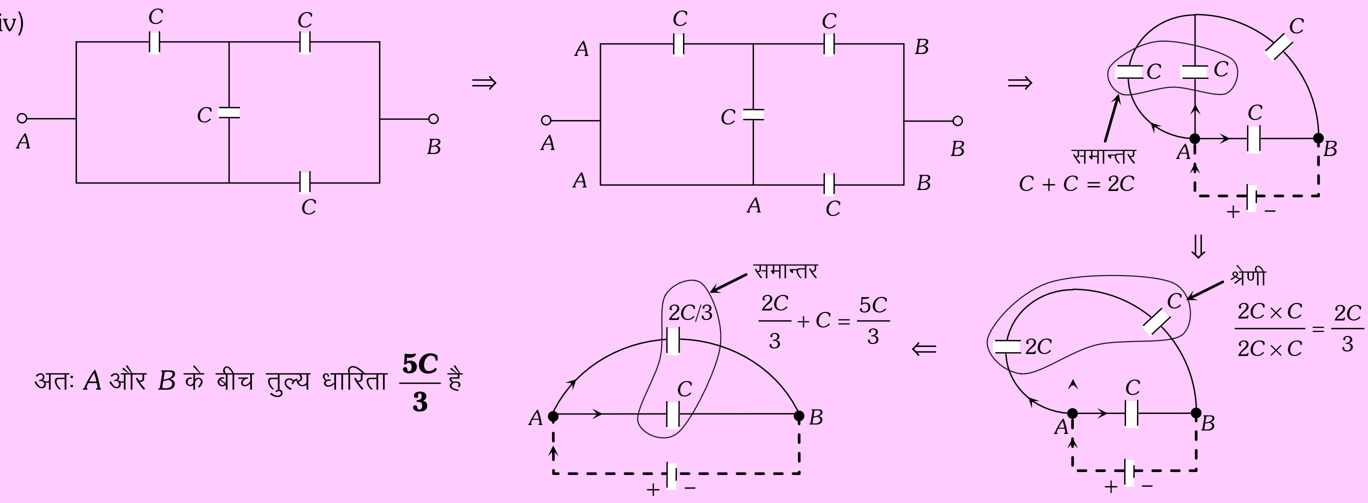
$C_{AB} = 2C$

(iii)



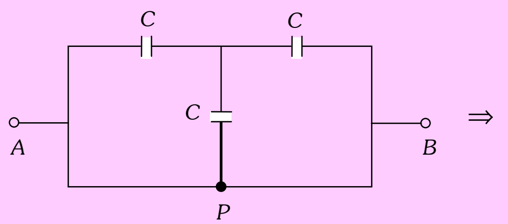
$C_{AB} = 3C$

(iv)



अतः A और B के बीच तुल्य धारिता $\mathbf{\frac{5C}{3}}$ है

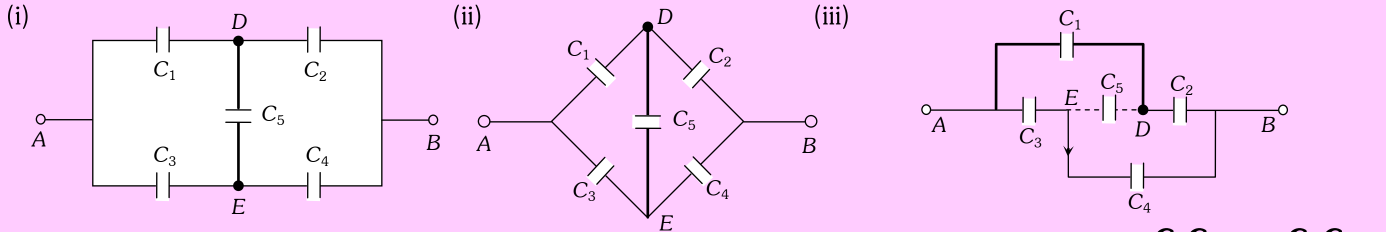
(v)



चूँकि शाखा APB में कोई संधारित्र नहीं है अतः बिन्दु A, P एवं B विद्युत रूप से एक ही बिन्दु हैं अर्थात् प्रवेश बिन्दु (Input point) तथा निकास बिन्दु सीधे जुड़े हुए हैं अर्थात् परिपथ लघुपथित है।

