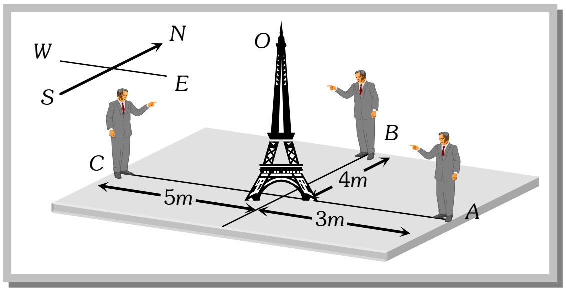
एक विमीय गति

स्थिति

कोई वस्तु बिन्दु O पर स्थित है तथा तीन प्रेक्षक इस वस्तु को तीन विभिन्न स्थानों से देख रहे हैं तो सभी तीनों प्रेक्षकों के बिन्दु O के बारे में विभिन्न प्रेक्षण होंगे। तथा कोई भी गलत नहीं होगा क्योंकि वे वस्तु को अपनी स्थितियों से देख रहे हैं।



प्रेक्षक 'A' कहता है : बिन्दु O पश्चिम दिशा में $3\ m$ दूर है।

प्रेक्षक 'B' कहता है : बिन्दु O दक्षिण दिशा में $4\ m$ दूर है।

प्रेक्षक 'C' कहता है : बिन्दु O पूर्व दिशा में $5\ m$ दूर है।

इस प्रकार किसी वस्तु की स्थिति दो कारकों द्वारा पूर्ण रूप से व्यक्त की जाती है। पहली प्रेक्षक से इसकी दूरी तथा दूसरी प्रेक्षक के सापेक्ष इसकी दिशा।

अतः किसी भी बिन्दु की स्थिति को, स्थिति सदिश से व्यक्त किया जाता है।

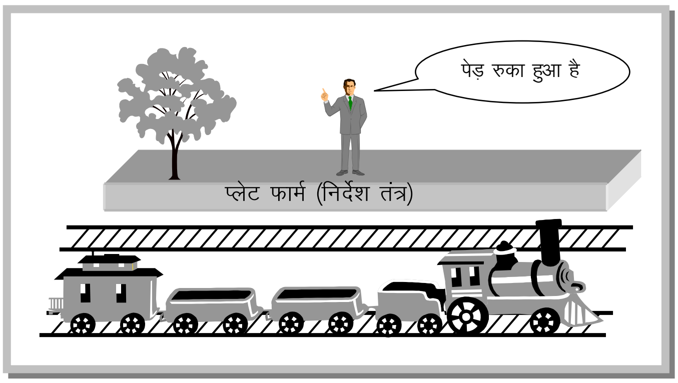
माना x,y तल में एक बिन्दु P है तथा इसके निर्देशांक (x, y) हैं। तो बिन्दु का स्थिति सदिश $(r) = x\hat{i} + y\hat{j}$ होगा तथा यदि बिन्दु आकाश में स्थित हो और इसके निर्देशांक (x, y, z) हो तो इसका स्थिति सदिश $r = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ से व्यक्त किया जा सकता है।

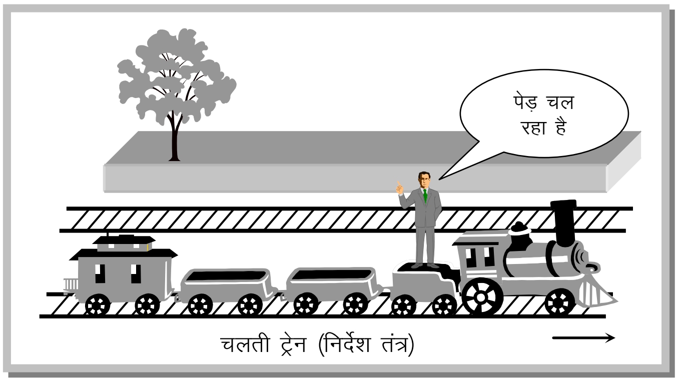
विराम तथा गति

यदि कोई वस्तु समय के गुजरने पर दिए गए निर्देश तंत्र के सापेक्ष अपनी स्थिति नहीं बदलती तो यह विराम में कही जाती है। तथा यदि कोई वस्तु समय के साथ निर्देश तंत्र के सापेक्ष अपनी स्थिति बदलती है तो यह गति में कही जाती है।

निर्देश तंत्र : प्लेटफार्म पर खड़ा व्यक्ति, प्लेटफार्म पर स्थित किसी पेड़ को विराम अवस्था में पाता है। लेकिन वही यात्री जब स्टेशन से गुजरती हुई रेलगाड़ी से पेड़ को देखता है तो उसे गत्यावस्था में पाता है। दोनों ही स्थितियों में प्रेक्षक सही है लेकिन प्रेक्षण भिन्न है क्योंकि प्रथम स्थिति में प्रेक्षक प्लेटफार्म पर है जो कि एक रुका हुआ निर्देश तंत्र है। तथा दूसरी स्थिति में प्रेक्षक गतिमान रेलगाड़ी में है जो एक गतिमान निर्देश तंत्र है।

अतः विराम तथा गति सापेक्ष पद हैं। जो कि निर्देश तंत्र पर निर्भर करते हैं।





गति के प्रकार

एकविमीय गति	द्विविमीय गति	त्रिविमीय गति
सरल रेखा में गति एकविमीय गति कहलाती है।	समतल में गति द्विविमीय गति कहलाती है।	आकाश में गति त्रिविमीय गति कहलाती है।

जब किसी वस्तु की स्थिति का केवल एक निर्देशांक ही समय के साथ परिवर्तित होता है तो वस्तु एक विमीय रूप से गतिमान कहलाती है।	जब किसी वस्तु की स्थिति के दो निर्देशांक समय के साथ परिवर्तित होते हैं तो वस्तु द्विविमीय रूप से गतिमान कहलाती है।	जब किसी वस्तु की स्थिति के तीनों निर्देशांक समय के साथ परिवर्तित होते हैं तो वस्तु त्रिविमीय रूप से गतिमान कहलाती है।
उदाहरणः सीधी सड़क पर कार की गति, मुक्त रूप से गिरती वस्तु की गति।	उदाहरणः वृत्तीय मार्ग पर कार की गति, बिलियर्ड गेंद की गति।	उदाहरणः उड़ती पतंग की गति, उड़ते हुये कीट की गति।

कण या बिन्दु द्रव्यमान

पदार्थ का सबसे सूक्ष्म भाग जिसकी विमाएँ शून्य हों तथा जिसे द्रव्यमान तथा स्थिति से अभिव्यक्त किया जा सके कण कहलाता है।

यदि वस्तु का आकार इसकी गति की परास की तुलना में नगण्य हो तो इसे कण कहते हैं।

एक वस्तु (कणों का समूह) को कण कहा जाना, गति के प्रकार पर निर्भर करता है। उदाहरण के लिए सूर्य के चारों ओर ग्रहों की गति में, विभिन्न ग्रह कण माने जा सकते हैं।

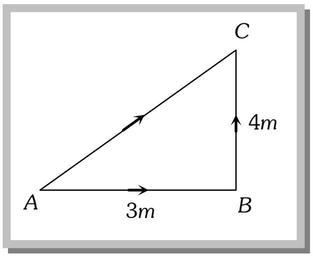
उपरोक्त अवधारणानुसार में जब हम किसी वस्तु को कण मानते हैं तो वस्तु के सभी भागों में विस्थापन, वेग तथा त्वरण समान होता है।

दूरी तथा विस्थापन

(1) दूरी : दिए गये समय अन्तराल में गतिमान कण द्वारा तय किये गये वास्तविक पथ की लम्बाई को दूरी कहते हैं।

(i) यदि कोई कण बिन्दु A से प्रारम्भ होकर, B तक तथा तत्पश्चात् बिन्दु C तक पहुँचता है

तो कण द्वारा चली गई दूरी $= AB + BC = 7\,m$



(ii) दूरी एक अदिश राशि है।

(iii) विमाएँ : $[M^0L^1T^0]$

(iv) इकाई : मीटर (S.I.)

(2) विस्थापन : स्थिति सदिश में परिवर्तन को विस्थापन कहते हैं। अर्थात् प्रारम्भिक तथा अंतिम स्थिति को जोड़ने वाली सरल रेखा की लम्बाई विस्थापन कहलाती है।

(i) विस्थापन सदिश राशि है।

(ii) विमाएँ : $[M^0L^1T^0]$

(iii) इकाई : मीटर (S.I.)

(iv) उपरोक्त चित्र में कण का विस्थापन $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$

$$\Rightarrow |AC| = \sqrt{(AB)^2 + (BC)^2 + 2(AB)(BC)\cos 90^\circ} = 5m$$

(v) यदि $S_1, S_2, S_3 .... S_n$ किसी वस्तु के विस्थापन हों तो कुल विस्थापन, अलग–अलग विस्थापनों का सदिश योग होगा। $S = S_1 + S_2 + S_3 + ... + S_n$

(3) दूरी तथा विस्थापन के बीच तुलना

(i) विस्थापन का परिमाण, दो स्थितियों के बीच न्यूनतम संभव दूरी के बराबर होता है।

अतः दूरी $\geq$ |विस्थापन|

(ii) गतिमान कण के लिए, दूरी कभी ऋणात्मक या शून्य नहीं हो सकती जबकि विस्थापन शून्य हो सकता है।

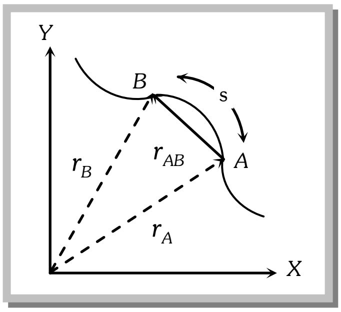
(शून्य विस्थापन का अर्थ है कि वस्तु गति के बाद अपनी प्रारम्भिक स्थिति तक वापस आ चुकी है)

अर्थात् दूरी > 0 लेकिन विस्थापन $> = $ या < 0

(iii) दो बिन्दुओं के मध्य गति के लिए विस्थापन अद्वितीय फलन है जबकि दूरी वास्तविक पथ पर निर्भर करती है तथा इसके कई मान हो सकते हैं।

(iv) गतिमान कण के लिए दूरी समय के साथ कभी घट नहीं सकती जबकि विस्थापन समय के साथ घट सकता है। समय के साथ विस्थापन के घटने का अर्थ है कि वस्तु प्रारम्भिक बिन्दु की ओर गतिमान है।

(v) सामान्यतः विस्थापन का परिमाण, दूरी के बराबर नहीं होता है। फिर भी यदि गति सरल रेखा के अनुदिश दिशा अपरिवर्तित रहते हुए, होती है तो विस्थापन का परिमाण दूरी के बराबर हो सकता है।



(vi) यदि r_A तथा r_B कण की प्रारम्भिक तथा अन्तिम स्थिति के स्थिति सदिश है,

तो कण का विस्थापन

$$r_{AB} = r_B - r_A$$

तथा यदि कण पथ APB से गति करता है तो चली गई दूरी S होगी।

Problem 1. एक व्यक्ति $10m$ उत्तर की ओर फिर $20m$ पूर्व की ओर जाता है तो विस्थापन होगा

[KCET (Med.) 1999; JIPMER 1999; AFMC 2003]

(a) $22.5m$ (b) $25m$ (c) $25.5m$ (d) $30m$

Solution : (a) यदि हम पूर्व को $x-$अक्ष तथा उत्तर को $y-$अक्ष पर लें तो विस्थापन $= 20\hat{i} + 10\hat{j}$

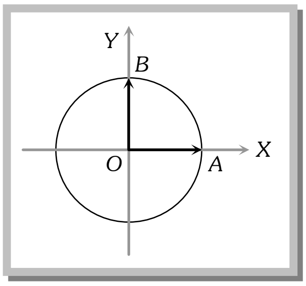
अतः विस्थापन का परिमाण $= \sqrt{20^2 + 10^2} = 10\sqrt{5} = 22.5\ m.$

Problem 2. एक वस्तु r त्रिज्या के वृत में एक चौथाई वृतीय चाप पर चलती है। चली गई दूरी तथा विस्थापन का परिमाण क्रमशः होंगे

(a) $\frac{\pi r}{2}, r\sqrt{2}$ (b) $\frac{\pi r}{4}, r$ (c) $\pi r, \frac{r}{\sqrt{2}}$ (d) $\pi r, r$

Solution : (a) माना कण A से प्रारम्भ होता है। इसका स्थिति सदिश $r_{OA} = r\hat{i}$

एक–चौथाई गति के बाद स्थिति सदिश $r_{OB} = r\,\hat{j}$



अतः विस्थापन $= r\hat{j} - r\hat{i}$

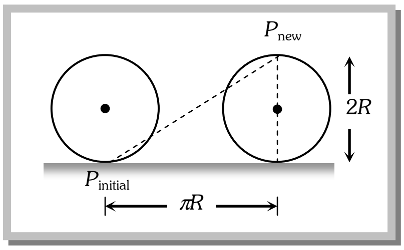
विस्थापन का परिमाण $= r\sqrt{2}$

तथा दूरी = एक चौथाई परिधि $= \frac{2\pi r}{4} = \frac{\pi r}{2}$

Problem 3. प्रारम्भ में जमीन के सम्पर्क में स्थित पहिये के किसी बिन्दु का विस्थापन क्या होगा जब पहिया आगे की ओर आधा चक्कर लगा ले (पहिये की त्रिज्या R है)

(a) $\frac{R}{\sqrt{\pi^2 + 4}}$ (b) $R\sqrt{\pi^2 + 4}$

(c) $2\pi R$ (d) πR



Solution : (b) अर्द्ध चक्र में पहिये द्वारा चली क्षैतिज दूरी $= \pi R$

अतः उस बिन्दु का विस्थापन जो कि प्रारम्भ में जमीन के सम्पर्क में था, $= \sqrt{(\pi R)^2 + (2R)^2}$

$= R\sqrt{\pi^2 + 4}$

चाल तथा वेग

(1) **चाल :** समय के साथ तय की गई दूरी की दर को चाल कहते हैं।

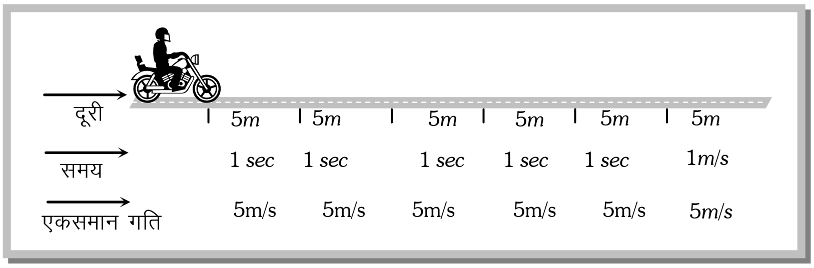
(i) यह एक अदिश राशि है इसका प्रतीक υ है।

(ii) विमाएँ : $[M^0LT^{-1}]$

(iii) इकाई : मीटर/सैकण्ड (S.I.), सेमी/सैकण्ड (C.G.S.)

