प्रस्तावना

गैसों में अन्तराण्विक बल अत्यन्त दुर्बल होते हैं। अतः अणु सभी सम्भव दिशाओं में गति कर सकते हैं। गैसों के कुछ प्रमुख गुण निम्न हैं:

(i) गैसों का आकार व आकृति निश्चित नहीं होते, गैस जिस पात्र में रखी जाती है उसी का आकार ग्रहण कर लेती है।

(ii) गैसें एकसमान रूप से, असीमित प्रसारित होती हैं व उपलब्ध स्थान को भर देती हैं।

(iii) गैसें अपने चारों ओर दाब आरोपित करती हैं।

गैसों के अणुगति सिद्धान्त की अवधारणाएँ

गैसों का अणुगति सिद्धान्त, गैसों के स्थूल स्तरीय गुणों (जैसे दाब, ताप आदि) का, गैस के अणुओं के सूक्ष्मस्तरीय गुणों (जैसे चाल, संवेग, गतिज ऊर्जा आदि) से सम्बन्ध बताता है।

वास्तव में, यह अणुओं के आदर्श व्यवहार को प्रदर्शित करने वाले प्रादर्श की व्याख्या करने का प्रयास करता है। गैसों के अणुगति सिद्धान्त की निम्न अवधारणाएँ हैं :

(1) प्रत्येक गैस अत्यन्त सूक्ष्म कणों, जिन्हें अणु कहते हैं से मिलकर बनी होती है। किसी गैस के सभी अणु समान होते हैं परन्तु किसी अन्य गैस के अणुओं से भिन्न होते हैं।

(2) किसी गैस के अणु एकसमान, गोलाकार, दृढ़ व पूर्णतः प्रत्यास्थ बिन्दु द्रव्यमान होते हैं।

(3) अणुओं का आकार अन्तराण्विक दूरी ($10^{-9}\ m$) की तुलना में नगण्य होता है।

(4) अणुओं का आयतन गैस के आयतन की तुलना में नगण्य होता है। (गैस के अणुओं का आयतन, गैस के आयतन का 0.014% होता है)।

(5) गैस के अणु सभी सम्भव दिशाओं में, सभी सम्भव वेगों से गतिमान रहते हैं।

(6) गैस के अणुओं की चाल शून्य से लेकर अनन्त (अत्यधिक) तक कुछ भी हो सकती है।

(7) सर्वाधिक प्रसम्भाव्य चाल से गतिशील अणुओं की संख्या सर्वाधिक होती है।

(8) गैस के अणु गति के दौरान आपस में व पात्र की दीवारों से संघट्ट करते हैं। ये संघट्ट पूर्णतः प्रत्यास्थ होते हैं। (अर्थात् संघट्ट के पूर्व कुल गतिज ऊर्जा = संघट्ट के पश्चात् कुल ऊर्जा)।

(9) दो संघट्टों के मध्य अणु नियत चाल से सरल रेखा में चलते हैं।

(10) दो संघट्टों के मध्य अणुओं द्वारा तय की गयी दूरी मुक्त पथ कहलाती है। सभी मुक्त पथों का औसत, औसत मुक्त पथ कहलाता है।

(11) संघट्ट में लगा समय, दो क्रमागत संघट्टों में लगे समय की तुलना में अत्यल्प होता है।

(12) किसी भी गैस के एकांक आयतन में संघट्टों की संख्या नियत होती है।

(13) गैस के अणुओं के मध्य कोई आकर्षण या प्रतिकर्षण बल कार्य नहीं करता।

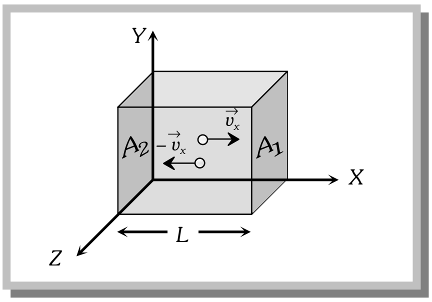
(14) अणुओं के नगण्य द्रव्यमान व उच्च गति के कारण उनके मध्य गुरुत्वाकर्षण नगण्य होता है।

(15) अणुओं की पात्र की दीवारों से संघट्ट के कारण अणुओं के संवेग में परिवर्तन होता है। संवेग में यह अन्तर पात्र की दीवारों को स्थानांतरित होता है। इस कारण पात्र की दीवारों पर एक बल आरोपित होता है।

(16) पात्र में सभी बिन्दुओं पर गैस का घनत्व समान होता है।

आदर्श गैस का दाब

माना एक आदर्श गैस (m द्रव्यमान के N अणु) लम्बाई L के घनाकार पात्र में रखी है। गैस का कोई अणु, किसी दिशा में वेग $\vec{v}$ से गतिशील है जहाँ $v = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$



यह अणु पात्र की छायांकित दीवार (A_1) से v_x वेग से टकराता है व टकराकर वेग $-v_x$ से पुनः अपने मार्ग पर लौटता है। अतः.

अणु के संवेग में परिवर्तन $\Delta P = (-mv_x) - (mv_x) = -2mv_x$

चूँकि संघट्ट के दौरान संवेग संरक्षित होता है। अतः दीवार A_1 के संवेग में परिवर्तन $\Delta P = 2mv_x$

टकराने के पश्चात् अणु के वेग की दिशा दीवार A_2 की ओर होती है व अणु दीवार A_2 से टकराकर पुनः $-v_x$ वेग से दीवार A_1 की ओर गति करता है।

(1) दीवार A_1 पर दो क्रमागत संघट्टों में लगा समय

$$\Delta t = \frac{\text{दो क्रमागत संघट्टों में अणु द्वारा चली गई दूरी}}{\text{अणु का वेग}} = \frac{2L}{v_x}$$

$\therefore$ प्रति सेकण्ड संघट्टों की संख्या $n = \frac{1}{\Delta t} = \frac{v_x}{2L}$