अतः सम्पूर्ण आवेश पथ APB से होकर जाएगा इसका अर्थ है कि परिपथ में जुड़ें संधारित्रों में आवेश का संचय नहीं होगा अर्थात् परिपथ की परिणामी धारिता शून्य होगी।

(3) **व्हीटस्टोन सेतु पर आधारित परिपथ** : यदि पाँच संधारित्र एक परिपथ में चित्रानुसार जुड़े हों तो परिपथ व्हीटस्टोन सेतु कहलाता है। यदि यह संतुलित है, तब $\frac{C_1}{C_2} = \frac{C_3}{C_4}$ तथा C_5 अर्थहीन हो जाता है इसे परिपथ से हटा देते हैं, तब तुल्य धारिता

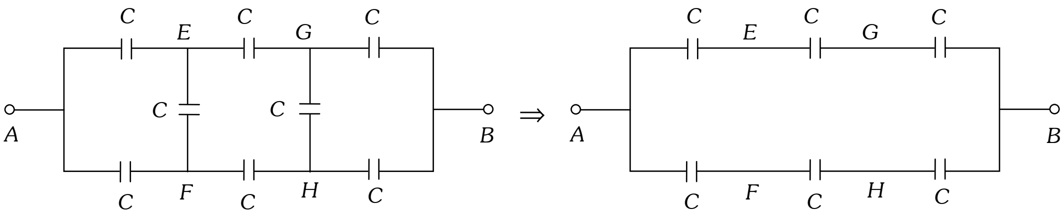


$$C_{AB} = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3C_4}{C_3 + C_4}$$

(4) **विस्तृत व्हीटस्टोन परिपथ** : नीचे दिया गया चित्र परस्पर जुड़ें दो व्हीटस्टोन सेतुओ को प्रदर्शित करता है। एक सेतु बिन्दुओं *AEGHFA* के मध्य तथ दूसरा सेतु *EGBHFE* के बीच जुड़ा है। यह परिपथ व्हीटस्टोन परिपथ का विस्तृत रूप है।

इसमें दो शाखाओं (Branches) *EF* और *GH* के बाँयी एवं दाँयी ओर धारिताओं के अनुपात में सममितता (Symmetry) है।

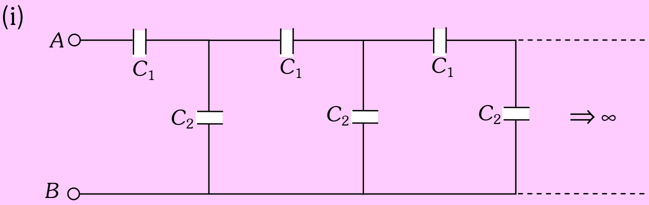
चित्र से, शाखाओं *AE* और *EG* में जुड़ें संधारित्रों की धारिताओं का अनुपात शाखाओं *AF* तथा *FH* में जुड़ें संधारित्रों की धारिताओं के अनुपात के बराबर है। अतः सेतु *AEGHFA* में से शाखा *EF* को हटाया जा सकता है। इसी प्रकार सेतु *EGBHFE* में से शाखा *GH* को हटाया जा सकता है।



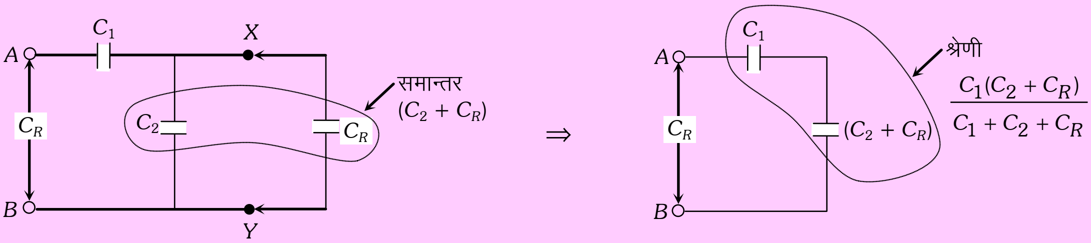
$$C_{AB} = \frac{2C}{3}$$

(5) **संधारित्रों की अनन्त श्रृंखला** : निम्न परिपथ में *A* एवं *B* के बीच तुल्य धारिता