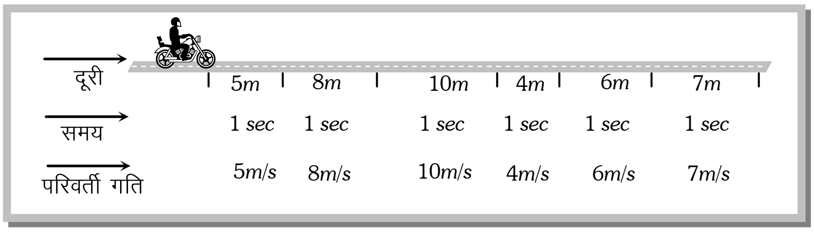
(iv) चाल के प्रकार

(a) एकसमान चाल : जब कोई कण समान समय अन्तराल में (चाहे अन्तराल कितना भी छोटा क्यों न हो) समान दूरी तय करता है तो इसकी चाल एकसमान चाल कहलाती है। दिये गये चित्र में एक मोटर साईकिल सवार समान दूरी (= 5m) प्रत्येक सैकण्ड में चलता है। अतः हम कह सकते हैं कि कण 5 m/s की एकसमान चाल से चल रहा है।



(b) असमान (परिवर्ती) चाल : जब कोई कण समान समय अन्तराल में असमान दूरी तय करता है तो इसकी चाल असमान या परिवर्ती चाल कहलाती है। दिये गये चित्र में मोटर सायकल सवार प्रथम सैकण्ड में 5m, द्वितीय सैकण्ड में 8m, तीसरे सैकण्ड में 10m, चौथे सैकण्ड में 4m, आदि दूरियाँ तय करता है।

अतः इसकी चाल, प्रत्येक एक सैकण्ड के लिए भिन्न है। इसका अर्थ है कि कण असमान चाल से गतिमान है।



(c) औसत चाल : दिये गये समय अन्तराल में चली गई कुल दूरी तथा कुल समय के अनुपात को औसत चाल कहते हैं।

$$\text{औसत चाल} = \frac{\text{चली गई कुल दूरी}}{\text{लिया गया समय}} \quad ; \quad \upsilon_{av} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

❑ समय, औसत चाल : जब कोई कण भिन्न–भिन्न समयांतरालों $t_1, t_2, t_3, \ldots$ में भिन्न–भिन्न चालों क्रमशः $\upsilon_1, \upsilon_2, \upsilon_3, \ldots$ से चलता है तो यात्रा के सम्पूर्ण समय हेतु इसकी औसत चाल ''समय औसत चाल'' कहलाती है।

$$\upsilon_{av} = \frac{\text{कुल तय दूरी}}{\text{कुल लगा समय}} = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + \ldots\ldots}{t_1 + t_2 + t_3 + \ldots\ldots} = \frac{\upsilon_1 t_1 + \upsilon_2 t_2 + \upsilon_3 t_3 + \ldots\ldots}{t_1 + t_2 + t_3 + \ldots\ldots}$$

विशेष स्थिति : जब कण अपनी कुल यात्रा के आधे समय तक υ_1 चाल से तथा शेष आधे समय तक υ_2 चाल से गति करता है तो $\upsilon_{av} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2}$

❑ दूरी औसत चाल : जब कोई कण भिन्न भिन्न दूरियाँ $d_1, d_2, d_3....$ क्रमशः $v_1, v_2, v_3.....$ चाल से तय करता है, तो यात्रा की संपूर्ण दूरी हेतु इसकी औसत चाल "दूरी औसत चाल" कहलाती है।

$$v_{av} = \frac{\text{तय की गई कुल दूरी}}{\text{कुल समय}} = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + ...}{t_1 + t_2 + t_3 + ...} = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + ...}{\frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2} + \frac{d_3}{v_3} + ...}$$

❑ जब कण पहली आधी दूरी v_1 चाल से तथा दूसरी आधी दूरी v_2 चाल से तय करता है तो

$$v_{av} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

❑ जब कण प्रथम एक–तिहाई दूरी v_1 चाल से, अगली एक–तिहाई दूरी v_2 चाल से तथा अन्तिम एक–तिहाई दूरी v_3 चाल से तय करता है तो

$$v_{av} = \frac{3v_1 v_2 v_3}{v_1 v_2 + v_2 v_3 + v_3 v_1}$$

(d) तात्क्षणिक चाल : यह किसी कण की, किसी विशेष क्षण पर चाल होती है। जब हम "चाल" कहते हैं तो इसका सामान्य अर्थ तात्क्षणिक चाल से ही होता है।

तात्क्षणिक चाल, बहुत सूक्ष्म समय अन्तराल (अर्थात् $\Delta t \to 0$) के लिए औसत चाल होती है। अतः

तात्क्षणिक चाल $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$

(2) **वेग** : स्थिति में परिवर्तन की दर अर्थात् समय के साथ विस्थापन की दर को वेग कहते हैं।

(i) यह एक सदिश राशि है इसका प्रतीक $\vec{v}$ है।

(ii) विमाएँ : $[M^0L^1T^{-1}]$

(iii) इकाई : मीटर/सैकण्ड (S.I.), सेमी/सैकण्ड (C.G.S.)

(iv) वेग के प्रकार

(a) एकसमान वेग : एक कण एकसमान वेग से गतिमान कहा जाता है यदि इसका परिमाण तथा दिशा दोनों ही समान रहें। यह केवल तभी सम्भव है जब कण एक सरल रेखा पर एक ही दिशा में गतिमान हो।

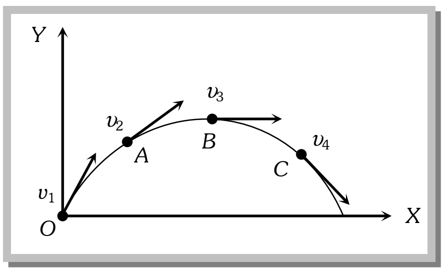
(b) असमान वेग : एक कण असमान वेग में गतिमान कहा जाता है, यदि या तो इसकी दिशा या परिमाण परिवर्तित हों (या दोनों परिवर्तित हो).

(c) औसत वेग : यह कुल विस्थापन का कुल समय के साथ अनुपात होता है।

$$\text{औसत वेग} = \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}}; \quad v_{av} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

(d) तात्क्षणिक वेग : किसी निश्चित क्षण पर समय के सापेक्ष किसी कण की स्थिति में परिवर्तन की दर तात्क्षणिक वेग कहलाती है।

तात्क्षणिक वेग $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$



(v) तात्क्षणिक चाल तथा तात्क्षणिक वेग में तुलना

(a) तात्क्षणिक वेग हमेशा, कण द्वारा तय किये गये पथ पर स्पर्शरेखीय होता है।

जब एक पत्थर बिन्दु 'O' से फेंका जाता है तो प्रक्षेपण बिन्दु पर कण का तात्क्षणिक वेग $\vec{v_1}$ है, बिन्दु A पर पत्थर का तात्क्षणिक वेग $\vec{v_2}$ है इसी प्रकार बिन्दु B तथा C पर क्रमशः $\vec{v_3}$ तथा $\vec{v_4}$ हैं।

इन वेगों की दिशा प्रक्षेप्य पथ पर दिये गये बिन्दु पर स्पर्शरेखा खींच कर ज्ञात की जा सकती है।

(b) ऐसा सम्भव है कि किसी कण की तात्क्षणिक चाल नियत हो परन्तु तात्क्षणिक वेग परिवर्ती हो।

उदाहरण : जब कोई कण किसी वृत्त पर एकसमान वृत्तीय गति करता है तो इसकी चाल नियत रहती है परन्तु वेग परिवर्तित प्रत्येक क्षण होता रहता है।

(c) तात्क्षणिक वेग का परिमाण, तात्क्षणिक चाल के बराबर होता है।

(d) यदि कोई कण नियत वेग से गतिमान है तथा इसका औसत वेग तथा तात्क्षणिक वेग हमेशा समान होंगे।

(e) यदि विस्थापन, समय का फलन है तो विस्थापन का समय के साथ अवकलज वेग होगा

माना विस्थापन $x = A_0 - A_1 t + A_2 t^2$

तात्क्षणिक वेग $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A_0 - A_1 t + A_2 t^2)$

$$v = -A_1 + 2A_2 t$$

t के दिये गये मान के लिए, हम तात्क्षणिक वेग ज्ञात कर सकते हैं।

उदाहरण के लिए $t = 0$ के लिए, तात्क्षणिक वेग $v = -A_1$ तथा तात्क्षणिक चाल $|v| = A_1$

(vi) औसत चाल तथा औसत वेग में तुलना

(a) औसत चाल एक अदिश राशि है जबकि औसत वेग सदिश। दोनों के मात्रक तथा विमाएँ $[LT^{-1}]$ समान होते हैं।

(b) औसत चाल या वेग उस समय अन्तराल पर निर्भर करते हैं जिसमें यह परिभाषित हो।

(c) दिये गये समय अन्तराल के लिए औसत वेग एकमानी फलन है जबकि औसत चाल के कई मान हो सकते हैं जो तय किये गये पथ पर निर्भर करते हैं।

(d) यदि वस्तु गति के बाद अपनी प्रारम्भिक स्थिति में लौट आती है तो $v_{av} = 0$ (चूँकि $\Delta r = 0$) लेकिन $v_{av} > 0$ तथा नियत (चूँकि $\Delta s > 0$)।

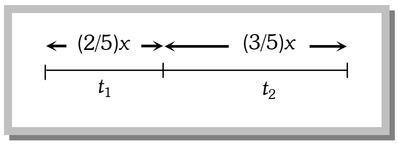
(e) गतिमान वस्तु के लिए औसत चाल कभी ऋणात्मक या शून्य नहीं हो सकती (जबतक कि $t \to \infty$) जबकि औसत चाल ऋणात्मक या शून्य हो सकती है। अर्थात् $v_{av} > 0$ जबकि $v_{av} =$ या < 0

Problem 4. यदि एक कार कुल दूरी की 2/5भाग v_1 चाल से तथा 3/5 भाग v_2 चाल से तय करती है तो औसत चाल है

[MP PMT 2003]

(a) $\frac{1}{2}\sqrt{v_1 v_2}$ (b) $\frac{v_1 + v_2}{2}$ (c) $\frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$ (d) $\frac{5v_1 v_2}{3v_1 + 2v_2}$

Solution : (d) औसत चाल $= \frac{\text{कुल चली गई दूरी}}{\text{कुल लिया गया समय}} = \frac{x}{t_1 + t_2}$



$$= \frac{x}{\frac{(2/5)x}{v_1} + \frac{(3/5)x}{v_2}} = \frac{5v_1 v_2}{2v_2 + 3v_1}$$

Problem 5. एक कार प्रारम्भिक स्थिति से त्वरित होती है तथा अपनी प्रारम्भिक स्थिति पर वापस आ जाती है तो

(a) वेग शून्य परन्तु चाल बढ़ती है (b) चाल शून्य परन्तु वेग बढ़ता है

(c) चाल तथा वेग दोनों बढ़ते हैं (d) चाल तथा वेग दोनों घटते हैं

Solution : (a) चूँकि कुल विस्थापन = 0

अतः वेग = 0 ; परन्तु चाल बढ़ेगी।

❑ $\frac{|\text{औसत वेग}|}{|\text{औसत चाल}|} \le 1 \Rightarrow |\text{औसत चाल}| \ge |\text{औसत वेग}|$

Problem 6. एक व्यक्ति अपने घर से 2.5 *km* दूर स्थित बाजार की ओर सीधी सड़क पर 5 *km/h* की चाल से चलता है। बाजार बन्द देखकर वह तुरन्त 7.5 *km/h* की चाल से घर वापस आता है। समयान्तराल 0 से 40 मिनट के बीच व्यक्ति की औसत चाल होगी [AMU (Med.) 2002]

(a) 5 *km/h* (b) $\frac{25}{4}$ *km/h* (c) $\frac{30}{4}$ *km/h* (d) $\frac{45}{8}$ *km/h*

Solution : (d) बाजार तक जाने में लगा समय $= \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2} hr = 30$ मिनट

चूँकि हमें समयअन्तराल $0-40$ मिनट के बीच औसत चाल ज्ञात करना है। अतः गति के लिए विचारणीय अतिरिक्त समय 10 मिनट है।

अतः शेष 10 मिनिट में चली गई दूरी $= 7.5 \times \frac{10}{60} = 1.25 km.$

अतः औसत चाल $= \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}} = \frac{(2.5+1.25)\,km}{(40/60)\,hr.} = \frac{45}{8} km/hr$.

Problem 7. सम्बन्ध $3t = \sqrt{3x} + 6$; किसी दिशा में एक कण के विस्थापन को दर्शाता है, जहाँ x मीटर में तथा t सैकण्ड में हैं। जब वेग शून्य हो तो कण का विस्थापन है [CPMT 2000]

(a) 24 मीटर (b) 12 मीटर (c) 5 मीटर (d) शून्य

Solution : (d) $3t = \sqrt{3x} + 6 \Rightarrow \sqrt{3x} = (3t-6) \Rightarrow 3x = (3t-6)^2 \Rightarrow x = 3t^2 - 12t + 12$

$\therefore v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(3t^2 - 12t + 12) = 6t - 12$

यदि वेग = 0 तो $6t - 12 = 0 \Rightarrow t = 2$ सैकण्ड

अतः $t = 2$ पर, $x = 3(2)^2 - 12\,(2) + 12 = 0$ मीटर

Problem 8. किसी कण की गति समीकरण $x = a + bt^2$ से दर्शायी जाती है, जहाँ $a = 15\,cm$ तथा $b = 3\,cm$ समय $3 sec$ पर इसका तात्क्षणिक वेग होगा [AMU (Med.) 2000]

(a) 36 *cm/sec* (b) 18 *cm/sec* (c) 16 *cm/sec* (d) 32 *cm/sec*

Solution : (b) $x = a + bt^2 \qquad \therefore v = \frac{dx}{dt} = 0 + 2bt$

$t = 3$ सैकण्ड पर, $v = 2 \times 3 \times 3 = 18 cm/sec$ (चूँकि $b = 3cm$)

Problem 9. किसी रेलगाड़ी की चाल पहले एक घण्टे के लिए 60 *km/h* है तथा अगले आधे घण्टे के लिए 40 *km/h* है, तो इसकी औसत चाल *km/h* में है [JIPMER 1999]

(a) 50 (b) 53.33 (c) 48 (d) 70

Solution : (b) कुल चली गई दूरी $= 60 \times 1 + 40 \times \frac{1}{2} = 80\,km$ तथा कुल लिया गया समय $= 1\,hr + \frac{1}{2} hr = \frac{3}{2} hr$

$\therefore$ औसत चाल $= \frac{80}{3/2} = 53.33\ km/h$

Problem 10. एक व्यक्ति अपनी यात्रा की आधी दूरी v_1 चाल से तथा शेष आधी दूरी v_2 चाल से तय करता है। तो व्यक्ति की औसत चाल होगी [RPET 1993; MP PMT 2001]

(a) $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$ (b) $v = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$ (c) $v = \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2}$ (d) $v = \sqrt{v_1 v_2}$

Solution : (b) इस प्रश्न में कुल दूरी दो बराबर भागों में विभाजित है। अतः

$$v_{av} = \frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{v_1} + \frac{d_2}{v_2}} = \frac{\frac{d}{2} + \frac{d}{2}}{\frac{d/2}{v_1} + \frac{d/2}{v_2}} \Rightarrow v_{av} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

Problem 11. एक कार सीधी सड़क पर एक–तिहाई दूरी 20 *km/hr* की चाल से तथा शेष दूरी 60 *km/hr* की चाल से चलती है तो औसत चाल है [MP PMT 1999; CPMT 2002]

(a) 40 *km/hr* (b) 80 *km/hr* (c) $46\frac{2}{3}$ *km/hr* (d) 36 *km/hr*

Solution : (d) माना तय की गई कुल दूरी $= x$ तथा कुल लिया गया समय $= t_1 + t_2 = \frac{x/3}{20} + \frac{2x/3}{60}$

$$\therefore \text{ औसत चाल } = \frac{x}{\frac{(1/3)x}{20} + \frac{(2/3)x}{60}} = \frac{1}{\frac{1}{60} + \frac{2}{180}} = 36 km/hr$$

त्वरण

किसी वस्तु के वेग में परिवर्तन की समय दर उसका त्वरण कहलाती है।

(1) यह एक सदिश राशि है। इसकी दिशा वेग परिवर्तन की दिशा होती है (वेग की दिशा नहीं)

(2) वेग परिवर्तन की सम्भव तीन स्थितियाँ

जब केवल वेग की दिशा परिवर्तित हो	जब केवल वेग का परिमाण परिवर्तित हो	जब वेग के परिमाण तथा दिशा दोनों परिवर्तित हो
त्वरण वेग के लम्बवत् होता है	त्वरण वेग के समान्तर या प्रति समान्तर होता है	त्वरण के दो घटक होंगे, एक वेग के लम्बवत् तथा अन्य वेग के समान्तर या प्रतिसमान्तर होगा
उदाहरण: एकसमान वृतीय गति	उदाहरण: गुरुत्व के अधीन गति	उदाहरण: प्रक्षेप्य गति

(3) **विमाएँ** : $[M^0L^1T^{-2}]$

(4) **इकाई** : मीटर/सैकण्ड^2 (S.I.); सेमी/सैकण्ड^2 (C.G.S.)