(2) एकांक समय में अणु द्वारा दीवार A_1 को स्थानांतरित संवेग $n\Delta P = \frac{v_x}{2L}2mv_x = \frac{m}{L}v_x^2$

अतः अणु द्वारा दीवार पर आरोपित बल $\Delta F = \frac{m}{L}v_x^2$

(3) अतः सभी अणुओं द्वारा दीवार पर आरोपित बल $F_x = \frac{m}{L}\sum v_x^2$

(4) चूँकि दाब प्रति एकांक क्षेत्रफल बल के तुल्य होता है अतः दाब

$\therefore$ $$P_x = \frac{F_x}{A} = \frac{m}{AL}\sum v_x^2 = \frac{m}{V}\sum v_x^2$$ इसीप्रकार $P_y = \frac{m}{V}\sum v_y^2$ व $P_z = \frac{m}{V}\sum v_z^2$

अतः $$P_x + P_y + P_z = \frac{m}{V}\sum (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

$$3P = \frac{m}{V}\sum v^2 \qquad [\ P_x = P_y = P_z = P \text{ और } v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2]$$

$$3P = \frac{m}{V}(v_1^2 + v_2^2 + v_3^3 + ...)$$

या $$3P = \frac{mN}{V}\left(\frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + v_4^2 ....}{N}\right)$$

या $$3P = \frac{mN}{V}v_{rms}^2 \qquad \left[\ \text{वेग के अणु का वर्ग माध्य मूल वेग } v_{rms} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + v_4^2 + ...}{N}}\ \right]$$

या $$P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}v_{rms}^2$$

(i) $P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}v_{rms}^2$ या $P \propto \frac{(mN)T}{V}$ [$\because v_{rms}^2 \propto T$]

(a) यदि गैस का आयतन व ताप नियत हों तो $P \propto mN$ अर्थात् दाब $\propto$ (गैस का द्रव्यमान)

अर्थात् यदि गैस का द्रव्यमान बढ़ता है तो अणुओं की संख्या अर्थात् प्रति सेकण्ड संघट्टों की संख्या बढ़ती है अतः दाब बढ़ेगा।

(b) यदि गैस का द्रव्यमान व ताप नियत रहता है तो $P \propto (1/V)$ अर्थात् यदि आयतन घटता है तो प्रति सेकण्ड संघट्टों की संख्या घटेगी (क्योंकि दीवारों के मध्य दूरी घटेगी) व दाब बढ़ेगा।

(c) यदि गैस का द्रव्यमान व ताप नियत रहते हैं तो $P \propto (v_{rms})^2 \propto T$

अर्थात् ताप बढ़ाने पर, गैस के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग बढ़ेगा और गैस के अणु तीव्र गति करेंगे अर्थात् अणु पात्र की दीवारों से ज्यादा टकराऐगें अतः दाब बढ़ेगा

(ii) $P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}v_{rms}^2 = \frac{1}{3}\frac{M}{V}v_{rms}^2$ [$\because M = mN$ = गैस का कुल द्रव्यमान]

$\therefore P = \frac{1}{3}\rho v_{rms}^2$ $\left[\because \rho = \frac{M}{V}\right]$

(iii) दाब व गतिज ऊर्जा में सम्बन्ध

गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}M v_{rms}^2$ $\therefore$ प्रति एकांक आयतन गतिज ऊर्जा $(E) = \frac{1}{2}\left(\frac{M}{V}\right)v_{rms}^2 = \frac{1}{2}\rho v_{rms}^2$ .....(i)

तथा हम जानते हैं $P = \frac{1}{3}\rho v_{rms}^2$ .....(ii)

समीकरण (i) व (ii) से, $P = \frac{2}{3}E$

अर्थात् आदर्श गैस द्वारा आरोपित दाब, गैस की प्रति एकांक आयतन औसत स्थानांतरीय गतिज ऊर्जा का दो–तिहाई होता है।

Problem 1. किसी बंद पात्र में 0°C पर रखी हाइड्रोजन गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल 3180 *m/s* है। हाइड्रोजन गैस पर दाब होगा (हाइड्रोजन गैस का घनत्व $8.99 \times 10^{-2}\ kg/m^3$ व 1 वायुमण्डलीय दाब $= 1.01 \times 10^5\ N/m^2$) [MP PMT 1995]

(a) 0.1 *atm* (b) 1.5 *atm* (c) 2.0 *atm* (d) 3.0 *atm*

Solution : (d) $P = \frac{1}{3}\rho v_{rms}^2 = \frac{1}{3}(8.99 \times 10^{-2}) \times (3180)^2 = 3.03 \times 10^5\ N/m^2 = 3.0\ atm$

Problem 2. किसी गैस के आयतन को नियत रखकर ताप बढ़ाया जाता है, तो गैस द्वारा पात्र की दीवारों पर आरोपित बल बढ़ेगा क्योंकि इसके अणु [CBSE PMT 1993]

(a) दीवारों को अधिक गतिज ऊर्जा प्रदान करते हैं

(b) दीवारों से कम समय के लिये सम्पर्क करेंगे

(c) अधिक वेग से पात्र की दीवारों से अधिक बार टकराऐंगे

(d) आपस में कम आवृत्ति से टकरायेंगे

Solution : (c) ताप बढ़ाने पर अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग बढ़ेगा। अतः वे पात्र की दीवारों पर अधिक वेग से अधिक बार टकराऐंगे। अतः गैस द्वारा पात्र की दीवारों पर आरोपित बल बढ़ेगा।

Problem 3. 20 *litres* धारिता का एक बेलनाकार पात्र H_2 गैस से भरा है। अणुओं की औसत स्थानांतरीय गतिज ऊर्जा $1.5 \times 10^5\ J$ है। पात्र में गैस का दाब होगा [MP PET 1993]

(a) $2\times10^6\ N/m^2$ (b) $3\times10^6\ N/m^2$ (c) $4\times10^6\ N/m^2$ (d) $5\times10^6\ N/m^2$