(i)



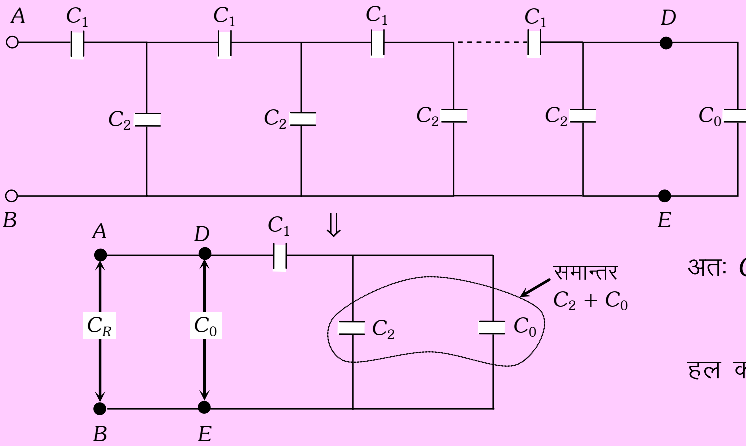
मान लीजिए *A* और *B* के बीच तुल्य धारिता C_R है। चूँकि नेटवर्क अनन्त है अतः यदि हम इसमें से संधारित्रों के एक युग्म को हटा दें तो भी शेष नेटवर्क, संधारित्रों की अनन्त श्रृंखला है अर्थात् *X* एवं *Y* के बीच भी प्रभावी धारिता C_R ही होगी



अतः *A* और *B* के बीच तुल्य धारिता

$$C_{AB} = \frac{C_1(C_2 + C_R)}{C_1 + C_2 + C_R} = C_R \quad \Rightarrow \quad C_{AB} = \frac{C_2}{2}\left[\sqrt{\left(1 + 4\frac{C_1}{C_2}\right)} - 1\right]$$

(ii) नीचे दिये गये परिपथ में C_0 का मान क्या होना चाहिए जिससे A और B के बीच तुल्य धारिता श्रृंखला में लगे संयोजनों (Sections) की संख्या पर निर्भर न करें।



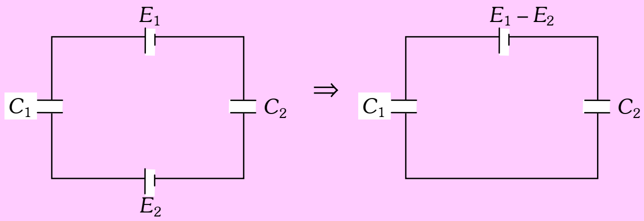
मान लीजिए A और B के बीच n संधारित्रों के n संयोजन जुड़ें हुए हैं एवं नेटवर्क C_0 पर समाप्त हो रहा है तथा नेटवर्क की तुल्य धारिता C_R है। अब यदि हम D और E के बीच एक संयोग और जोड़ दें (चित्रानुसार) तो नेटवर्क की तुल्य धारिता संयोगों की संख्या पर निर्भर नहीं करेगी जबकि D और E के बीच की तुल्य धारिता C_0 रहे

अतः $C_0 = \dfrac{C_1 \times (C_2 + C_0)}{C_1 + C_2 + C_0} \Rightarrow C_0^{\,2} + C_2C_0 - C_1C_2 = 0$

हल करने पर $\mathbf{C_0} = \dfrac{\mathbf{C_2}}{2}\left[\sqrt{\left(\mathbf{1 + 4\dfrac{C_1}{C_2}}\right)} - \mathbf{1}\right]$

(6) एक से अधिक सेल युक्त परिपथ

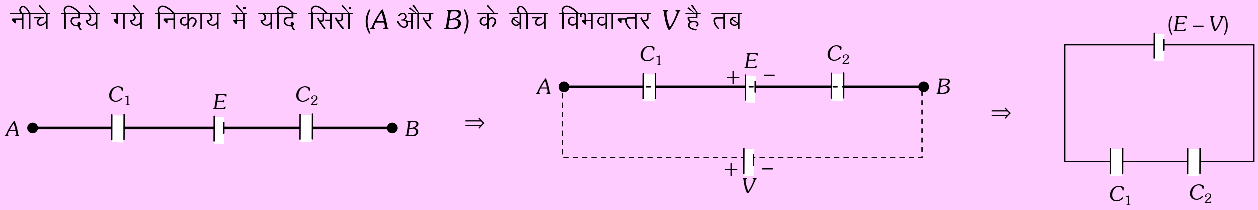
(i)