(5) **त्वरण के प्रकार**

(i) एकसमान त्वरण : यदि कण की गति के दोरान, त्वरण का परिमाण व दिशा नियत रहे तो कण का त्वरण एकसमान त्वरण एवं इसकी गति एकसमान त्वरित गति कहलाती है।

- ❑ यदि एक कण, एकसमान त्वरण से गतिमान है तो इसका अर्थ यह नहीं है कि कण सरल रेखा पर गतिमान है। उदाहरण: प्रक्षेप्य गति।

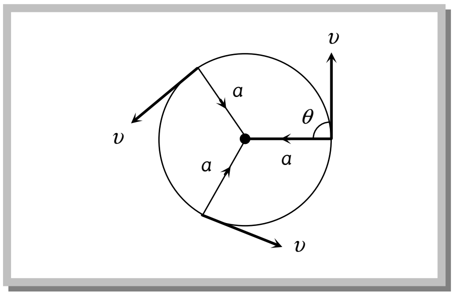
(ii) परिवर्ती त्वरण : यदि गति के दौरान कण के त्वरण का परिमाण या दिशा या दोनों परिवर्तित होते हैं तो इसका त्वरण परिवर्ती त्वरण कहलाता है।

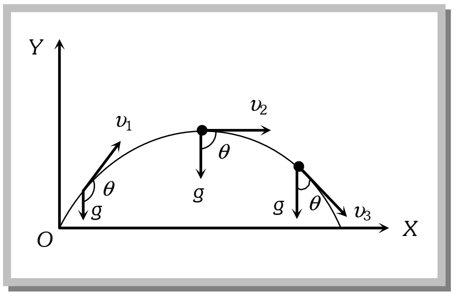
(iii) औसत त्वरण : $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$

औसत त्वरण सदिश की दिशा, वेग सदिश, परिवर्तन की दिशा में होती है। चूँकि $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

(iv) तात्क्षणिक त्वरण = $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$

(v) गतिमान वस्तु के तात्क्षणिक वेग तथा त्वरण की दिशा में कोई सम्बन्ध नहीं होता।





उदाहरण : (a) एकसमान वृत्तीय गति में हमेशा $\theta = 90°$

(b) प्रक्षेप्य गति में, प्रक्षेप्य पथ के प्रत्येक बिन्दु पर θ परिवर्ती होता है।

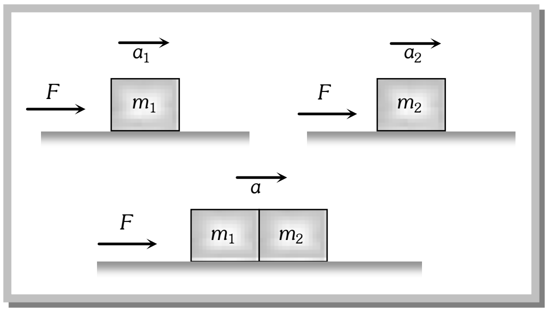
(vi) m द्रव्यमान के किसी कण पर यदि $\vec{F}$ बल कार्य करता है तो न्यूटन के द्वितीय नियम से, त्वरण $a = \frac{F}{m}$

(vii) परिभाषा से, $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ $\left[\text{चूँकि } \vec{v} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}\right]$

अर्थात यदि x, समय का फलन हो, तो विस्थापन का द्वितीय अवकलज त्वरण होगा।

(viii) यदि वेग, स्थिति का फलन हो तो श्रृंखला नियम से $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \times \frac{dx}{dt} = v.\frac{dv}{dx}$ $\left[\text{चूँकि } v = \frac{dx}{dt}\right]$

(ix) यदि किसी कण को t_1 समय के लिए a_1 त्वरण से तथा t_2 समय के लिए a_2 त्वरण से त्वरित किया जाये तो औसत त्वरण $a_{av} = \frac{a_1 t_1 + a_2 t_2}{t_1 + t_2}$



(x) यदि दो विभिन्न द्रव्यमान m_1 और m_2 की वस्तुओं पर अलग–अलग समान बल लगाया जाये तो इनमें क्रमशः a_1 और a_2 त्वरण उत्पन्न होता है। अब इन वस्तुओं को एक साथ जोड़ दिया जाये और एक संयुक्त निकाय बनायें तथा इस निकाय पर उतना ही बल लगाया जाये ताकि इसमें उत्पन्न त्वरण 'a' हो तो

$$F = (m_1 + m_2)a \Rightarrow \frac{F}{a} = \frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2}$$

अतः, $\frac{1}{a} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \Rightarrow a = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2}$

(xi) त्वरण धनात्मक, शून्य तथा ऋणात्मक हो सकता है। धनात्मक त्वरण का अर्थ है कि वेग समय के साथ बढ़ रहा है। शून्य त्वरण का अर्थ है कि वेग नियत है जबकि ऋणात्मक त्वरण (मंदन) का अर्थ है कि वेग समय के साथ घट रहा है।

(xii) गुरुत्व के अधीन गति में, त्वरण 'g', के बराबर होता है। जहाँ g गुरुत्वीय त्वरण है इसका सामान्य मान 9.8 m/s^2 या 980 cm/s^2 या 32 $feet/s^2$ है।

Problem 12. सरल रेखीय पथ पर गतिमान एक कण का विस्थापन $s = 2t^2 + 2t + 4$ से दिया जाता है जहाँ s मीटर में तथा t सैकण्ड में है। कण का त्वरण है [CPMT 2001]

(a) 2 m/s^2 (b) 4 m/s^2 (c) 6 m/s^2 (d) 8 m/s^2

Solution : (b) दिया है $s = 2t^2 + 2t + 4$ $\therefore$ वेग $(v) = \frac{ds}{dt} = 4t + 2$ तथा त्वरण $(a) = \frac{dv}{dt} = 4(1) + 0 = 4m/s^2$

Problem 13. कण की स्थिति x समय t के साथ समीकरण $x = at^2 - bt^3$ के अनुसार परिवर्तित होती है। कण का त्वरण समय t पर शून्य है तो t का मान है [CBSE PMT 1997; BHU 1999; DPMT 2000; KCET (Med.) 2000]

(a) $\frac{a}{b}$ (b) $\frac{2a}{3b}$ (c) $\frac{a}{3b}$ (d) शून्य

Solution : (c) दिया है $x = at^2 - bt^3$ $\therefore$ वेग $(v) = \frac{dx}{dt} = 2at - 3bt^2$ तथा त्वरण $(a) = \frac{dv}{dt} = 2a - 6bt.$

जब त्वरण $= 0 \Rightarrow 2a - 6bt = 0 \Rightarrow t = \frac{2a}{6b} = \frac{a}{3b}$

Problem 14. किसी कण का विस्थापन $y = a + bt + ct^2 - dt^4$ से दिया जाता है। इसके प्रारम्भिक वेग तथा त्वरण होंगे [CPMT 1999, 2003]

(a) $b, -4d$ (b) $-b, 2c$ (c) $b, 2c$ (d) $2c, -4d$

Solution : (c) दिया है $y = a + bt + ct^2 - dt^4$ $\therefore v = \frac{dy}{dt} = 0 + b + 2ct - 4dt^3$

$t = 0$ रखने पर, $v_{\text{प्रारंभिक}} = b$

अतः प्रारंभिक वेग $= b$

अब त्वरण $(a) = \frac{dv}{dt} = 0 + 2c - 12dt^2$

$t = 0$ रखने पर, $a_{\text{प्रारंभिक}} = 2c$

Problem 15. समय 't' तथा दूरी x के बीच सम्बन्ध $t = \alpha x^2 + \beta x$ है, जहाँ α तथा β नियतांक है। तो मंदन होगा (यदि v वेग हो) [NCERT 1982]

(a) $2\alpha v^3$ (b) $2\beta v^3$ (c) $2\alpha\beta v^3$ (d) $2\beta^2 v^3$

Solution : (a) समय का दूरी के सापेक्ष अवकलन करने पर, $\frac{dt}{dx} = 2\alpha x + \beta \Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2\alpha x + \beta}$

अतः त्वरण $(a) = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}.\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx} = \frac{-v.2\alpha}{(2\alpha x + \beta)^2} = -2\alpha.v.v^2 = -2\alpha v^3$

Problem 16. यदि कण का विस्थापन समय के वर्ग के समानुपाती हो तो कण गतिमान है [RPET 1999]

(a) एकसमान त्वरण से (b) परिवर्ती त्वरण से
(c) एकसमान वेग से (d) परिवर्ती त्वरण लेकिन एकसमान वेग से

Solution : (a) दिया है $x \propto t^2$ या $x = Kt^2$ (जहाँ K= नियतांक)

वेग $(v) = \frac{dx}{dt} = 2Kt$ तथा त्वरण $(a) = \frac{dv}{dt} = 2K$

स्पष्ट है कि वेग, समय पर निर्भर कर रहा है जबकि त्वरण, समय पर निर्भर नहीं कर रहा है।
अतः हम कह सकते हैं कि कण एकसमान त्वरण से परन्तु परिवर्ती वेग से गतिमान है।

Problem 17. एक कण 5 m/s वेग से पूर्व की ओर गतिमान है 10 सैकण्ड में इसका वेग परिवर्तित होकर उत्तर की ओर 5 m/s हो जाता है। तो इस समयान्तराल में कण का औसत त्वरण है [IIT-JEE 1982]

(a) शून्य (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ m/s^2 उत्तर–पश्चिम की ओर

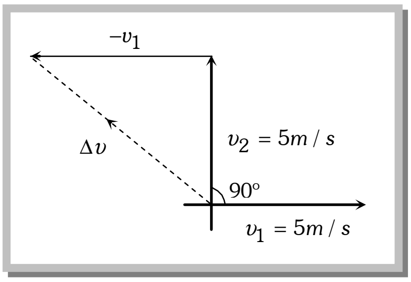
(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ m/s^2 उत्तर–पूर्व की ओर (d) $\frac{1}{2}$ m/s^2 उत्तर–पश्चिम की ओर

Solution : (b) $\Delta v = v_2 - v_1$

$\Delta v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos 90^o} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$

$\Delta v = 5\sqrt{2}$

औसत त्वरण $= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{1}{\sqrt{2}}\ m/s^2$ उत्तर पश्चिम की ओर (चित्र से स्पष्ट)



Problem 18. एक कण मूलबिन्दु से x-अक्ष की ओर इस प्रकार गतिमान है कि किसी क्षण इसका वेग सूत्र $(4t^3 - 2t)$ द्वारा प्रदर्शित होता है, यहाँ t-सैकण्ड में एवं v मीटर/सैकण्ड में है। जब कण मूलबिन्दु से $2m$ दूर है, तब इसका त्वरण है [IIT-JEE 1982]

(a) $28\ m/s^2$ (b) $22\ m/s^2$ (c) $12\ m/s^2$ (d) $10\ m/s^2$

Solution : (b) दिया है, $v = 4t^3 - 2t$

$x = \int v\,dt$, $x = t^4 - t^2 + C$, at $t = 0, x = 0 \Rightarrow C = 0$

जब कण मूलबिन्दु से $2m$ दूर है,

$2 = t^4 - t^2 \Rightarrow t^4 - t^2 - 2 = 0 \Rightarrow (t^2 - 2)(t^2 + 1) = 0 \Rightarrow t = \sqrt{2}\ sec$

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(4t^3 - 2t) = 12t^2 - 2 \Rightarrow a = 12t^2 - 2$

$t = \sqrt{2}\ sec$ पर $\Rightarrow a = 12 \times (\sqrt{2})^2 - 2 \Rightarrow a = 22\ m/s^2$

Problem 19. 10 kg द्रव्यमान की एक वस्तु नियत वेग 10 m/s से गतिमान है। जब इस पर 4 सैकण्ड के लिए नियत बल लगाया जाता है तो यह विपरीत दिशा में 2 m/sec के वेग से गतिमान हो जाती है। इसमें उत्पन्न त्वरण होगा [MP PET 1997]

(a) $3\ m/s^2$ (b) $-3\ m/s^2$ (c) $0.3\ m/s^2$ (d) $-0.3\ m/s^2$

Solution : (b) माना कण पूर्व की ओर गतिमान है इस पर नियत बल लगाने पर यह पश्चिम की ओर गतिमान हो जाता है।

$v_1 = +10\ m/s$ तथा $v_2 = -2\ m/s$. त्वरण $= \frac{\text{वेग में परिवर्तन}}{\text{समय}} = \frac{\vec{v_2} - \vec{v_1}}{t}$

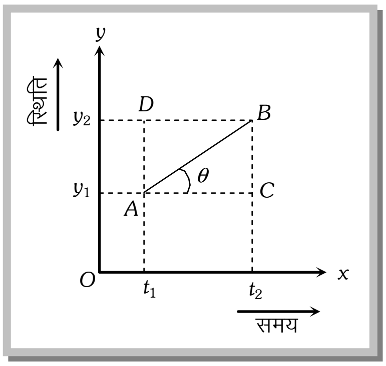
$\Rightarrow a = \frac{(-2) - (10)}{4} = \frac{-12}{4} = -3\ m/s^2$

स्थिति-समय ग्राफ

गति के दौरान कण के चर (u, v, a, r) समय के साथ परिवर्तित होते हैं। यह ग्राफ पर प्रदर्शित किया जा सकता है।

स्थिति-समय ग्राफ में हम x-अक्ष पर समय (t) तथा y-अक्ष पर कण की स्थिति लेते हैं।

माना किसी गतिमान कण के लिए स्थिति–समय ग्राफ AB है, तब



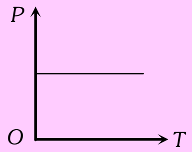
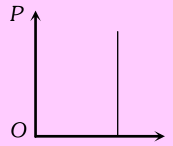
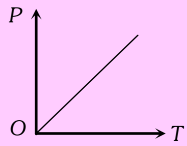
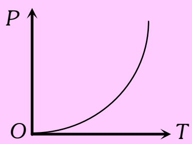
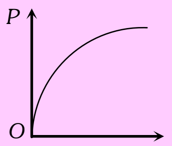
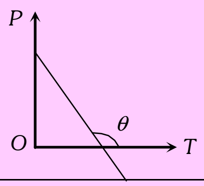
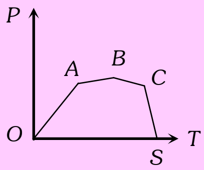
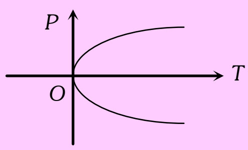
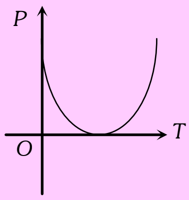
$$\text{वेग} = \frac{\text{स्थिति में परिवर्तन}}{\text{लिया गया समय}} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} \quad \text{...(i)}$$

त्रिभुज ABC से, $\tan\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{AD}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}$ ....(ii)

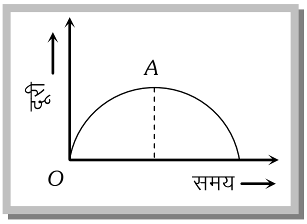
समीकरण (i) व (ii) की तुलना करने पर, वेग $v = \tan\theta$

स्पष्ट है कि स्थिति-समय ग्राफ की प्रवणता कण के वेग को प्रदर्शित करती है।

विभिन्न स्थिति-समय ग्राफ तथा उनकी व्याख्या

	$\theta = 0^\circ$ अतः $v = 0$ अर्थात समय अक्ष के समान्तर रेखा कण की विराम स्थिति को प्रदर्शित करती है।
	$\theta = 90^\circ$ अतः $v = \infty$ अर्थात समय अक्ष के लम्बवत रेखा यह प्रदर्शित करती है कि कण की स्थिति परिवर्तित हो रही है परन्तु समय नहीं। इसका अर्थ है कि कण का वेग अनन्त होगा। व्यवहारिक रूप में यह सम्भव नहीं है।
	$\theta =$ नियतांक अतः $v =$ नियतांक, $a = 0$ अर्थात् नियत ढाल की रेखा कण के एकसमान वेग को दर्शाती है।
	θ घट रहा है अतः v भी बढ़ रहा है, 'a' धनात्मक है। अर्थात् स्थिति अक्ष की ओर झुकने वाली रेखा कण के बढ़ते वेग को प्रदर्शित करती है। इसका अर्थ यह है कि कण त्वरित हो रहा है।
	θ बढ़ रहा है अतः v भी घट रहा है, a ऋणात्मक है। अर्थात् समय अक्ष की ओर झुकने वाली रेखा कण के घटते वेग को प्रदर्शित करती है। इसका अर्थ यह है कि कण मंदित हो रहा है।
	θ नियतांक है परन्तु $> 90^\circ$ अतः v नियत लेकिन ऋणात्मक होगा। अर्थात् ऋणात्मक ढाल की रेखा यह प्रदर्शित करती है कि कण निर्देश बिन्दु की ओर लौटता है। (ऋणात्मक विस्थापन)
	विभिन्न ढालों के सरल रेखीय खण्ड यह प्रदर्शित करते हैं कि एक निश्चित समय अन्तराल बाद कण का वेग परिवर्तित हो जाता है।
	यह ग्राफ यह प्रदर्शित करता है कि किसी क्षण पर कण की दो स्थितियाँ हैं जो कि सम्भव नहीं है।
	यह ग्राफ यह प्रदर्शित करता है कि कण प्रारम्भ में मूल बिन्दु की ओर आता है तथा फिर यह मूल बिन्दु से दूर जाता है।