Solution : (d) गतिज ऊर्जा $E = 1.5\times10^5\ J$, आयतन $V = 20\ litre = 20\times10^{-3} m^3$

दाब $= \frac{2}{3}\frac{E}{V} = \frac{2}{3}\left(\frac{1.5\times10^5}{20\times10^{-3}}\right) = 5\times10^6\ N/m^2$

Problem 4. गैस A के N अणु (प्रत्येक द्रव्यमान m) व गैस B के $2N$ अणु (प्रत्येक द्रव्यमान $2m$) किसी पात्र में T ताप पर रखे हैं। गैस A के अणुओं का माध्य मूल वेग व गैस B के अणुओं के वेगों के x घटकों का माध्य मूल वेग w^2 हो तो अनुपात $\frac{w^2}{v^2}$ है

[NCERT 1984; MP PMT 1990]

(a) 1 (b) 2 (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{2}{3}$

Solution : (d) गैस के अणुओं का वर्ग माध्य वेग $= \frac{3kT}{m}$

गैस A के लिए, अणुओं के वर्ग माध्य वेग का x घटक $= w^2$

$\therefore$ वर्ग माध्य वेग $= 3w^2 = \frac{3kT}{m}$ .....(i)

गैस B के लिए, वर्ग माध्य वेग $= v^2 = \frac{3kT}{2m}$ .....(ii)

समीकरण (i) व (ii) से $\frac{3w^2}{v^2} = \frac{2}{1}$ इसलिए $\frac{w^2}{v^2} = \frac{2}{3}$

Problem 5. किसी पात्र में $10^{-3}\ m^3$ ऑक्सीजन गैस है। एक निश्चित ताप पर, ऑक्सीजन के अणुओं की संख्या 3.0×10^{22} है। ऑक्सीजन के एक अणु का द्रव्यमान $5.3\times10^{-26}\ kg$ है। इस ताप पर अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग $400\ m/s$ है। पात्र में गैस का दाब (N/m^2) होगा

(a) 8.48×10^4 (b) 2.87×10^4 (c) 25.44×10^4 (d) 12.72×10^4

Solution : (a) $V = 10^{-3} m^3$, $N = 3.0\times10^{22}$, $m = 5.3\times10^{-26} kg$, $v_{rms} = 400\ m/s$

$P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}v_{rms}^2 = \frac{1}{3}\times\frac{5.3\times10^{-26}\times3.0\times10^{22}}{10^{-3}}(400)^2 = 8.48\times10^4\ N/m^2$.

Problem 6. किसी निश्चित आयतन व ताप पर किसी गैस का दाब $75\ cm$ है। यदि समान आयतन व ताप पर गैस का द्रव्यमान दो गुना कर दिया जाये तो दाब का मान हो जायेगा

(a) $37.5\ cm$ (b) $75\ cm$ (c) $150\ cm$ (d) $300\ cm$

Solution : (c) $P = \frac{1}{3}\frac{M}{V}v_{rms}^2 \therefore P \propto \frac{MT}{V}$

नियत आयतन व ताप पर यदि गैस का द्रव्यमान दो गुना करें तो दाब भी दो गुना हो जायेगा।

Topperseducations.co.in

आदर्श गैस समीकरण

एक गैस जो गैस नियमों का पूर्णतः पालन करती है, पूर्ण या आदर्श गैस कहलाती है। गैस का प्रत्येक अणु शून्य विमा का बिन्दु द्रव्यमान होता है। गैस के अणुओं के मध्य आकर्षण या प्रतिकर्षण बल शून्य होता है। कोई भी गैसें पूर्ण या आदर्श गैस नहीं होती। परन्तु अत्यल्प दाब व उच्च ताप पर कुछ गैसें जैसे हाइड्रोजन, नाइट्रोजन, हीलियम इत्यादि आदर्श व्यवहार प्रदर्शित करती हैं।

वह समीकरण जो आदर्श गैस की किसी दी गयी अवस्था में दाब (P), आयतन (V) व ताप (T) में सम्बन्ध प्रदर्शित करती है आदर्श गैस समीकरण कहलाती है।

आदर्श गैस समीकरण	
1 मोल या N_A अणु या M ग्राम या 22.4 लीटर गैस के लिए	$PV = RT$
μ मोल गैस के लिए	$PV = \mu RT$
गैस के 1 अणु के लिए	$PV = \left(\frac{R}{N_A}\right)T = kT$
गैस के N अणुओं के लिए	$PV = NkT$
1 ग्राम गैस के लिए	$PV = \left(\frac{R}{M}\right)T = rT$
n ग्राम गैस के लिए	$PV = nrT$

(1) **सार्वत्रिक गैस नियतांक** (R) : विमीय सूत्र $[ML^2T^{-2}\theta^{-1}]$

$$R = \frac{PV}{\mu T} = \frac{\text{दाब} \times \text{आयतन}}{\text{मोलों की संख्या} \times \text{ताप}} = \frac{\text{कार्य}}{\text{मोलों की संख्या} \times \text{ताप}}$$

अतः सार्वत्रिक गैस नियतांक, गैस द्वारा (या गैस पर) प्रति मोल प्रति केल्विन ताप किये गये कार्य के तुल्य होता है।

S.T.P. पर मान : $8.31 \frac{Joule}{mole \times kelvin} = 1.98 \frac{cal}{mole \times kelvin} = 0.8221 \frac{litre \times atm}{mole \times kelvin}$

(2) **बोल्ट्जमेन नियतांक** (k) : विमीय सूत्र $[ML^2T^{-2}\theta^{-1}]$

$$k = \frac{R}{N} = \frac{8.31}{6.023 \times 10^{23}} = 1.38 \times 10^{-23} \; Joule/kelvin$$

(3) **विशिष्ट गैस नियतांक** (r) : विमीय सूत्र $[L^2T^{-2}\theta^{-1}]$

$$r = \frac{R}{M}; \text{ इकाई : } \frac{Joule}{gm \times kelvin}$$

चूँकि विभिन्न गैसों के लिए M का मान भिन्न-भिन्न होता है। अतः r का मान भी विभिन्न गैसों के लिए r का मान भी भिन्न-भिन्न होता है।