C_1 के सिरों पर विभवान्तर $= \left(\dfrac{C_2}{C_1 + C_2}\right)(E_1 - E_2)$ एवं

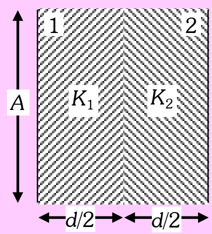
C_2 के सिरों पर विभवान्तर $= \left(\dfrac{C_1}{C_1 + C_2}\right)(E_1 - E_2)$

(ii) नीचे दिये गये निकाय में यदि सिरों (A और B) के बीच विभवान्तर V है तब



(7) **परावैद्युतांकों का संयोजन** : यदि विभिन्न परावैद्युत माध्यम चित्रानुसार समान्तर प्लेट संधारित्र में कई प्रकार से भरे हुए है

(i)

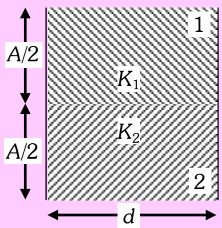


इस निकाय (संयोजन) को दो संधारित्रों C_1 व C_2 के श्रेणी क्रम संयोजन के तुल्य माना जा सकता है

$C_1 = \dfrac{K_1\varepsilon_0 A}{\frac{d}{2}}$, $C_2 = \dfrac{K_2\varepsilon_0 A}{\frac{d}{2}}$ एवं $\dfrac{1}{C_{eq}} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} \Rightarrow C_{eq} = \left(\dfrac{2K_1K_2}{K_1 + K_2}\right)\cdot\dfrac{\varepsilon_0 A}{d}$

$K_{eq} = \dfrac{2K_1K_2}{K_1 + K_2}$

(ii)



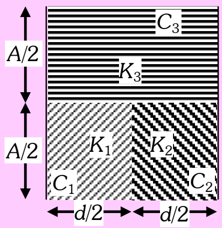
यह निकाय (संयोजन) दो संधारित्रों के समान्तर संयोजन के तुल्य है

$C_1 = \dfrac{K_1\varepsilon_0 A}{2d}$, $C_2 = \dfrac{K_2\varepsilon_0 A}{2d}$

अतः $C_{eq} = C_1 + C_2 \Rightarrow C_{eq} = \left(\dfrac{K_1 + K_2}{2}\right)\dfrac{\varepsilon_0 A}{d}$

$K_{eq} = \dfrac{K_1 + K_2}{2}$

(iii) इस निकाय में C_1 व C_2 श्रेणीक्रम में तथा ये दोनों C_3 के समान्तर क्रम में हैं



$$C_1 = \frac{K_1\varepsilon_0 \frac{A}{2}}{\frac{d}{2}} = \frac{K_1\varepsilon_0 A}{d}, \quad C_2 = \frac{K_1\varepsilon_0 \frac{A}{2}}{\frac{d}{2}} = \frac{K_2\varepsilon_0 A}{d} \text{ एवं } C_3 = \frac{K_3\varepsilon_0 \frac{A}{2}}{\frac{d}{2}} = \frac{K_3\varepsilon_0 A}{2d}$$

अतः $C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + C_3 = \frac{\frac{K_1\varepsilon_0 A}{d} \times \frac{K_2\varepsilon_0 A}{d}}{\frac{K_1\varepsilon_0 A}{d} + \frac{K_2\varepsilon_0 A}{d}} + \frac{K_3\varepsilon_0 A}{2d} \Rightarrow C_{eq} = \left(\frac{K_1K_2}{K_1+K_2} + \frac{K_3}{2}\right).\frac{\varepsilon_0 A}{d}$

$$K_{eq} = \left(\frac{K_3}{2} + \frac{K_1K_2}{K_1+K_2}\right)$$