- यदि दूरी तथा समय के बीच ग्राफ खींचा जाये तो यह हमेशा बढ़ता हुआ वक्र होता है तथा यह कभी भी वापस मूल बिन्दु पर वापस नहीं आ सकता क्योंकि समय के साथ दूरी कभी नहीं घटती। अतः इस प्रकार का दूरी समय ग्राफ केवल बिन्दु A तक ही सत्य है। बिन्दु A के बाद यह सत्य नहीं है।



- दो कणों के लिए विस्थापन–समय ग्राफ की ढ़ाल क्रमशः θ_1 और θ_2 है तथा इनके वेग क्रमशः v_1 तथा v_2 है तो $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}$

Problem 20. किसी निश्चित समय पर x-अक्ष के अनुदिश गतिमान कण की स्थिति नीचे दी गई है

t (s)	0	1	2	3
x (m)	– 2	0	6	16

कण की गति है [AMU (Engg.) 2001]

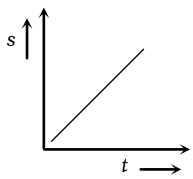
(a) एकसमान, त्वरित (b) एकसमान मंदित

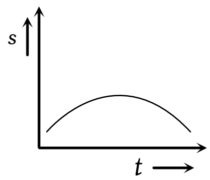
(c) असमान, त्वरित (d) सूचना अपर्याप्त है

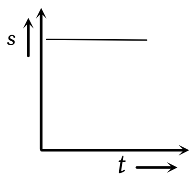
Solution : (a) तात्क्षणिक वेग $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, दिये गये आँकड़ो से,

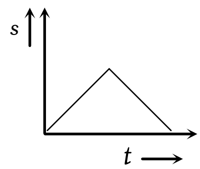
$v_1 = \frac{0-(-2)}{1} = 2m/s$, $v_2 = \frac{6-0}{1} = 6m/s$ तथा $v_3 = \frac{16-6}{1} = 10\,m/s$ अर्थात् चाल नियत दर से बढ़ रही है अतः गति एकसमान त्वरित गति होगी।

Problem 21. निम्न में से कौनसा ग्राफ एकसमान गति को प्रदर्शित करता है। [DCE 1999]

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

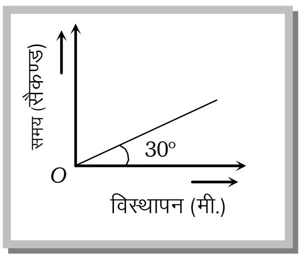
Solution : (a) दूरी–समय ग्राफ एक नियत ढाल वाली सरल रेखा है। अतः गति एकसमान होगी।

Problem 22. दो कणों A तथा B के लिये विस्थापन–समय ग्राफ समय अक्ष से 30° तथा 60° कोण पर झुकी दो सरल रेखाएँ हैं तो वेगों का अनुपात $v_A : v_B$ होगा [CPMT 1990; MP PET 1999; MP PET 2001]

(a) 1 : 2 (b) $1 : \sqrt{3}$ (c) $\sqrt{3} : 1$ (d) 1 : 3

Solution : (d) $v = \tan\theta$ अतः विस्थापन ग्राफ से $\frac{v_A}{v_B} = \frac{\tan 30^\circ}{\tan 60^\circ} = \frac{1/\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$

Problem 23. निम्न विस्थापन समय ग्राफ से गतिमान वस्तु का वेग ज्ञात करें



(a) $\frac{1}{\sqrt{3}}\ m/s$

(b) 3 m/s

(c) $\sqrt{3}\ m/s$

(d) $\frac{1}{3}$

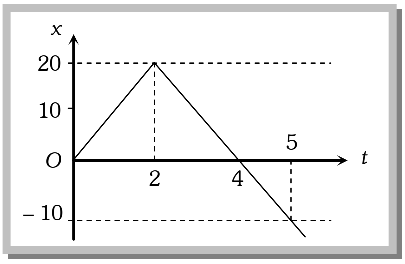
Solution : (c) देखते ही आप $v = \tan\theta$ लगायेंगें तथा $v = \tan 30^o = \frac{1}{\sqrt{3}}\ m/s$

लेकिन यह गलत है क्योंकि सूत्र $v = \tan\theta$ में θ समय अक्ष के साथ मापा जाता है।

यहाँ कोण विस्थापन अक्ष से दिया है अतः समय अक्ष से कोण $= 90^o - 30^o = 60^o$

अब $v = \tan 60^o = \sqrt{3}$

Problem 24. निम्न चित्र में गतिमान कण के लिए विस्थापन–समय ग्राफ एक सरल रेखा है। समय अन्तराल $t = 0, t = 5$ के लिए औसत वेग है



(a) 0

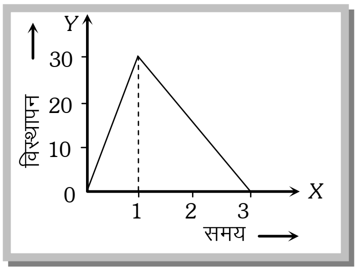
(b) $6\ ms^{-1}$

(c) $-2\ ms^{-1}$

(d) $2\ ms^{-1}$

Solution : (c) औसत वेग $= \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}} = \frac{(20)+(-20)+(-10)}{5} = -2\ m/s$

Problem 25. निम्न चित्र में किसी वस्तु का विस्थापन समय वक्र दिया गया है। प्रथम तथा अगले दो सेकण्डों में वस्तु की चालों का अनुपात है



(a) 1 : 2

(b) 1 : 3

(c) 3 : 1

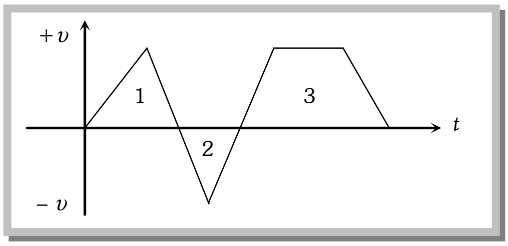
(d) 2 : 1

Solution: (d) प्रथम सैकण्ड में चाल = 30, अगले दो सैकण्डों में चाल = 15, अतः अनुपात = 2 : 1

वेग-समय ग्राफ

x-अक्ष के अनुदिश समय t लेकर तथा y-अक्ष पर वेग लेकर वेग समय ग्राफ खींचा जाता है।

दूरी तथा विस्थापन : वेग समय ग्राफ तथा समय अक्ष के बीच घिरा क्षेत्रफल विस्थापन तथा दूरी को दिये गये समय अन्तराल में प्रदर्शित करता है तो



कुल दूरी $= |A_1| + |A_2| + |A_3|$

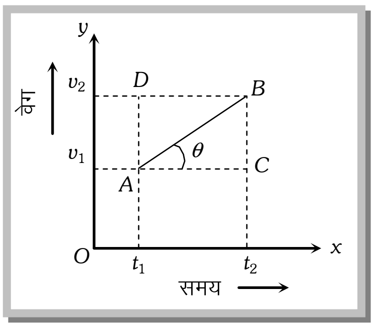
= विभिन्न क्षेत्रफलों के मापांकों का योग अर्थात् $s = \int |v|\, dt$

कुल विस्थापन $= A_1 + A_2 + A_3$

= चिह्नों को ध्यान में रखते हुये विभिन्न क्षेत्रफलों का योग अर्थात् $r = \int v\, dt$

यहाँ A_1 तथा A_2 क्रमशः त्रिभुज 1 तथा 2 के क्षेत्रफल हैं तथा A_3 समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल है।

त्वरण : माना AB किसी गतिमान कण के लिए वेग–समय ग्राफ है



$$\text{त्वरण} = \frac{\text{वेग में परिवर्तन}}{\text{लिया गया समय}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad ....(i)$$

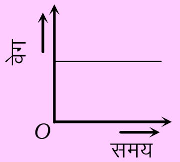
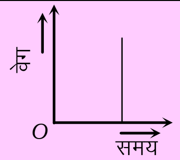
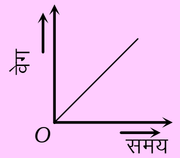
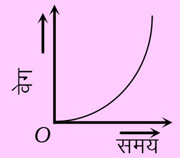
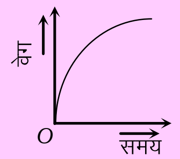
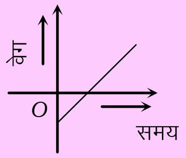
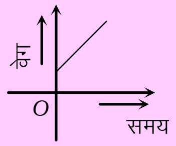
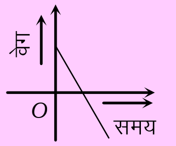
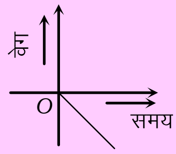
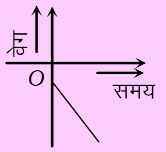
त्रिभुज ABC से, $\tan\theta = \frac{BC}{AC} = \frac{AD}{AC} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad ....(ii)$

समीकरण (i) तथा (ii) की तुलना करने पर

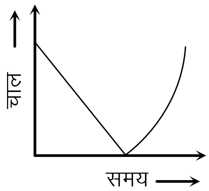
त्वरण $(a) = \tan\theta$

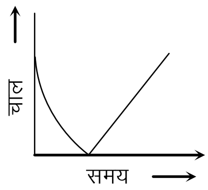
स्पष्ट है कि वेग–समय ग्राफ की प्रवणता कण के त्वरण को प्रदर्शित करता है।

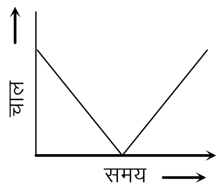
विभिन्न वेग-समय ग्राफ तथा उनकी व्याख्या

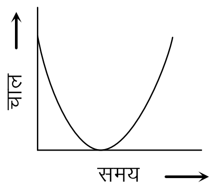
	$\theta = 0, a = 0, v =$ नियत अर्थात् समय अक्ष के समान्तर रेखा यह प्रदर्शित करती है कि कण का वेग नियत है।
	$\theta = 90^\circ, a = \infty, \ v =$ बढ़ रहा है, अर्थात् समय अक्ष के लम्बवत रेखा यह प्रदर्शित करती है कि कण का वेग बढ़ रहा है परन्तु समय परिवर्तित नहीं हो रहा है। इसका अर्थ यह है कि कण का त्वरण अनन्त है। व्यवहारिक रूप में यह सम्भव नहीं है।
	$\theta =$ नियतांक, अतः $a =$ नियतांक तथा v समय के साथ एकसमान रूप से बढ़ रहा है। अर्थात् नियत ढाल की रेखा कण के एकसमान त्वरण को प्रदर्शित करती है।
	θ बढ़ रहा है अतः त्वरण बढ़ रहा है। अर्थात् वेग अक्ष की ओर झुकी रेखा वस्तु में बढ़ते त्वरण को प्रदर्शित करती है।
	θ घट रहा है अतः त्वरण घट रहा है। अर्थात् समय अक्ष की ओर झुकी रेखा वस्तु में घटते त्वरण को प्रदर्शित करती है।
	धनात्मक नियत त्वरण क्योंकि θ नियत है तथा $< 90^\circ$ लेकिन कण का प्रारम्भिक वेग ऋणात्मक है।
	धनात्मक नियत त्वरण क्योंकि θ नियत है तथा $< 90^\circ$ लेकिन कण का प्रारम्भिक वेग धनात्मक है।
	ऋणात्मक नियत त्वरण क्योंकि θ नियत तथा $> 90^\circ$ परन्तु कण का प्रारम्भिक वेग धनात्मक है।
	ऋणात्मक नियत त्वरण क्योंकि θ नियत है तथा $> 90^\circ$ परन्तु कण का प्रारम्भिक वेग शून्य है।
	ऋणात्मक नियत त्वरण क्योंकि θ नियत है। तथा $> 90^\circ$ लेकिन कण का प्रारम्भिक वेग ऋणात्मक है।

Problem 26. एक गेंद ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंकी जाती है। निम्न में से कौनसा ग्राफ गेंद के उड़ान के दौरान चाल–समय ग्राफ को प्रदर्शित करता है। यदि वायु प्रतिरोध को नगण्य न माना जाये [AIIMS 2003]

(a) 

(b) 

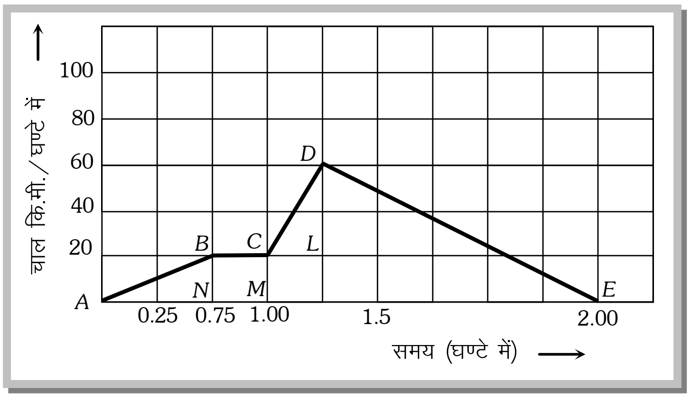
(c) 

(d) 

Solution : (c) पहली आधी गति में त्वरण एकसमान है तथा वेग धीरे–धीरे घट रहा है। अतः ढाल ऋणात्मक होगा लेकिन अगली आधी गति में त्वरण धनात्मक है अतः ढाल धनात्मक होगी। अतः ग्राफ '*C*' सही है।

वायु प्रतिरोध नगण्य नहीं करने का अर्थ है कि ऊपर की ओर त्वरण $(a + g)$ है तथा नीचे की ओर त्वरण $(g - a)$ है।

Problem 27. एक रेलगाड़ी एक स्टेशन से दूसरे स्टेशन तक 2 घण्टे में गति करती है। इस गति के समय चाल–समय ग्राफ निम्न चित्रानुसार है। यात्रा के दौरान अधिकतम त्वरण है [Kerala (Engg.) 2002]

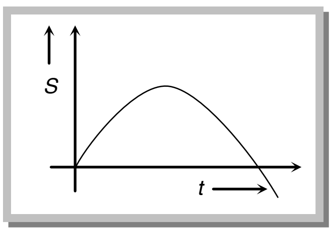


(a) 140 $km\ h^{-2}$ (b) 160 $km\ h^{-2}$ (c) 100 $km\ h^{-2}$ (d) 120 $km\ h^{-2}$

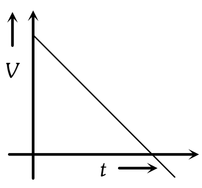
Solution : (b) अधिकतम त्वरण का अर्थ चाल – समय ग्राफ में अधिकतम ढाल से है। रेखा *CD* की ढ़ाल अधिकतम है। अतः a_{max} =

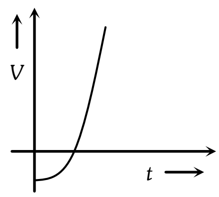
CD की ढाल $= \dfrac{60-20}{1.25-1.00} = \dfrac{40}{0.25} = 160 km\, h^{-2}$

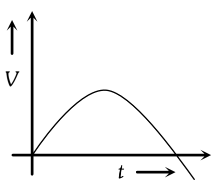
Problem 28. विस्थापन – समय ग्राफ निम्न है