Problem 7. 27°C पर किसी गैस का आयतन V व दाब P है। गर्म करने पर इसका दाब दोगुना व आयतन तीन गुना हो जाता है। गैस का परिणामी ताप होगा [MP PET 2003]

(a) 1800°C (b) 162°C (c) 1527°C (d) 600°C

Solution : (c) आदर्श गैस समीकरण से $PV = \mu RT$ अतः $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \left(\frac{2P_1}{P_1}\right)\left(\frac{3V_1}{V_1}\right) = 6$

$\therefore \; T_2 = 6T_1 = 6 \times 300 = 1800\,K = 1527°C$

Problem 8. किसी गुब्बारे में 27°C ताप व 1 वायुमण्डलीय दाब पर 500 m^3 हीलियम गैस भरी जाती है। – 3°C ताप व 0.5 वायुमण्डलीय दाब पर हीलियम का आयतन होगा [MP PMT/PET 1998; JIPMER 2001, 2002]

(a) 500 m^3 (b) 700 m^3 (c) 900 m^3 (d) 1000 m^3

Solution : (c) समीकरण $PV = \mu RT$ से $\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = \left(\frac{270}{300}\right)\left(\frac{1}{0.5}\right) = \frac{9}{5} \Rightarrow V_2 = 500 \times \frac{9}{5} = 900\,m^3$

Problem 9. यदि किसी गैसीय निकाय के आयतन को बढ़ाकर दोगुना व ताप को घटाकर आधा कर दें तो उसका दाब अपने प्रारम्भिक मान का [AIEEE 2002]

(a) दोगुना हो जाएगा (b) चार गुना हो जाएगा (c) 1 / 4 गुना हो जाएगा (d) 1 / 2 गुना हो जाएगा

Solution : (c) समीकरण $PV = \mu RT$ से $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = \left(\frac{T_1/2}{T_1}\right)\left(\frac{V_1}{2V_1}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow P_2 = \frac{P_1}{4}$

Problem 10. $8g$ ऑक्सीजन के संगत आदर्श गैस समीकरण होगा [CBSE PMT 1994; DPMT 2000]

(a) $PV = 8RT$ (b) $PV = RT/4$ (c) $PV = RT$ (d) $PV = RT/2$

Solution : (b) $32\,gm$ ऑक्सीजन $= 1$ मोल $\therefore$ $8\,gm$ ऑक्सीजन $= 1/4$ मोल अर्थात् $\mu = \frac{1}{4}$

अतः समीकरण $PV = \mu RT$ से $PV = \frac{1}{4}RT$ या $PV = \frac{RT}{4}$

Problem 11. किसी फ्लास्क में $27°C$ ताप पर $13\ gm$ आदर्श गैस भरी है। ताप बढ़ाकर $52°C$ करने पर कितनी गैस (द्रव्यमान में) फ्लास्क से निकल जाएगी जबकि गैस का ताप $52°C$ व दाब पूर्ववत् ही रहे [EAMCET (Engg.) 2000]

(a) $2.5\,g$ (b) $2.0\,g$ (c) $1.5\,g$ (d) $1.0\,g$

Solution : (d) $PV \propto$ गैस का द्रव्यमान $\times$ ताप

प्रश्न में दाब व आयतन नियत रहता है। अतः $M_1T_1 = M_2T_2 =$ नियतांक

$$\therefore \frac{M_2}{M_1} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{(27+273)}{(52+273)} = \frac{300}{325} = \frac{12}{13} \Rightarrow M_2 = M_1 \times \frac{12}{13} = 13 \times \frac{12}{13}gm = 12gm$$

अतः फ्लास्क से निकली गैस $= 13\,gm - 12\,gm = 1\,gm$.

Problem 12. किसी खुले पात्र में $60°C$ पर वायु भरी है। पात्र को ताप T तक गर्म करने पर वायु का 1 / 4 भाग पलायन कर जाता है। पात्र का आयतन नियत रहे तो T का मान होगा [MP PET 1996, 99]

(a) $80°C$ (b) $444°C$ (c) $333°C$ (d) $171°C$

Solution : (d) $M_1 = M$, $T_1 = 60 + 273 = 333\,K$, $M_2 = M - \frac{M}{4} = \frac{3M}{4}$ [1 / 4 भाग पलायन कर जाता है]

यदि गैस का दाब व आयतन नियत रहे तो $MT =$ नियतांक

$$\therefore \frac{T_2}{T_1} = \frac{M_1}{M_2} = \left(\frac{M}{3M/4}\right) = \frac{4}{3} \Rightarrow T_2 = \frac{4}{3} \times T_1 = \frac{4}{3} \times 333 = 444\,K = 171°C$$

Problem 13. यदि अन्तराण्विक बलों को नगण्य मानें तो $4.5\,kg$ जल के अणुओं द्वारा अधिग्रहित आयतन (सामान्य दाब व ताप पर) होगा [CPMT 1989]

(a) $5.6\,m^3$ (b) $4.5\,m^3$ (c) 11.2 *litre* (d) $11.2\,m^3$

Solution : (a) $\mu = \frac{\text{जल का द्रव्यमान}}{\text{जल का अणुभार}} = \frac{4.5\,kg}{18 \times 10^{-3}\,kg} = 250$, $T = 273\,K$ व $P = 10^5\,N/m^2$ (S.T.P.)