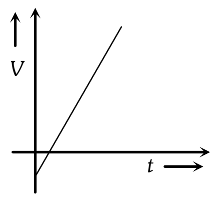


इसके संगत वेग समय ग्राफ होगा [DCE 2001]

(a) 

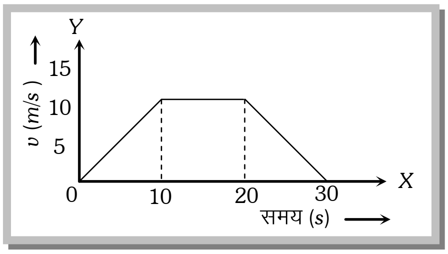
(b) 

(c) 

(d) 

Solution : (a) हम जानते हैं कि विस्थापन–समय ग्राफ की ढाल, वस्तु का वेग होती है अतः यह स्पष्ट है कि ग्राफ की प्रारम्भिक ढाल धनात्मक तथा कुछ समय बाद यह शून्य हो (ग्राफ के शिखर के संगत) जाती है। तथा फिर यह ऋणात्मक हो जायेगा।

Problem 29. निम्न ग्राफ में, वस्तु द्वारा तय की गई दूरी मीटर में है [EAMCET 1994]



(a) 200

(b) 250

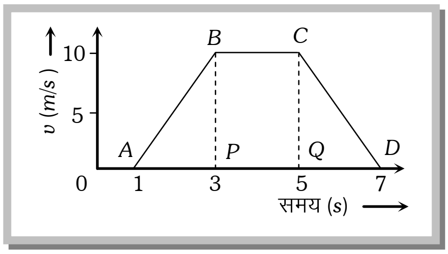
(c) 300

(d) 400

Solution : (a) दूरी = v - t ग्राफ से घिरा क्षेत्रफल

$$S = \frac{1}{2}(30+10)\times 10 = 200 \text{ मीटर}$$

Problem 30. निम्न चित्र में दर्शाय गये वेग समय ग्राफ में, गति के अंतिम दो सैकण्ड में वस्तु द्वारा तय की गई दूरी एवं कुल सात सैकण्ड में इसके द्वारा तय की गई दूरी का कौनसा भाग है



(a) $\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{4}$

(c) $\frac{1}{3}$

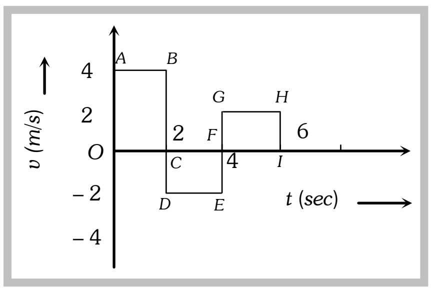
(d) $\frac{2}{3}$

Solution : (b) कुल सात सैकण्ड में चली दूरी = समलम्ब चतुर्भुज $ABCD$ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}(2+6)\times 10 = 40\, m$

अंतिम दो सैकण्ड में चली दूरी = त्रिभुज CDQ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\times 2\times 10 = 10\, m$

अतः आवश्यक भिन्न $= \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

Problem 31. निम्न चित्र में प्रदर्शित ग्राफ, सरल रेखा में गतिमान वस्तु का वेग समय ग्राफ है। 6 सैकण्ड में वस्तु द्वारा तय विस्थापन तथा दूरी क्रमशः है [MP PET 1994]



(a) $8\,m, 16\,m$

(b) $16\,m, 8\,m$

(c) $16\,m, 16\,m$

(d) $8\,m, 8\,m$

Solution : (a) आयत $ABCO$ का क्षेत्रफल $= 4\times 2 = 8\, m$

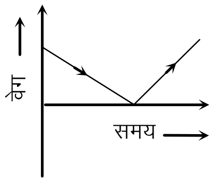
आयत $CDEF$ का क्षेत्रफल $= 2 \times (-2) = -4\, m$

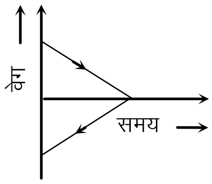
आयत $FGHI$ का क्षेत्रफल $= 2\times 2 = 4\, m$

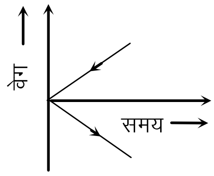
विस्थापन = चिन्ह सहित क्षेत्रफलों का योग $= 8 + (-4) + 4 = 8\, m$

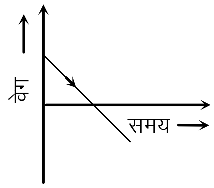
दूरी = चिन्हों रहित क्षेत्रफल का योग $= 8 + 4 + 4 = 16\, m$

Problem 32. एक गेंद ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंकी जाती है गेंद उड़ान के दौरान निम्न में से कौन सा ग्राफ वेग–समय ग्राफ को प्रदर्शित करती है (यदि वायु प्रतिरोध नगण्य माना जाये) [CPMT 1993; AMU (Engg.) 2000]

(a) 

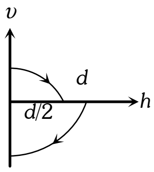
(b) 

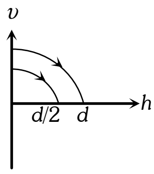
(c) 

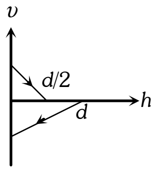
(d) 

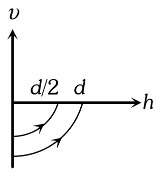
Solution : (d) धनात्मक क्षेत्र में (वस्तु के ऊपर जाने के समय) वेग रेखीय रूप में घटता है। तथा ऋणात्मक क्षेत्र में (नीचे गिरने के समय) वेग रेखीय रूप में बढ़ता है। तथा ऊपर जाने तथा नीचे गिरते समय इसकी दिशा एक दूसरे के विपरीत होती है। अतः गेंद का नीचे आना ऋणात्मक क्षेत्र में प्रदर्शित है।

Problem 33. पृथ्वी तल से d ऊँचाई से एक गेंद ऊर्ध्वाधर गिराई जाती है। यह पृथ्वीतल से टकराकर ऊर्ध्वाधर ऊँचाई $\frac{d}{2}$ तक उछलती है। वायु प्रतिरोध तथा अनुप्रस्थ गति को नगण्य मानते हुये, पृथ्वी तल से ऊपर इसका वेग v ऊँचाई h के साथ निम्न प्रकार परिवर्तित होता है [IIT-JEE (Screening) 2000]

(a) 

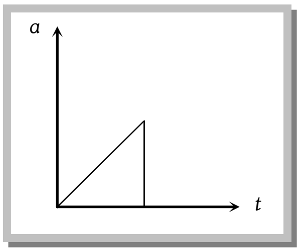
(b) 

(c) 

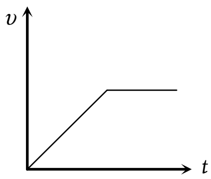
(d) 

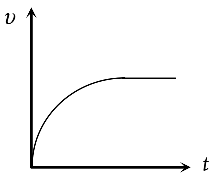
Solution : (a) d ऊँचाई पर वस्तु का वेग शून्य होगा। जैसे-जैंसे गेंद नीचे की ओर आती है h घटता है तथा v बढ़ता है, पृथ्वी-तल से टकराने के ठीक पहले $h = 0$ तथा $v =$ अधिकतम होगा तथा टकराने के ठीक बाद इसका वेग घटकर आधा रह जायेगा तथा दिशा विपरीत हो जायेगी। जैसे–जैसे ऊँचाई बढ़ती है इसका वेग घटता जाता है तथा $h = \frac{d}{2}$ पर शून्य हो जाता है। इसे ग्राफ (a) द्वारा स्पष्ट किया गया है।

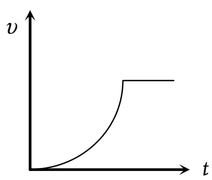
Problem 34. किसी वस्तु का त्वरण–समय ग्राफ निम्न चित्र में प्रदर्शित है

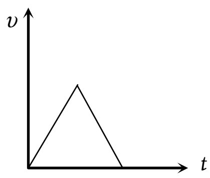


तो वस्तु का अधिकतम संभव वेग–समय ग्राफ है

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

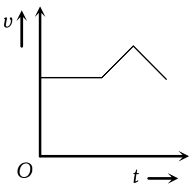
Solution : (c) दिये गये $a - t$ ग्राफ से त्वरण नियत दर से बढ़ रहा है

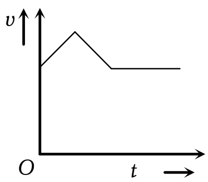
$\therefore \frac{da}{dt} = k$ (नियतांक) $\Rightarrow a = kt$ (समाकलन द्वारा)

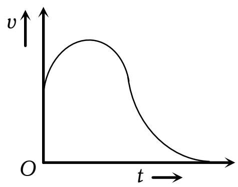
$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = kt \Rightarrow dv = ktdt \Rightarrow \int dv = k\int tdt \Rightarrow v = \frac{kt^2}{2}$$

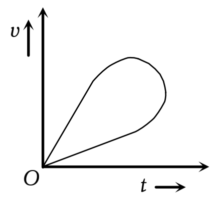
अर्थात् v, समय पर परवलयाकार फलन के रूप में निर्भर करता है तथा परवलय v–अक्ष के परितः सममित है तथा त्वरण अचानक शून्य हो जाता है अर्थात् वेग नियत हो जाता है। अतः (c) ही अधिकतम संभव ग्राफ है।

Problem 35. निम्न में से कौनसा वेग–समय ग्राफ संभव नहीं है

(a) 

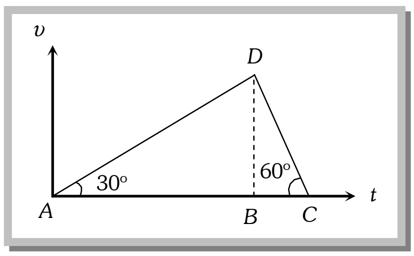
(b) 

(c) 

(d) 

Solution : (d) कण के एक क्षण पर दो वेग नहीं हो सकते अतः ग्राफ (d) सही नहीं है।

Problem 36. किसी वस्तु के लिए वेग–समय ग्राफ निम्न चित्र में प्रदर्शित है। अन्तराल AB तथा BC के लिए लगाये गये बलों का अनुपात है



(a) $+\frac{1}{2}$

(b) $-\frac{1}{2}$

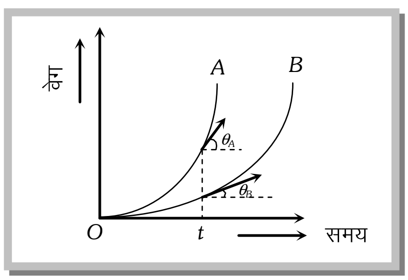
(c) $+\frac{1}{3}$

(d) $-\frac{1}{3}$

Solution : (d) लगाये गये बलों का अनुपात = त्वरण का अनुपात

$$= \frac{a_{AB}}{a_{BC}} = \frac{\tan 30}{\tan(120)} = \frac{1/\sqrt{3}}{-\sqrt{3}} = -1/3$$

Problem 37. एक साथ विराम से प्रारम्भ होने वाली दो कारों के वेग-समय ग्राफ निम्न चित्र में प्रदर्शित हैं। ग्राफ प्रदर्शित करता है कि



(a) A का प्रारम्भिक वेग, B के प्रारम्भिक वेग से अधिक है

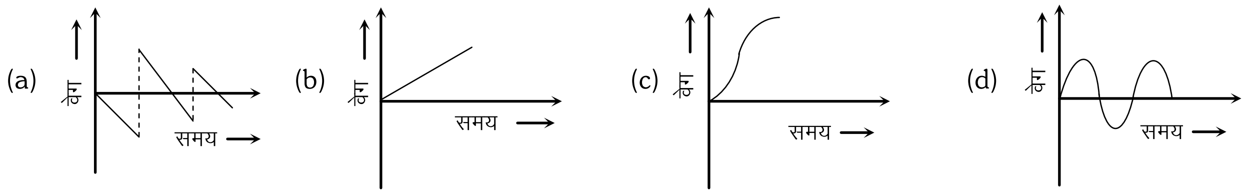
(b) A में त्वरण वृद्धि की दर B से कम है

(c) A में त्वरण, B से अधिक है

(d) B में त्वरण, A से अधिक है

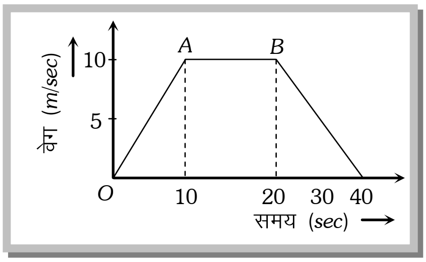
Solution : (c) किसी क्षण t पर A की ढाल B से अधिक है ($\theta_A > \theta_B$) अतः A में त्वरण B से अधिक है।

Problem 38. निम्न में से कौन सा ग्राफ, संगमरमर के फर्श पर किसी ऊँचाई से गिरती स्टील गेंद के वेग को प्रदर्शित कर रहा है (यहाँ v कण का वेग तथा t समय है)



Solution : (a) जब गेंद किसी ऊँचाई से गिरती है तो प्रारम्भ में इसका वेग शून्य है तथा जब यह नीचे आती है तो इसका वेग बढ़ता जाता है। पृथ्वी तल से उछलने के ठीक बाद इसका वेग परिमाण में घटता है तथा इसकी दिशा विपरीत हो जाती है। यह प्रक्रिया गेंद के विराम होने तक चलती रहती है। यह व्याख्या ग्राफ (a) द्वारा ठीक प्रकार से समझाई गई है।

Problem 39. संलग्न वक्र किसी कण के वेग–समय ग्राफ को प्रदर्शित करता है इसका त्वरण *OA*, *AB* तथा *BC* के अनुदिश $metre/sec^2$ में क्रमशः होंगे



(a) 1, 0, – 0.5

(b) 1, 0, 0.5

(c) 1, 1, 0.5

(d) 1, 0.5, 0

Solution : (a) *OA* के अनुदिश त्वरण $= \dfrac{v_2 - v_1}{t} = \dfrac{10-0}{10} = 1 m/s^2$

OB के अनुदिश त्वरण $= \dfrac{0}{10} = 0$

BC के अनुदिश त्वरण $= \dfrac{0-10}{20} = -0.5\ m/s^2$

गति के समीकरण

ये गतिमान कण के लिए u, v, a, t तथा s में विभिन्न सम्बन्ध है, जहाँ

u = समय $t = 0$ सैकण्ड पर कण का प्रारम्भिक वेग

v = समय t सैकण्ड पर अंतिम वेग

a = कण का त्वरण

s = t सैकण्ड में चली गई दूरी

s_n = n वें सैकण्ड द्वारा चली गई दूरी

(1) जब कण शून्य त्वरण के साथ गतिमान हो

(i) यह नियत चाल के साथ एकदिशीय गति होती है।

(ii) विस्थापन का परिमाण हमेशा तय की गई दूरी के बराबर होता है।

(iii) $v = u, \quad s = u\,t \qquad [\ a = 0]$

(2) जब कण नियत त्वरण के साथ गतिमान हो

(i) यदि त्वरण का परिमाण तथा दिशा दोनों नियत है तो त्वरण नियत होगा।

(ii) यदि प्रारम्भिक वेग तथा त्वरण एक दूसरे के समान्तर या प्रतिसमान्तर है तो गति एकविमीय गति होगी।

(iii) अदिश रूप में गति के समीकरण | सदिश रूप में गति के समीकरण

$v = u + at$ | $v = u + at$

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$ | $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$v^2 = u^2 + 2as$ | $v.v - u.u = 2a.s$

$s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$ | $s = \frac{1}{2}(u+v)t$

$s_n = u + \frac{a}{2}(2n-1)$ | $s_n = u + \frac{a}{2}(2n-1)$

(3) एकसमान त्वरित गति के लिए महत्वपूर्ण बिन्दु

(i) यदि एक वस्तु विराम से प्रारम्भ होती है तथा एकसमान त्वरण के गतिमान है तो वस्तु द्वारा t सैकण्ड में चली दूरी t^2 के समानुपाती होगी (अर्थात् $s \propto t^2$)