सूत्र $PV = \mu RT$ से $\Rightarrow V = \frac{\mu RT}{P} = \frac{250 \times 8.3 \times 273}{10^5} = 5.66\,m^3$

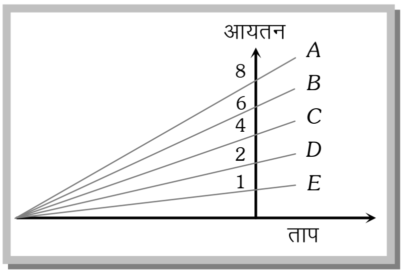
Problem 14. पात्र A में उपस्थित गैस का दाब P, आयतन V व ताप T है। किसी अन्य पात्र B में उपस्थित गैस का दाब $2P$, आयतन $V/4$ व ताप $2T$ है तो पात्र A व B में अणुओं की संख्या होगी [AIIMS 1982]

(a) 1 : 1 (b) 1 : 2 (c) 2 : 1 (d) 4 : 1

Solution : (d) आदर्श गैस समीकरण से $PV = \mu RT = \left(\frac{N}{N_A}\right)RT$ जहाँ N = अणुओं की संख्या, N_A = एवोगेड्रो संख्या

$$\therefore \frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)\left(\frac{V_1}{V_2}\right)\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{P}{2P}\right)\left(\frac{V}{V/4}\right)\left(\frac{2T}{T}\right) = \frac{4}{1}$$

Problem 15. नियत दाब P पर किसी आदर्श गैस के द्रव्यमान m का प्रसार ग्राफ D द्वारा प्रदर्शित है। तो समान आदर्श गैस के $2m$ द्रव्यमान का दाब $P/2$ पर प्रसार किस ग्राफ द्वारा प्रदर्शित होगा



(a) E
(b) C
(c) B
(d) A

Solution : (d) आदर्श गैस समी. से $PV \propto MT$ या $V \propto \frac{M}{P}T$; जहाँ $\left(\frac{M}{P}\right)$ ताप-आयतन ग्राफ का ढाल प्रदर्शित करता है।

प्रथम स्थिति में, ग्राफ D का ढाल $= \left(\frac{M}{P}\right)$ (प्रश्नानुसार)

द्वितीय स्थिति में, ग्राफ का ढाल $\frac{2M}{P/2} = 4\left(\frac{M}{P}\right)$ अर्थात् ढाल चार गुना हो जाएगा अतः ग्राफ A सही विकल्प है।

Problem 16. यदि मोलर गैस नियतांक 8.3 *J/mole-K* हो व r हाइड्रोजन गैस के लिए विशिष्ट गैस नियतांक हो तो, r का मान होगा

(a) 4.15 (b) 8.3 (c) 16.6 (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Solution : (a) विशिष्ट गैस नियतांक $r = \frac{\text{सार्वत्रिक गैस नियतांक } (R)}{\text{गैस का मोलर भार } (M)} = \frac{8.3}{2} = 4.15$ *Joule/mole-K*

Problem 17. किसी पात्र A में स्थित गैस, अन्य पात्र B में स्थित अन्य गैस से ऊष्मीय साम्य में है। यदि पात्रों में गैसों के द्रव्यमान समान हो तो निम्न में से सही सम्बन्ध होगा

(a) $P_A V_A = P_B V_B$ (b) $P_A = P_B, V_A \neq V_B$ (c) $P_A \neq P_B, V_A = V_B$ (d) $\frac{P_A}{V_A} = \frac{P_B}{V_B}$

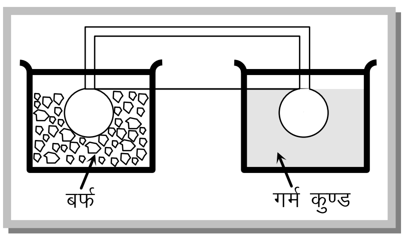
Solution : (b, c) प्रश्नानुसार गैसों के द्रव्यमान समान हैं परन्तु गैस के मोलों की संख्या समान नहीं होगी अर्थात् $\mu_A \neq \mu_B$

आदर्श गैस समीकरण से; $PV = \mu RT$ $\therefore \frac{P_A V_A}{\mu_A} = \frac{P_B V_B}{\mu_B}$ [चूँकि ताप समान है]

उपरोक्त सम्बन्ध से स्पष्ट है यदि $P_A = P_B$ तब $\frac{V_A}{V_B} = \frac{\mu_A}{\mu_B} \neq 1$ अर्थात् $V_A \neq V_B$

समान रूप से यदि $V_A = V_B$ तब $\frac{P_A}{P_B} = \frac{\mu_A}{\mu_B} \neq 1$ अर्थात् $P_A \neq P_B$

Problem 18. काँच के दो एकसमान गोले चित्रानुसार काँच की पतली नली से अंतः सम्बन्धित हैं। सामान्य ताप व दाब पर गोलों में एक गैस भरी जाती है। यदि एक गोला



बर्फ में व दूसरा गर्म कुण्ड (Hot bath) में रखा जाता है तो गैस का दाब 1.5 गुना हो जाता है। तो गर्म कुण्ड का ताप होगा

(a) $100°C$

(b) $182°C$

(c) $256°C$

(d) $546°C$

Solution : (d) गोलों में गैस की मात्रा नियत रहती है। अर्थात् गोलों में, प्रारम्भ में मोलों की संख्या = अंत में मोलों की संख्या

$$\mu_1 + \mu_2 = \mu_1' + \mu_2'$$

$$\frac{PV}{R(273)} + \frac{PV}{R(273)} = \frac{1.5\,PV}{R(273)} + \frac{1.5PV}{R(T)} \Rightarrow \frac{2}{273} = \frac{1.5}{273} + \frac{1.5}{T} \Rightarrow T = 819\,K = 546°C$$

Problem 19. समान आयतन के दो पात्रों में समान गैस क्रमशः दाब P_1 व P_2 व क्रमशः ताप T_1 व T_2 पर भरी हैं। पात्रों को जोड़ने पर गैस का उभयनिष्ठ दाब P व उभयनिष्ठ ताप T हो जाता है। तो अनुपात P/T होगा

(a) $\frac{P_1}{T_1} + \frac{P_2}{T_2}$ (b) $\frac{P_1T_1 + P_2T_2}{(T_1+T_2)^2}$ (c) $\frac{P_1T_2 + P_2T_1}{(T_1+T_2)^2}$ (d) $\frac{P_1}{2T_1} + \frac{P_2}{2T_2}$

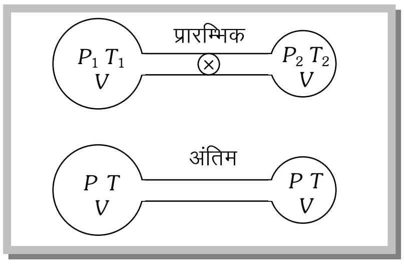
Solution : (d) प्रथम पात्र में मोलों की संख्या $\mu_1 = \frac{P_1V}{RT_1}$ तथा द्वितीय पात्र में मोलों की संख्या $\mu_2 = \frac{P_2V}{RT_2}$

यदि पात्रों को जोड़ा जाए तो भी गैसों की कुल मात्रा समान रहेगी

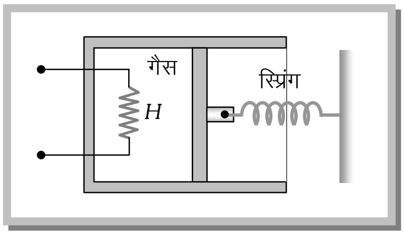
अर्थात् $\mu = \mu_1 + \mu_2$

$$\frac{P(2V)}{RT} = \frac{P_1V}{RT_1} + \frac{P_2V}{RT_2}$$

$$\frac{P}{T} = \frac{P_1}{2T_1} + \frac{P_2}{2T_2}$$



Problem 20. एक आदर्श एक-परमाण्विक गैस किसी बेलन में स्प्रिंग लगे पिस्टन (अनुप्रस्थ काट $8\times10^{-3}\,m^2$) द्वारा सीमित है। प्रारम्भ में, गैस $300K$ ताप पर $2.4\times10^{-3}\,m^3$ आयतन घेरती है तथा स्प्रिंग अपनी सामान्य अवस्था में है। गैस को एक छोटी हीटर कुण्डली H द्वारा गर्म किया जाता है। स्प्रिंग का बल नियतांक $8000\,N/m$ व वायुमण्डलीय दाब $1.0\times10^5\,Pa$ है। बेलन व पिस्टन ऊष्मीय कुचालक है। पिस्टन व स्प्रिंग द्रव्यमान रहित हैं। पिस्टन व बेलन के मध्य घर्षण शून्य है। हीटर से उत्पन्न ऊष्मा की किसी भी रूप में हानि नहीं होती व हीटर कुण्डली की ऊष्मीय चालकता नगण्य है। उपरोक्त सभी अवधारणाओं के साथ, गैस को गर्म करने पर पिस्टन धीरे से $0.1m$ सरकता है तो अंतिम गैस का ताप होगा



(a) $400\,K$

(b) $800\,K$

(c) $1200\,K$

(d) $300\,K$

Solution : (b) $V_1 = 2.4\times10^{-3}\,m^3$, $P_1 = P_0 = 10^5\,\frac{N}{m^2}$ और $T_1 = 300\,K$ (दिया है)

यदि पिस्टन का अनुप्रस्थ क्षेत्रफल A हो व यह x दूरी सरके तो गैस के आयतन में वृद्धि $= Ax$

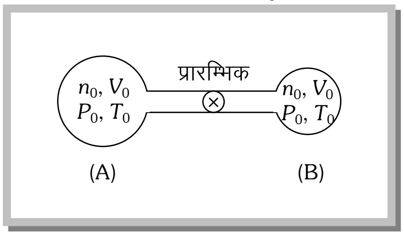
यदि स्प्रिंग का बल नियतांक k हो तो बल $F = kx$ व दाब $= \frac{F}{A} = \frac{kx}{A}$

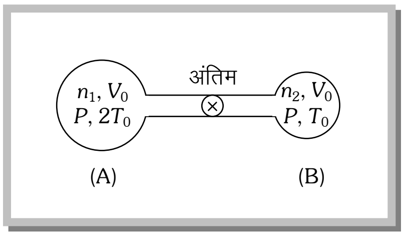
$V_2 = V_1 + Ax = 2.4\times10^{-3} + 8\times10^{-3}\times0.1 = 3.2\times10^{-3}$ और $P_2 = P_0 + \frac{kx}{A} = 10^5 + \frac{8000\times0.1}{8\times10^{-3}} = 2\times10^5$

आदर्श गैस समीकरण से, $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{10^5\times2.4\times10^{-3}}{300} = \frac{2\times10^5\times3.2\times10^{-3}}{T_2} \Rightarrow T_2 = 800\,K$

Problem 21. दो समान पात्र, (प्रत्येक आयतन V_0) एक छोटी नली द्वारा जोड़े जाते हैं। पात्रों में एक ही गैस ताप T_0 व दाब P_0 पर भरी है। एक पात्र ताप $2T_0$ तक गर्म किया जाता है जबकि दूसरा समान ताप पर रखा जाता है। गैस का उभयनिष्ठ दाब P व ताप $2T_0$ वाले पात्र में मोलों की संख्या n है तब

(a) $P = 2P_0$ (b) $P = \frac{4}{3}P_0$ (c) $n = \frac{2}{3}\frac{P_0V_0}{RT_0}$ (d) $n = \frac{3}{2}\frac{P_0V_0}{RT_0}$





Solution : (b, c) प्रारम्भ में, पात्र A के लिए $P_0V_0 = n_0RT_0$

पात्र B के लिए $P_0V_0 = n_0RT_0$ $\therefore n_0 = \frac{P_0V_0}{RT_0}$

कुल मोल $= n_0 + n_0 = 2n_0$

चूँकि ताप बढ़ाने पर मोलों की संख्या अप्रभावित रहती है।

अतः $n_1 + n_2 = 2n_0$ ......(i)

यदि P उभयनिष्ठ दाब हो तो

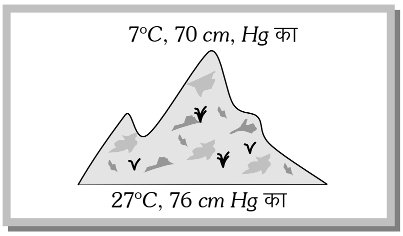
पात्र A के लिए $PV_0 = n_1R\,2T_0$ $\therefore n_1 = \frac{PV_0}{2RT_0}$