अतः हम कह सकते हैं कि प्रथम, द्वितीय तथा तृतीय सैकण्ड में चली दूरियों का अनुपात $1^2 : 2^2 : 3^2$ या $1 : 4 : 9$ होगा।

(ii) यदि कोई वस्तु विराम से प्रारम्भ होती है तथा एकसमान त्वरण से गतिमान हो तो वस्तु द्वारा nवें सैकण्ड में चली दूरी $(2n-1)$ के समानुपाती होगी [अर्थात् $s_n \propto (2n-1)$]

अतः हम कह सकते हैं कि प्रथम, द्वितीय तथा तृतीय सैकण्ड में चली दूरियों का अनुपात $1 : 3 : 5$ है।

(iii) कोई वस्तु u वेग से गतिमान है तथा इसे ब्रेक लगाकर रोका जाता है जिससे यह s दूरी तय करके जाती है यदि वही वस्तु nu वेग से गतिमान हो तथा वही मंदक बल लगाकर इसे रोका जाये तो यह n^2s दूरी तय करके विराम में आ जायेगी

चूँकि $v^2 = u^2 - 2as \Rightarrow 0 = u^2 - 2as \Rightarrow s = \frac{u^2}{2a}$, $s \propto u^2$ [जहाँ a नियत है]

अतः हम कह सकते हैं कि यदि u, n गुना हो जाये तो दूरी प्रारम्भिक मान की n^2 गुनी हो जाती है।

(iv) एक कण एकसमान त्वरण के साथ A से B तक सरल रेखा के अनुदिश गति कर रहा है। इसके वेग A तथा B पर क्रमशः v_1 व v_2 हैं। यदि A तथा B का मध्य बिन्दु C हो तो C पर कण का वेग है

$$v = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2}{2}}$$

Problem 40. एक वस्तु A, एकसमान त्वरण 'a' से गतिमान है तथा इसका प्रारम्भिक वेग शून्य है। अन्य वस्तु B, उसी बिन्दु से प्रारम्भ होती है तथा समान दिशा में नियत वेग v से गतिमान है। दोनों वस्तुयें t समय बाद मिलती हैं तो समय t का मान है [MP PET 2003]

(a) $\frac{2v}{a}$ (b) $\frac{v}{a}$ (c) $\frac{v}{2a}$ (d) $\sqrt{\frac{v}{2a}}$

Solution : (a) माना वे समय 't' बाद मिलती हैं तब वस्तु 'A' द्वारा तय दूरी $= \frac{1}{2}at^2$; वस्तु B द्वारा चली दूरी $= vt$; अब प्रश्नानुसार

$\frac{1}{2}at^2 = vt \therefore t = \frac{2v}{a}$

Problem 41. एक विद्यार्थी किसी बस से 50 मीटर की दूरी पर खड़ा है। जैसे ही बस $1 m/s^{-2}$ त्वरण से गति करना प्रारम्भ करती है, विद्यार्थी एकसमान वेग u से बस की ओर दौड़ना प्रारम्भ कर देता है। गति को सीधी सड़क के अनुदिश मानते हुये, 'u' का वह न्यूनतम मान ताकि विद्यार्थी बस को पकड़ सके, है [KCET 2003]

(a) $5 ms^{-1}$ (b) $8 ms^{-1}$ (c) $10 ms^{-1}$ (d) $12 ms^{-1}$

Solution : (c) माना t सैकण्ड बाद विद्यार्थी बस पकड़ लेगा। अतः यह ut दूरी तय करेगा।

बस द्वारा t समय में चली दूरी $= \frac{1}{2}at^2$ होगी

अब प्रश्नानुसार,

$ut = 50 + \frac{1}{2}at^2 = 50 + \frac{t^2}{2} \Rightarrow u = \frac{50}{t} + \frac{t}{2}$ (चूँकि $a = 1 m/s^2$)

u का न्यूनतम मान ज्ञात करने के लिए, $\frac{du}{dt} = 0$, अतः t = 10 सैकण्ड

तब $u = 10\ m/s$.

Problem 42. एक कार 50 km/hr, की चाल से चल रही है। इसे ब्रेक लगाकर कम से कम 6m दूरी चला कर रोका जा सकता है। यदि वही कार 100 km/hr की चाल से चल रही हो तो, वह न्यूनतम दूरी होगी जिसमें कार रुक जाये

(a) 6m (b) 12m (c) 18m (d) 24m

Solution : (d) $v^2 = u^2 - 2as \Rightarrow 0 = u^2 - 2as \Rightarrow s = \frac{u^2}{2a} \Rightarrow s \propto u^2$ (चूंकि a = नियतांक)

$$\frac{s_2}{s_1} = \left(\frac{u_2}{u_1}\right)^2 = \left(\frac{100}{50}\right)^2 \Rightarrow s_2 = 4s_1 = 4 \times 12 = 24\,m.$$

Problem 43. 10cm मोटाई के लकड़ी के तख्ते में प्रवेश करने वाली बन्दूक की गोली का वेग 200m/s से घटकर 100m/s रह जाता है। यदि एकसमान मंदन माना जाये तो इसका मान होगा [AIIMS 2001]

(a) $10 \times 10^4\ m/s^2$ (b) $12 \times 10^4\ m/s^2$ (c) $13.5 \times 10^4\ m/s^2$ (d) $15 \times 10^4\ m/s^2$

Solution : (d) $u = 200\,m/s$, $v = 100\,m/s$, $s = 0.1\,m$

$$a = \frac{u^2 - v^2}{2s} = \frac{(200)^2 - (100)^2}{2 \times 0.1} = 15 \times 10^4\ m/s^2$$

Problem 44. एक वस्तु A विराम से प्रारम्भ होकर a_1 त्वरण से चलती है। 2 सैकण्ड बाद अन्य वस्तु B विराम से प्रारम्भ होकर a_2 त्वरण से चलती है। A के प्रारम्भ होने के बाद यदि वे 5वें सैकण्ड में समान दूरी तय करें तो अनुपात $a_1 : a_2$ होगा [AIIMS 2001]

(a) 5 : 9 (b) 5 : 7 (c) 9 : 5 (d) 9 : 7

Solution : (a) सूत्र $S_n = u + \frac{a}{2}(2n-1)$, वस्तु A द्वारा (5 वें सैकण्ड में चली दूरी) $= 0 + \frac{a_1}{2}(2 \times 5 - 1)$

वस्तु B द्वारा तीसरे सैकण्ड में चली दूरी $= 0 + \frac{a_2}{2}(2 \times 3 - 1)$

प्रश्नानुसार : $0 + \frac{a_1}{2}(2 \times 5 - 1) = 0 + \frac{a_2}{2}(2 \times 3 - 1) \Rightarrow 9a_1 = 5a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{9}$

Problem 45. एकसमान त्वरण से गतिमान वस्तु का औसत वेग, दूरी 3.06 m चलने पर 0.34 ms^{-1} है।यदि इस समय वस्तु के वेग में परिवर्तन 0.18ms^{-1} हैं तो इसका एकसमान त्वरण है [EAMCET (Med.) 2000]

(a) 0.01 ms^{-2} (b) 0.02 ms^{-2} (c) 0.03 ms^{-2} (d) 0.04 ms^{-2}

Solution : (b) समय $= \frac{\text{दूरी}}{\text{औसत वेग}} = \frac{3.06}{0.34} = 9$ सैकण्ड

तथा त्वरण $= \frac{\text{वेग में परिवर्तन}}{\text{समय}} = \frac{0.18}{9} = 0.02\,m/s^2$

Problem 46. एक प्रथम 5 सैकण्ड में 10m दूरी चलता है तथा अगले 3 सैकण्ड में 10m दूरी तय करता है। एकसमान त्वरण मानते हुये अगले 2 सैकण्ड में चली दूरी हैं [RPET 2000]

(a) 8.3 m (b) 9.3 m (c) 10.3 m (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं

Solution : (a) माना कण का प्रारम्भिक वेग $= u$

पहले 5 सैकण्ड में गति के लिए $S_5 = 10\,metre$; समीकरण $S = ut + \frac{1}{2}at^2$ का उपयोग करने पर

$10 = 5u + \frac{1}{2}a(5)^2 \Rightarrow 2u + 5a = 4$ .... (i)

प्रथम 8 सैकण्ड की गति के लिए $S_8 = 20\,metre$

$20 = 8u + \frac{1}{2}a(8)^2 \Rightarrow 2u + 8a = 5$ .... (ii)

समीकरण (i) व (ii) को हल करने पर $u = \frac{7}{6}m/s$; $a = \frac{1}{3}m/s^2$

अब 10 सैकण्ड में कण द्वारा चली दूरी $S_{10} = u \times 10 + \frac{1}{2}a(10)^2$

u तथा a के मान इस समीकरण में रखने पर $S_{10} = 28.3\,m$

अतः अंतिम 2 सैकण्ड में चली दूरी = $S_{10} - S_8 = 28.3 - 20 = 8.3\,m$

Problem 47. एक वस्तु नियत त्वरण के साथ विराम से प्रारम्भ होकर 15 सैकण्ड के लिए गति करती है। यदि यह प्रथम पाँचवें, दूसरे पाँचवें तथा अंतिम पाँचवें सैकण्ड में क्रमशः S_1, S_2 तथा S_3 दूरियाँ तय करती हैं तो S_1, S_2 तथा S_3 के बीच सम्बन्ध है [AMU (Engg.) 2000]

(a) $S_1 = S_2 = S_3$ (b) $5S_1 = 3S_2 = S_3$

(c) $S_1 = \frac{1}{3}S_2 = \frac{1}{5}S_3$ (d) $S_1 = \frac{1}{5}S_2 = \frac{1}{3}S_3$

Solution : (c) चूँकि वस्तु विराम से प्रारम्भ होती है अतः $u = 0$.

$S_1 = \frac{1}{2}a(5)^2 = \frac{25a}{2}$

$S_1 + S_2 = \frac{1}{2}a(10)^2 = \frac{100a}{2} \Rightarrow S_2 = \frac{100a}{2} - S_1 = 75\frac{a}{2}$

$S_1 + S_2 + S_3 = \frac{1}{2}a(15)^2 = \frac{225a}{2} \Rightarrow S_3 = \frac{225a}{2} - S_2 - S_1 = \frac{125a}{2}$

अतः स्पष्ट है कि $S_1 = \frac{1}{3}S_2 = \frac{1}{5}S_3$

Problem 48. यदि एक वस्तु जिसका प्रारम्भिक वेग शून्य है, एकसमान त्वरण $8\,m/sec^2$ से गतिमान है तो इसके द्वारा पाँचवें सैकण्ड में चली दूरी है [MP PMT 1996; DPMT 2000]

(a) 36 मीटर (b) 40 मीटर (c) 100 मीटर (d) शून्य

Solution : (a) $S_n = u + \frac{1}{2}a(2n-1) = 0 + \frac{1}{2}(8)\,[2 \times 5 - 1] = 36$ मीटर

Problem 49. एक कार का इंजन, कार में $4 m/sec^2$ का त्वरण उत्पन्न करता है। यदि यह कार, उसी द्रव्यमान की अन्य कार को खींचती है तो उत्पन्न त्वरण होगा

(a) $8\ m/s^2$ (b) $2\ m/s^2$ (c) $4\ m/s^2$ (d) $\frac{1}{2}m/s^2$

Solution : (b) $F = ma,\ a \propto \frac{1}{m}$ यदि F = नियतांक, चूँकि बल समान है तथा निकाय का प्रभावी द्रव्यमान दुगुना है।

$\therefore \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{m}{2m}$, $a_2 = \frac{a_1}{2} = 2\,m/s^2$

Problem 50. एक वस्तु विराम से प्रारम्भ होती है। चौथे तथा तीसरे सैकण्ड के दौरान वस्तु द्वारा चली गई दूरियों का अनुपात है। [CBSE PMT 1993]

(a) 7/5 (b) 5/7 (c) 7/3 (d) 3/7

Solution : (a) चूँकि $S_n \propto (2n-1)$, $\frac{S_4}{S_3} = \frac{7}{5}$

गुरुत्व के अधीन गति (मुक्त रूप से गिरना)

पृथ्वी का वस्तुओं पर आकर्षण बल, गुरुत्व कहलाता है। इस गुरुत्व बल के कारण वस्तु में त्वरण उत्पन्न होता है जिसे गुरुत्वीय त्वरण कहते हैं। इसे 'g' द्वारा प्रदर्शित करते हैं।

वायु प्रतिरोध की अनुपस्थिति में, सभी वस्तुयें पृथ्वी के समीप समान त्वरण से गिरती हैं। ऊँचाई ($h << R$) से पृथ्वी की ओर गिरती वस्तु की गति, मुक्त गति (Free fall) कहलाती है।

गुरुत्व के अधीन आदर्श एकविमीय गति में वायु प्रतिरोध तथा ऊँचाई के साथ त्वरण में सूक्ष्म परिवर्तन को नगण्य मान लेते हैं।

(1) किसी ऊँचाई से यदि किसी वस्तु को गिराया जाये (प्रारम्भिक वेग शून्य)

(i) गति का समीकरण : प्रारम्भिक स्थिति को मूल बिन्दु पर लेकर तथा गति की दिशा (अर्थात् नीचे की ओर) को धनात्मक लेने पर

$u = 0$ [चूँकि वस्तु विराम से प्रारम्भ होती है]

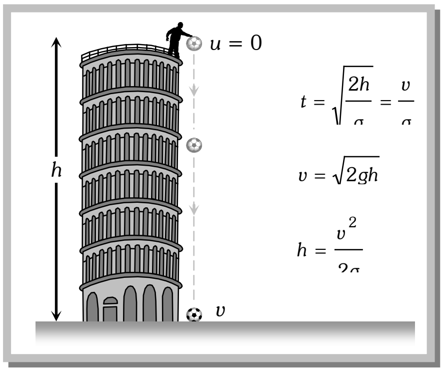
$a = +g$ [चूँकि त्वरण की दिशा गति की दिशा में है]

$v = gt$ ...(i)

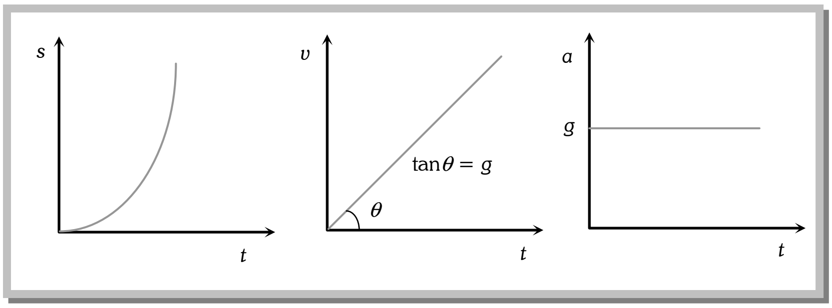
$h = \frac{1}{2}gt^2$ ...(ii)

$v^2 = 2gh$ ...(iii)

$h_n = \frac{g}{2}(2n-1)$ ...(iv)



(ii) दूरी, वेग तथा त्वरण के समय के साथ ग्राफ



(iii) चूँकि $h = (1/2)gt^2$, अर्थात् $h \propto t^2$, अतः समय t, $2t$, $3t$, आदि में चली दूरियाँ क्रमशः $1^2 : 2^2 : 3^2$, अर्थात् पूर्णांकों के वर्गों के अनुपात में होगी।

(iv) n वें सैकण्ड में चली दूरी, $h_n = \frac{1}{2}g(2n-1)$

अतः I, II, III सैकण्ड आदि में चली दूरियाँ क्रमशः 1 : 3 : 5, अर्थात् विषम पूर्णांकों के अनुपात में होगी।

(2) यदि वस्तु ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कुछ प्रारम्भिक वेग से फेंकी जाये

गति के समीकरण : $v = u + gt$

$h = ut + \frac{1}{2}gt^2$

$$v^2 = u^2 + 2gh$$

$$h_n = u + \frac{g}{2}(2n-1)$$

(3) यदि वस्तु को उर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंका जाये

(i) गति के समीकरण : प्रारम्भिक स्थिति को मूल बिन्दु पर तथा गति की दिशा (अर्थात् ऊपर की ओर) को धनात्मक लेने पर