पात्र B के लिए $PV_0 = n_2RT_0$ $\therefore n_2 = \frac{PV_0}{RT_0}$

समीकरण (i) में n_0, n_1 व n_2 के मान रखने पर $\frac{PV_0}{2RT_0} + \frac{PV_0}{RT_0} = \frac{2.P_0V_0}{RT_0} \Rightarrow P = \frac{4}{3}P_0$

पात्र A ($2T_0$ ताप पर) में मोलों की संख्या $= n_1 = \frac{PV_0}{2RT_0} = \left(\frac{4}{3}P_0\right)\frac{V_0}{2RT_0} = \frac{2}{3}\frac{P_0V_0}{RT_0}$ $\left[\because P = \frac{4}{3}P_0\right]$

Problem 22. किसी पर्वत–शिखर पर तापमापी 7°C व दाबमापी 70 *cm* (पारा) पाठ्यांक देते हैं। पर्वत के निम्न तल पर यह पाठ्यांक क्रमशः 27°C व 76 *cm* (पारा) हो जाते हैं। निम्न तल की तुलना में शिखर पर वायु घनत्व होगा



(a) 75/76
(b) 70/76
(c) 76/75
(d) 76/70

Solution : (a) घनत्व के पदों में आदर्श गैस समीकरण $\frac{P_1}{\rho_1T_1} = \frac{P_2}{\rho_2T_2} =$ नियतांक $\therefore \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{P_1}{P_2}\times\frac{T_2}{T_1}$

$\therefore \frac{\rho_{\text{शिखर}}}{\rho_{\text{तल}}} = \frac{P_{\text{शिखर}}}{P_{\text{तल}}}\times\frac{T_{\text{तल}}}{T_{\text{Top}}} = \frac{70}{76}\times\frac{300}{280} = \frac{75}{76}$

Topperseducations.co.in

वाण्डर वाल गैस समीकरण

सभी वास्तविक गैसें आदर्श गैस समीकरण का पालन नहीं करती हैं। वास्तविक गैसों के व्यवहार को प्रदर्शित करने के लिए आदर्श गैस समीकरण में निम्न दो सुधार किये गये।

(i) अणुओं का अशून्य आकार : गैस के आयतन का एक निश्चित भाग उसके अणु घेर लेते हैं। अतः गैस के अणुओं की मुक्त गति के लिए उपलब्ध आयतन गैस के आयतन से कुछ कम होता है।

अतः प्रभावी आयतन $(V - b)$ होगा।

(ii) गैस के अणुओं के मध्य आकर्षण बल : इस कारण, गैस के अणु पात्र की दीवारों पर उतना दाब आरोपित नहीं कर पाते जितना अन्तराण्विक बलों की अनुपस्थिति में कर सकते हैं। अतः गैस का प्रेक्षित दाब P, अन्तराण्विक बलों की अनुपस्थिति में लगने वाले दाब से कम होगा। अतः प्रभावी दाब $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)$ होगा।

उपरोक्त सुधारों के पश्चात् प्राप्त आदर्श गैस समीकरण वाण्डर वाल समीकरण कहलाता है।

वाण्डर वाल गैस समीकरण	
1 मोल गैस के लिए	$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$
μ मोल गैस के लिए	$\left(P + \frac{a\mu^2}{V^2}\right)(V - \mu b) = \mu RT$

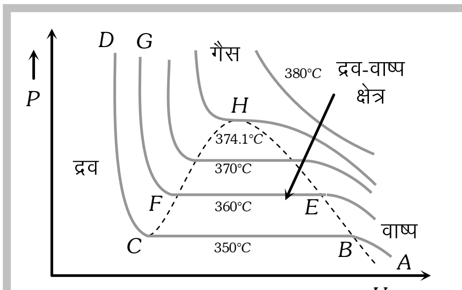
जहाँ a व b नियतांक हैं जिन्हें वाण्डर वाल नियतांक कहते हैं।

विमाएँ : $[a] = [ML^5T^{-2}]$ और $[b] = [L^3]$

इकाई : $a = N \times m^4$ और $b = m^3$

एन्ड्रयू वक्र

वास्तविक गैसों के लिए दाब (P) – आयतन (V) वक्र एन्ड्रयू वक्र कहलाता है।



एन्ड्रयू वक्र

(1) 350°C ताप पर वक्र का भाग AB जल की वाष्प अवस्था को प्रदर्शित करता है। इस भाग में बॉयल नियम $\left(P \propto \frac{1}{V}\right)$ का पालन होता है। भाग BC वाष्प व द्रव अवस्था के सह-अस्तित्व को प्रदर्शित करता है। बिन्दु C पर, वाष्प पूर्णतः द्रव अवस्था में परिवर्तित हो जाती है। भाग CD दाब अक्ष के समांतर है। जो जल की नगण्य असम्पीड्यता को प्रदर्शित करता है।

(2) 360°C ताप पर सह-अस्तित्व दर्शाने वाले भाग का आकार घट जाता है।

(3) 370°C पर यह भाग और घट जाता है।

(4) 374.1°C ताप पर, यह घटकर बिन्दु H में परिवर्तित हो जाता है जिसे क्रांतिक बिन्दु कहते हैं तथा ताप 374.1°C जल का क्रांतिक ताप (T_c) कहलाता है।

(5) 380°C (क्रांतिक ताप के ऊपर) जल की अवस्था गैसीय अवस्था कहलाती है।

क्रांतिक ताप, दाब व आयतन

P-V वक्र पर वह बिन्दु जहाँ पदार्थ गैसीय अवस्था से द्रव अवस्था परिवर्तित होता है क्रांतिक बिन्दु कहलाता है। इस बिन्दु पर द्रव व वाष्प में अन्तर समाप्त हो जाता है अर्थात् वाष्प व द्रव के घनत्व समान हो जाते हैं।