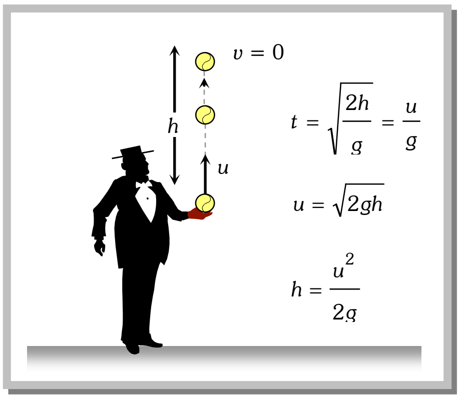
$a = -g$ [चूँकि त्वरण नीचे की ओर है और गति ऊपर की ओर]

अतः यदि वस्तु को u वेग से फेंका जाये तथा t समय बाद यह 'h' ऊँचाई तक पहुँच जाये तो

$$v = u - gt\,; \qquad h = ut - \frac{1}{2}gt^2\,; \qquad v^2 = u^2 - 2gh\,; \quad h_n = u - \frac{g}{2}(2n-1)$$

(ii) अधिकतम ऊँचाई के लिए $v = 0$

अतः उपरोक्त समीकरण से

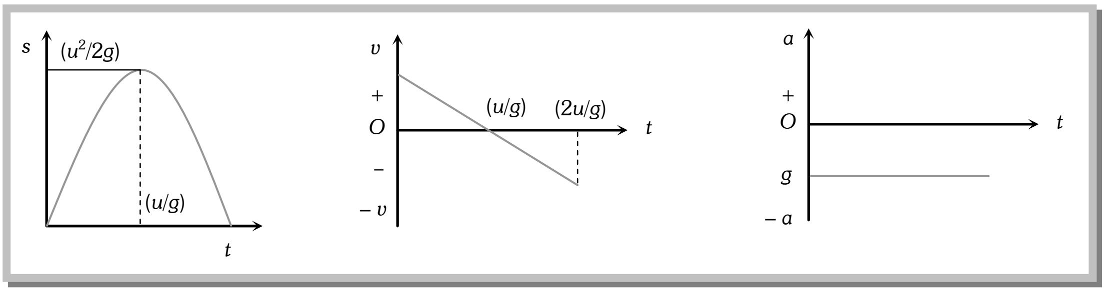


$u = gt,$

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

तथा $\quad u^2 = 2gh$

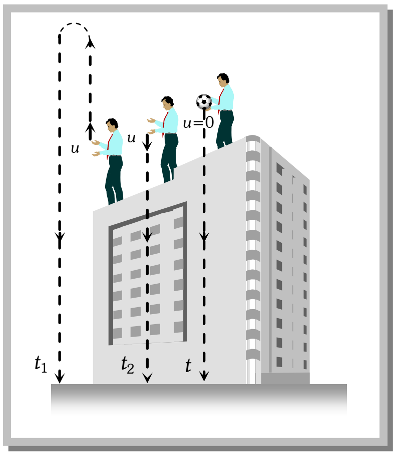
(iii) दूरी, वेग तथा त्वरण के समय के साथ ग्राफ (अधिकतम ऊँचाई के लिए) :



यह स्पष्ट है कि दोनों राशियाँ वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करती या हम कह सकते हैं कि वायु प्रतिरोध की अनुपस्थिति में, सभी वस्तुयें पृथ्वी तल पर समान दर से गिरती हैं।

(4) गुरुत्व के अधीन गति में, दी गई वस्तु के लिए, द्रव्यमान, त्वरण तथा यांत्रिक ऊर्जा नियत रहती है जबकि चाल, वेग, संवेग, गतिज ऊर्जा तथा स्थितिज ऊर्जा परिवर्तित होते हैं।

(5) गति वस्तु के द्रव्यमान से स्वतंत्र रहती है क्योंकि गति के किसी भी समीकरण में द्रव्यमान नहीं है। इसीलिए एक भारी तथा हल्की वस्तु को जब समान ऊँचाई से गिराया जाता है तो वे एकसाथ तथा समान वेग से जमीन पर पहुँचती हैं अर्थात् $t = \sqrt{(2h/g)}$ तथा $v = \sqrt{2gh}$



(6) गुरुत्व के अधीन गति में ऊपर जाने में लगा समय समान दूरी तक गिरने में लगे समय के बराबर होता है।

नीचे आने में लगा समय (t_1) = ऊपर जाने में लगा समय $(t_2) = u/g$

$\therefore$ कुल उड्डयन काल $T = t_1 + t_2 = \dfrac{2u}{g}$

(7) गुरुत्व के अधीन गति में, जिस चाल से वस्तु ऊपर प्रक्षेपित की जाती है, उसी चाल से वस्तु प्रक्षेपण बिन्दु पर वापस आती है एवं साथ ही साथ पथ के किसी भी बिन्दु पर वेग का

परिमाण समान होता है चाहे वस्तु ऊपर की ओर गतिमान हो या नीचे की ओर।

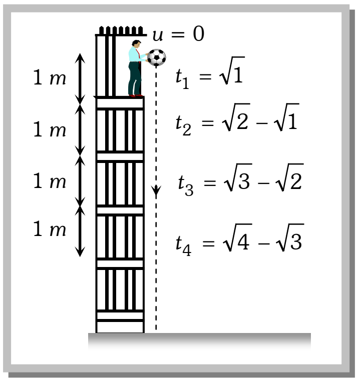
(8) एक वस्तु h ऊँचाई की इमारत से गिराई जाती है तथा यह t *sec* बाद पृथ्वी पर वापस आती है। उसी इमारत से दो गेंदे समान वेग u से (एक ऊपर की ओर तथा अन्य नीचे की ओर) फेंकी जाती है। तथा वे पृथ्वी-तल पर क्रमशः t_1 और t_2 सैकण्ड बाद पहुँचती हैं तो

$$t = \sqrt{t_1 t_2}$$

(9) एक वस्तु ऊपर की ओर फेंकी जाती है। यदि वायु प्रतिरोध को नगण्य न माने तो ऊपर जाने का समय, नीचे आने के समय से कम होगा $(t_2 > t_1)$

माना किसी वस्तु का प्रारम्भिक वेग u है तो ऊपर जाने का समय $t_1 = \frac{u}{g+a}$ तथा $h = \frac{u^2}{2(g+a)}$

जहाँ g गुरुत्वीय त्वरण तथा a वायु प्रतिरोध द्वारा उत्पन्न मंदन है तथा ऊपर की ओर गति में दोनों नीचे की ओर कार्य करेंगे।



नीचे की ओर गति में, a तथा g दोनों विपरीत दिशा में कार्य करेंगे क्योंकि a हमेशा गति की दिशा के विपरीत कार्य करता है जबकि g हमेशा ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर

अतः $$h = \frac{1}{2}(g-a)t_2^2 \Rightarrow \frac{u^2}{2(g+a)} = \frac{1}{2}(g-a)t_2^2 \Rightarrow t_2 = \frac{u}{\sqrt{(g+a)(g-a)}}$$

t_1 तथा t_2 की तुलना करने पर $t_2 > t_1$ चूँकि $(g + a) > (g - a)$

(10) एक कण किसी ऊँचाई से विराम से गिराया जाता है। इसके द्वारा क्रमागत 1*m* दूरी गिरने में लगा समय पूर्णांकों के वर्गमूल के अन्तर के अनुपात में होगा अर्थात्

$$\sqrt{1}, (\sqrt{2}-\sqrt{1}), (\sqrt{3}-\sqrt{2}) \ldots\ldots (\sqrt{4}-\sqrt{3}), \ldots\ldots$$

Problem 51. यदि एक वस्तु ऊपर की ओर 15 m/s के वेग से फेंकी जाती है तो वस्तु द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई है (g = 10 m/s^2) [MP PMT 2003]

(a) 11.25 *m* (b) 16.2 *m* (c) 24.5 *m* (d) 7.62 *m*

Solution : (a) $H_{max} = \frac{u^2}{2g} = \frac{(15)^2}{2\times 10} = 11.25m$

Problem 52. एक वस्तु पृथ्वी के गुरुत्वीय क्षेत्र में विराम से गिरती है तो गति के पाँचवें सैकण्ड में तय की गई दूरी है $(g = 10 m/s^2)$ [MP PET 2003]

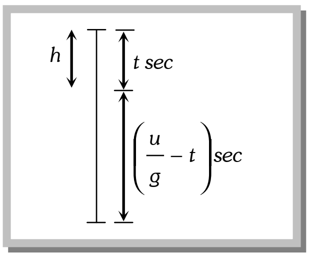
(a) 25*m* (b) 45*m* (c) 90*m* (d) 125*m*

Solution : (b) $h_n = \frac{g}{2}(2n-1) \Rightarrow h_{5th} = \frac{10}{2}(2\times 5-1) = 45\, m.$

Problem 53. यदि एक गेंद ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर चाल u से फेंकी जाती है तो गति के अंतिम t सैकण्डों में तय की गई दूरी है [CBSE PMT 2003]

(a) $\frac{1}{2}gt^2$ (b) $ut - \frac{1}{2}gt^2$ (c) $(u - gt)t$ (d) ut

Solution : (a) यदि गेंद u वेग से फेंकी जाती है तो उड्डयन काल $= \frac{u}{g}$



$\left(\frac{u}{g} - t\right)$ सैकण्ड बाद वेग, $v = u - g\left(\frac{u}{g} - t\right) = gt$

अतः अंतिम 't' सैकण्डों में चली दूरी : $0^2 = (gt)^2 - 2(g)h.$

$\Rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2$

Problem 54. एक व्यक्ति 2 सैकण्ड के अन्तराल पर ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर एक के बाद एक गेंद समान वेग से फेंकता है। फेंकने का वेग क्या होना चाहिए ताकि किसी भी समय दो से अधिक गेंदें आकाश में रहें (दिया है $g = 9.8 m/s^2$) [CBSE PMT 2003]

(a) कम से कम 0.8 m/s (b) 19.6 m/s से कम कोई भी चाल

(c) केवल 19.6 m/s चाल के साथ (d) 19.6 m/s से अधिक

Solution : (d) गेंद फेंकने का समय अन्तराल = 2 *sec*

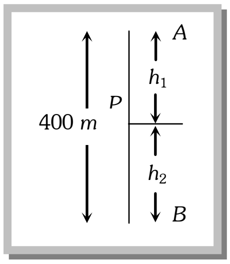
यदि हम चाहते हैं कि तीन (दो से अधिक) गेंदें हवा में रहें तो पहली गेंद का उड्डयन काल 4 सैकण्ड से अधिक होना चाहिए अर्थात् $T > 4\,sec$ या $\frac{2U}{g} > 4\,sec \Rightarrow u > 19.6\,m/s$

स्पष्ट है कि $u = 19.6\,m/s$ के लिये, पहली गेंद जमीन से ठीक टकराने की स्थिति में होगी (वायु में), दूसरी गेंद उच्चतम बिन्दु (आसमान में) पर होगी तथा तीसरी गेंद प्रक्षेपण बिन्दु या जमीन पर होगी (आसमान में नहीं होगी)

Problem 55. एक व्यक्ति एक गेंद को 400 मीटर ऊँची मीनार की छत से नीचे की ओर गिराता है। उसी समय मीनार के आधार से अन्य गेंद ऊपर की ओर 50 मीटर/सैकण्ड के वेग से फेंकी जाती है। तो मीनार के आधार से किस ऊँचाई पर वे मिलेंगी [CPMT 2003]

(a) 100 मीटर (b) 320 मीटर (c) 80 मीटर (d) 240 मीटर

Solution : (c) माना दोनों गेंदें t समय बाद बिन्दु P पर मिलती हैं।



गेंद A द्वारा चली दूरी $(h_1) = \frac{1}{2}gt^2$ .....(i)

गेंद B द्वारा चली दूरी $(h_2) = ut - \frac{1}{2}gt^2$ .....(ii)

समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर $h_1 + h_2 = ut = 400$ (दिया है $h = h_1 + h_2 = 400$.)

$\therefore\ t = 400/50 = 8 sec$ तथा $h_1 = 320 m$, $h_2 = 80 m$

Problem 56. बड़ी संख्या में गेंदें ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर क्रमागत रूप से इस प्रकार फेंकी जाती है कि अगली गेंद तब फेंकी जाती है जब इससे पहली गेंद अधिकतम ऊँचाई पर पहुँच जाये। यदि अधिकतम ऊँचाई 5m हो, तो प्रतिमिनिट फेंकी गईं गेंदों की संख्या है ($g = 10 ms^{-2}$) [KCET (Med.) 2002]

(a) 120 (b) 80 (c) 60 (d) 40

Solution : (c) गेंद की अधिकतम ऊँचाई = 5m, अतः प्रक्षेप्य वेग $\Rightarrow u = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 5} = 10 m/s$

दो गेंदों के बीच समय अन्तराल (ऊपर जाने का समय) = $\frac{u}{g} = 1 sec = \frac{1}{60} min.$

अतः प्रति मिनिट फेंकी गई गेंदों की संख्या = 60

Problem 57. एक कण ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंका जाता है यदि अधिकतम ऊँचाई की आधी दूरी पर इसका वेग 10 m/s है तो कण द्वारा प्राप्त अधिकतम ऊँचाई है ($g = 10\ m/s^2$) [CBSE PMT 2001]

(a) 8 m (b) 10 m (c) 12 m (d) 16 m

Solution : (b) माना कण को u वेग से फेंका जाता है तथा इसकी अधिकतम ऊँचाई H हो तो $H = \frac{u^2}{2g}$

$\frac{H}{2}$ ऊँचाई पर कण की चाल $10 m/s$ है।

समीकरण $v^2 = u^2 - 2gh$ से, $(10)^2 = u^2 - 2g\left(\frac{H}{2}\right) = u^2 - 2g\frac{u^2}{4g} \Rightarrow u^2 = 200$

$\therefore$ अधिकतम ऊँचाई $H = \frac{u^2}{2g} = \frac{200}{2 \times 10} = 10m$

Problem 58. एक पत्थर 200 मीटर ऊँची मीनार से 20 मीटर/सैकण्ड चाल से सीधे ऊपर फेंका जाता है वह चाल जिससे यह जमीन पर टकरायेगी लगभग होगी [AMU (Engg.) 1999]

(a) 60 मीटर/सैकण्ड (b) 65 मीटर/सैकण्ड (c) 70 मीटर/सैकण्ड (d) 75 मीटर/सैकण्ड

Solution : (b) पत्थर की ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर चाल 20 m/s है। अतः ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर गति में हम $u = -20\, m/s$ लेंगे।

$v^2 = u^2 + 2gh = (-20)^2 + 2 \times 10 \times 200 \Rightarrow v = 65\ m/s$

Problem 59. एक वस्तु 'h' ऊँचाई से विराम से गिरने के बाद 'v' वेग प्राप्त कर लेती है। तो किस ऊँचाई से वस्तु को गिराया जाये ताकि यह दुगुना वेग प्राप्त कर ले [BHU 1999]

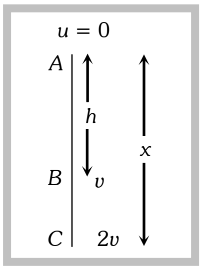
(a) $2h$ (b) $4h$ (c) $6h$ (d) $8h$

Solution : (b) माना बिन्दु A पर वस्तु का प्रारम्भिक वेग शून्य है

पथ AB के लिए : $v^2 = 0 + 2gh$ … (i)

पथ AC के लिए : $(2v)^2 = 0 + 2gx \Rightarrow 4v^2 = 2gx$ … (ii)

(i) व (ii) को हल करने पर $x = 4h$



Problem 60. किसी घर्षण रहित नत समतल के ऊपरी सिरे से विराम से किसी वस्तु को तल तक फिसलने में 4 सैकण्ड लगते हैं तो नतसमतल के सिरे से एक-चौथाई दूरी तक वस्तु को फिसलने में कितना समय लगेगा [BHU 1998]

(a) 1 s (b) 2 s (c) 4 s (d) 16 s

Solution : (b) $S = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t \propto \sqrt{s}$ चूँकि a = नियतांक

$\frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{s_2}{s_1}} = \sqrt{\frac{s/4}{s}} = \frac{1}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{t_1}{2} = \frac{4}{2} = 2\,s$

Problem 61. h ऊँचाई की किसी इमारत से एक पत्थर गिराया जाता है, यह पृथ्वी तल पर t सैकण्ड बाद पहुँचता है। उसी इमारत से यदि दो पत्थर समान वेग u से फेंके जाये (एक ऊपर की ओर तथा दूसरा नीचे की ओर) तथा वे पृथ्वी पर क्रमशः t_1 तथा t_2 सैकण्ड बाद पहुँचे तो [CPMT 1997; UPSEAT 2002; KCET (Engg./Med.) 2002]

(a) $t = t_1 - t_2$ (b) $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ (c) $t = \sqrt{t_1 t_2}$ (d) $t = t_1^2\, t_2^2$

Solution : (c) पहली स्थिति में $h = \frac{1}{2}gt^2$.

दूसरी स्थिति में पत्थर नीचे की ओर फेंका जा रहा है अतः $h = -ut_1 + \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow -ut_1 = \frac{1}{2}g(t^2 - t_1^2)$ ......(i)

तीसरी स्थिति में पत्थर ऊपर फेंका जा रहा है अतः $h = ut_2 + \frac{1}{2}gt_2^2 = \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow ut_2 = \frac{1}{2}g(t^2 - t_2^2)$ ....(ii)

इन समीकरणों को हल करने पर : $-\frac{t_1}{t_2} = \frac{t^2 - t_1^2}{t^2 - t_2^2} \Rightarrow t = \sqrt{t_1 t_2}.$

Problem 62. किस वेग से एक गेंद को ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर फेंका जाये ताकि 5वें सैकण्ड में इसके द्वारा चली दूरी 6वें सैकण्ड में चली दूरी की दो गुनी हो ($g = 10\,m/s^2$) [CPMT 1997; MH CET 2000]

(a) $58.8\,m/s$ (b) $49\,m/s$ (c) $65\,m/s$ (d) $19.6\,m/s$

Solution : (c) सूत्र $h_n = u + \frac{1}{2}g(2n-1) \Rightarrow u - \frac{10}{2}[2\times 5 - 1] = 2\{u - \frac{10}{2}[2\times 6 - 1]\}$

$\Rightarrow u - 45 = 2\times(u-55) \Rightarrow u = 65 m/s.$

Problem 63. पृथ्वी तल से 5 मीटर ऊपर स्थित नल से नियमित अन्तराल पर पानी की बूँदे गिर रही हैं। तीसरी बूँद नल से तब गिरती है जब पहली बूँद पृथ्वी तल को स्पर्श करती है। उसी क्षण दूसरी बूँद पृथ्वी तल से किस ऊँचाई पर है [CBSE PMT 1995]

(a) 2.50 m (b) 3.75 m (c) 4.00 m (d) 1.25 m

Solution : (b) माना अन्तराल t है तो प्रश्न से

पहली बूँद के लिए $\frac{1}{2}g(2t)^2 = 5$ .....(i)

दूसरी बूँद के लिए $x = \frac{1}{2}gt^2$ .....(ii)

(i) व (ii) को हल करने पर $x = \frac{5}{4}$

अतः पृथ्वी तल से ऊँचाई $h = 5 - \frac{5}{4} = 3.75m.$

Problem 64. एक गुब्बारा 81 मीटर ऊँचाई पर है तथा यह ऊपर की ओर $12 m/s$ के वेग से चढ़ रहा है। 2 kg भार की एक वस्तु इससे गिराई जाती है यदि $g = 10 m/s^2$, हो तो वस्तु पृथ्वी तल पर पहुँचेगी [MP PMT 1994]

(a) 1.5 सैकण्ड में (b) 4.025 सैकण्ड में (c) 5.4 सैकण्ड में (d) 6.75 सैकण्ड में

Solution : (c) चूँकि गुब्बारा ऊपर की ओर जा रहा है अतः हम गिरती हुयी वस्तु का प्रारम्भिक वेग $= -12 m/s$, $h = 81m$, $g = +10 m/s^2$

सूत्र $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$ से; $81 = -12t + \frac{1}{2}(10)t^2 \Rightarrow 5t^2 - 12t - 81 = 0$

$\Rightarrow t = \frac{12 \pm \sqrt{144+1620}}{10} = \frac{12 \pm \sqrt{1764}}{10} \approx 5.4$ sec.

Problem 65. h ऊँचाई से विराम से एक कण गुरुत्व के अधीन गिरता है $(g = 9.8 m/s^2)$ तथा यह अंतिम सैकण्ड में $9h/25$ दूरी तय करता है। ऊँचाई h है [MNR 1987]

(a) 100 m (b) 122.5 m (c) 145 m (d) 167.5 m

Solution : (b) n सैकण्ड में चली गई दूरी $= \frac{1}{2}gn^2 = h$ .....(i)

n वें सैकण्ड में चली गई दूरी $= \frac{g}{2}(2n-1) = \frac{9h}{25}$ .....(ii)

समीकरण (i) व (ii) को हल करने पर $h = 122.5 m$.

Problem 66. किसी मीनार के शिखर से एक पत्थर u वेग से ऊपर की ओर फेंका जाता है तथा $3u$ वेग से जमीन पर पहुँचता है। मीनार की ऊँचाई है [EAMCET 1983; RPET 2003]

(a) $3u^2/g$ (b) $4u^2/g$ (c) $6u^2/g$ (d) $9u^2/g$

Solution : (b) ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर गति के लिए प्रारम्भिक वेग $= -u$

सूत्र $v^2 = u^2 + 2gh$ से; $(3u)^2 = (-u)^2 + 2gh \Rightarrow h = \frac{4u^2}{g}$

Problem 67. किसी मीनार के शिखर से एक पत्थर गिराया जाता है वह 4 सैकण्ड में जमीन पर पहुँचता है। मीनार की ऊँचाई है

[MP PET 1986; AFMC 1994; CPMT 1997; BHU 1998; DPMT 1999; RPET 1999]

(a) 80 मीटर (b) 40 मीटर (c) 20 मीटर (d) 160 मीटर

Solution : (a) $h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}\times 10\times 4^2 = 80m.$

Problem 68. किसी ऊँचाई से एक वस्तु पृथ्वी की ओर गिरायी जाती है तथा अन्य वस्तु ठीक 1 सैकण्ड बाद उसी ऊँचाई से गिरायी जाती है। दूसरी वस्तु के गिरने के दो सैकण्ड बाद, दोनों गेंदों के बीच दूरी है

(a) 4.9 *m* (b) 9.8 *m* (c) 19.6 *m* (d) 24.5 *m*

Solution : (d) दूसरी वस्तु के गिरने के दो सैकण्ड बाद, दोनों वस्तुओं के बीच दूरी :

$$s = \frac{1}{2}g(t_1^2 - t_2^2) = \frac{1}{2}\times 9.8\times(3^2 - 2^2) = 24.5\,m$$

परिवर्ती त्वरण के साथ गति

(i) यदि त्वरण समय का फलन है

$$a = f(t) \text{ तो } v = u + \int_0^t f(t)dt \text{ तथा } s = ut + \int\left(\int (f\,t)\,dt\right)dt$$

(ii) यदि त्वरण, दूरी का फलन है

$$a = f(x) \text{ तो } v^2 = u^2 + 2\int_{x_0}^{x} f(x)dx$$

(iii) यदि त्वरण, वेग का फलन है

$$a = f(v)\text{, तो } t = \int_u^v \frac{dv}{f(v)} \text{ तथा } x = x_0 + \int_u^v \frac{v dv}{f(v)}$$

Problem 69. एक इलेक्ट्रॉन विराम से गति प्रारम्भ करता है एवं इसका वेग समय के साथ रेखीय रूप से इस प्रकार बढ़ता है कि $v = kt$, जहाँ $k = 2 m/sec^2$. तीन सैकण्ड में तय की गई दूरी होगी

(a) 9 *m* (b) 16 *m* (c) 27 *m* (d) 36 *m*

Solution : (a) $x = \int_{t_1}^{t_2} v\,dt = \int_0^3 2t\,dt = 2\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^3 = 9\ m.$

Problem 70. किसी कण का त्वरण रेखीय रूप से समय *t* के साथ *bt* के अनुसार बढ़ रहा है। कण मूल बिन्दु से वेग v_0 के साथ गति प्रारम्भ करता है। कण द्वारा समय '*t*' में चली दूरी होगी [CBSE PMT 1995]

(a) $v_0 t + \frac{1}{3}bt^2$ (b) $v_0 t + \frac{1}{3}bt^3$ (c) $v_0 t + \frac{1}{6}bt^3$ (d) $v_0 t + \frac{1}{2}bt^2$

Solution : (c) $\int_{v_1}^{v_2} dv = \int_{t_1}^{t_2} a\,dt = \int_{t_1}^{t_2} (bt)\,dt$

$$\Rightarrow v_2 - v_1 = \left(\frac{bt^2}{2}\right)_{t_1}^{t_2} \Rightarrow v_2 = v_1 + \left(\frac{bt^2}{2}\right)_0^t = v_0 + \frac{bt^2}{2} \Rightarrow S = \int v_0 dt + \int \frac{bt^2}{2}dt = v_0 t + \frac{1}{6}bt^3$$

Problem 71. किसी कण की गति समीकरण $u = at$ द्वारा दी जाती है। कण द्वारा प्रथम 4 सैकण्ड में चली दूरी है [DCE 2000]

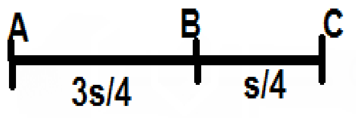
(a) 4*a* (b) 12*a* (c) 6*a* (d) 8*a*

Solution : (d) $u = at \Rightarrow \frac{ds}{dt} = at$

$$\Rightarrow s = \int_0^4 at\,dt = a\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^4 = 8a$$

Problem 72. एक कण , कुल दूरी की $\frac{3}{4}$ दूरी चाल V_1 से तथा अगली $\frac{1}{4}$ दुरी चाल V_2 से तय करता है । कण की औसत चाल क्या होगी ?

Solution : $\frac{4V_1V_2}{V_1+3V_2}$



Sol. माना कुल दुरी s है

औसत चाल = कुल दुरी/ कुल समय

औसत चाल = $\frac{s}{\frac{3s}{4V_1}+\frac{s}{4V_1}}$ = $\frac{4V_1V_2}{V_1+V_2}$

Problem 73. एक गोली 350m/s की चाल से गती करती हुइ कक्रीट की दीवार मे घुसकर , विरामावस्था मे आने से पुर्व 5cm अन्दर घुसती है तौ मन्दन ज्ञात करो ?

दिया गया है u = 350m/s , s=5cm , v=0 , and a = ?

Solution : समीकरण $v^2 = u^2 - 2as$ मे रखने पर

$0 = u^2 – 2as$ or $a = \frac{u^2}{2s}$

$a = \frac{350\times350}{2\times0.05} = 12.25 \times 10^5 m/sec^2$

Poblem 74. एक कण एक समान त्वरण से एक सिधी रेखा के अनुदिश वेग 10 m/s गतीशील है कुछ समय बाद इसका वेग 30m/s हो जाता है पथ के मध्य बिन्दु पर वेग कया होगा

Solution : माना कि कुल दुरी 2x है

∴ मध्य बिन्दु पर तय दुरी x है

माना कि मध्य बिन्दु पर वेग v है तथा त्वरण a है

गति के समीकरण से

$V^2 = 10^2 + 2ax$ …………………(1)

$30^2 = v^2 + 2ax$ ………………….(2)

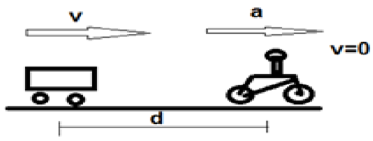
$V^2 = 500$

$V = 10\sqrt{5}$ m/s

Problem 75. एक पुलिस इन्सपैक्टर जीप द्वारा चोर का सीधा सडक पर पीछा कर रहा है । जीप अधिकतम चाल v (एक समान मानिए) से जा रहा है ।जब जीप चोर से d दूरी पर होती है तो चोर अपने एक दोस्त की गाडी पर जा कर बेठ जाता है जो कि एक नियत त्वरण a से बढ रही है दर्शाइए कि चोर पकडा जाएगा यदि $V \geq \sqrt{2ad}$

Solution : माना कि चोर माटर साईकिल शुरु होने के ज समय बाद पकडा जाता है । इस समयान्तराल में मोटरसाइकिल द्वारा तय की गई दूरी

$S = \frac{1}{2} at^2$ ....(1)



_ इस समयान्तराल में जीप द्वारा तय की गई दूरी

s+d=vt ....(2)

(1)तथा (2) से

$\frac{1}{2}at^2+d=vt$ या $t=\frac{V\pm\sqrt{(V^2-2ad)}}{a}$

चोर पकडा जाएगा यदि ज वास्तविक तथा धनात्मक हो ।

यह सम्भव होगा यदि $V^2 \geq 2ad$ अथवा $V^2 \geq \sqrt{2ad}$

Problem 76. एक कण टॉवर से छोडा जाता है यह पाया जाता है कि अपनी यात्रा के अन्तिम सेकण्ड मे यह 45m की दुरी तय करता है तो टावर की उचाई बताइयs ?

Solution : $S_n= u + \frac{a}{2}(2n-1)$ का उपयोग करने पर

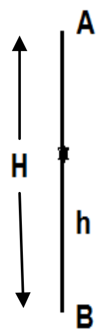
$45 = 0 + 1\frac{10}{2}(2n-1)$, n= 5sec

टावर की उचाई

$H = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 \times 5 = 125m$

Problem 77. एक कण को 100m की उचाई से गिराया जाता है तथा दुसरे कण को 50m/s के वेग से उसी रेखा के अनुदिश उपर की ओर फेका जाता है वह उचाई जहा दोनो कण मिलते है

Solution : माना जमिन से दोनो कण h दुरी पर मिलते है



H=100m u=0m/s $a= -10m/s^2$

$H-h = ut + \frac{1}{2}gt^2$ $45-h=0 + 5t^2$,

$h = 45 - 5t^2$ ....(1)

कण B के लिए u= +50m/s $a=10m/s^2$

$h= ut - \frac{1}{2}gt^2$

कण A के लिए

$h= 50t - \frac{1}{2} \times 10t^2=50t-5t^2$.....................(2)

प्रशनासार

$50t-5t^2=100-5t^2$

Problem 78. किसी ग्रह पर एक गेंद को उर्ध्व ऊपर की ओर 20m/s की चाल से प्रक्षेपित किया जाता है जहॉ गुरुत्विय त्वरण का मान $10 m/s^2$ हैं ।

(a) अधिकतम ऊॅचाई पर पहुचने में लगा समय

(b)प्रक्षेपित बिन्दु से गेंद कितनी ऊॅची जायेगी

(c) प्रक्षेपित बिन्दु से 10 m ऊॅचाई तक पहुॅचने में गेंद को कितना समय लगेगा ।

Solution : जैसा कि यहॉ पर गति उर्ध्व उपर की ओर हैं

a= -g तथा v=0

(a) गति की पहली समीकरण से v=u+at,

0=20-10t

i.e. t=2sec. Ans.

(b) $V^{2=}U^2+2as$

i.e h=20 m. Ans.

(c) $S = ut+\frac{1}{2}at^2$, $10=20t(-\frac{1}{2})\times 10\times t^2$

अर्थात् $t^2-4t=2=0$ या $t=2\pm\sqrt{2}$,

अर्थात् t=0.59 sec. or 3.41 sec.

अर्थात् समय के दो ऐसे मान होंगे जिनके लिए गेंद h = 10 m से गुजरेगी , एक बार तब जब गेंद उपर जा रही हैं और दूसरी बार तब गेंद नीचे आ रही हो ।

Problem 79 एक कार विरामावस्था से गति प्रारम्भ कर कुछ समय तक $\propto$ त्वरण से त्वरित होती हैं। इसके बाद नित मंदन β से मंदित होते हुए विरामावस्था में आ जाती है। यदि कुल व्यतीत समय t है तो कार का अधिकतम वेग ज्ञात करो ।

Solution :

$t = t_1 + t_2$

OA वक्र का ढाल $= \tan\theta = \propto = \frac{V_{max}}{t_1}$

AB वक्र का ढाल $= \beta = \frac{V_{max}}{t_2}$

$T = t_1 + t_2$ $T = \frac{V_{max}}{\alpha} + \frac{V_{max}}{\beta}$

$T = (\frac{\propto \beta}{\alpha+\beta})\ t$