(i) क्रांतिक ताप (T_c) : वह महत्तम ताप जिससे कम ताप पर कोई गैस मात्र दाब आरोपित करके द्रवित की जा सकती हैं क्रांतिक ताप कहलाता है यह गैस का अभिलाक्षणिक गुण है। यदि ताप क्रांतिक ताप से अधिक हो तो गैस द्रवित नहीं की जा सकती है।

CO_2 (304.3 K), O_2 (–118°C), N_2 (–147.1°C) और H_2O (374.1°C)

(ii) क्रांतिक दाब (P_c) : गैस के क्रांतिक ताप पर वह न्यूनतम दाब जिसे आरोपित करके गैस द्रवित की जा सकती है, क्रांतिक दाब कहलाता है।

CO_2 (73.87 bar) तथा O_2 (49.7atm)

(iii) क्रांतिक आयतन (V_c) : क्रांतिक ताप व दाब पर किसी गैस के 1 मोल का आयतन क्रांतिक आयतन कहलाता है।

CO_2 ($95 \times 10^{-6}\ m^3$)

(iv) वाण्डर वाल नियतांकों व T_c, P_c, V_c में सम्बन्ध

$$T_c = \frac{8a}{27Rb},\ P_c = \frac{a}{27b^2},\ V_c = 3b,\qquad a = \frac{27R^2}{64}\frac{T_c^2}{P_c},\ b = \frac{R}{8}\left(\frac{T_c}{P_c}\right) \text{ और } \frac{P_cV_c}{T_c} = \frac{3}{8}R$$

Problem 23. निम्न में से किस स्थिति में नियम $PV = RT$ का वास्तविक गैसों द्वारा पालन (लगभग) किया जाता है

[NCERT 1974; MP PMT 1994, 97; MP PET 1999; AMU 2001]

(a) उच्च दाब व उच्च ताप पर
(b) निम्न दाब व निम्न ताप पर
(c) निम्न दाब व उच्च ताप पर
(d) उच्च दाब व निम्न ताप पर

Solution : (c) निम्न दाब व उच्च ताप पर वास्तविक गैसें नियम $PV = RT$ का पालन करती हैं अर्थात् वे आदर्श गैसों के समान व्यवहार प्रदर्शित करती हैं क्योंकि उच्च ताप पर (यह माना जाता है कि) गैसों के अणुओं के मध्य कोई आकर्षण या प्रतिकर्षण बल कार्य नहीं करता है व अणु द्वारा अधिगृहित आयतन गैस के आयतन की तुलना में नगण्य होता है।

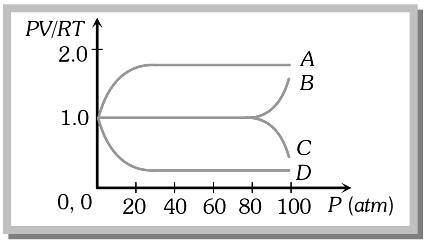
Problem 24. गैस का अवस्था समीकरण $\left(P + \frac{aT^2}{V}\right)V^c = (RT + b)$ द्वारा प्रदर्शित है, जहाँ a, b, c व R नियतांक हैं। समतापी वक्र $P = AV^m - BV^n$ द्वारा प्रदर्शित है, जहाँ A व B ताप पर निर्भर हैं तब [CBSE PMT 1995]

(a) $m = -c$ और $n = -1$
(b) $m = c$ और $n = 1$
(c) $m = -c$ और $n = 1$
(d) $m = c$ और $n = -1$

Solution : (a) $\left(P + \frac{aT^2}{V}\right)V^c = RT + b \Rightarrow P + aT^2V^{-1} = RTV^{-c} + bV^{-c} \Rightarrow P = (RT + b)V^{-c} - (aT^2)V^{-1}$

इस समीकरण की दिये गये समीकरण $P = AV^m - BV^n$ से तुलना करने पर $m = -c$ व $n = -1$ प्राप्त होता है।

Problem 25. उच्च दाब व भिन्न-भिन्न तापों पर गैस की निश्चित मात्रा के लिए किये प्रयोग पर गैस आदर्श व्यवहार से विचलित होती है। राशि $\frac{PV}{RT}$ में P के साथ परिवर्तन चित्र में प्रदर्शित है। सही विचलन निम्न में से किस ग्राफ द्वारा प्रदर्शित है [CPMT 1988]



(a) वक्र A
(b) वक्र B
(c) वक्र C
(d) वक्र D

Solution : (b) निम्न दाब पर दी गयी गैस का व्यवहार आदर्श गैस के समान होगा अतः $\frac{PV}{RT}$ = नियतांक परन्तु यदि दाब बढ़े, तो आयतन में कमी समान अनुपात में नहीं होगी अतः $\frac{PV}{RT}$ बढ़ेगा।

Problem 26. आदर्श गैस का ठोस में परिवर्तन

(a) मात्र निम्न दाब पर सम्भव है (b) मात्र निम्न ताप पर सम्भव है

(c) मात्र निम्न आयतन पर सम्भव है (d) असम्भव है

Solution : (d) क्योंकि गैस के अणुओं के मध्य आकर्षण शून्य है।

गैस के अणुओं की विभिन्न चाल

गैस के अणुओं की गति की व्याख्या निम्न तीन वेगों में से किसी की भी सहायता से की जा सकती है।

(1) वर्ग माध्य मूल चाल : यह विभिन्न अणुओं की चालों के वर्गों के माध्य के वर्ग मूल द्वारा परिभाषित की जाती है।

अर्थात् $v_{rms} = \sqrt{\dfrac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + v_4^2 + ...}{N}}$

(i) आदर्श गैस के दाब समीकरण $P = \dfrac{1}{3}\dfrac{mN}{V}v_{rms}^2$ से

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3PV}{mN}} = \sqrt{\frac{3PV}{\text{गैस का द्रव्यमान}}} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} \qquad \left[\rho = \frac{\text{गैस का द्रव्यमान}}{V}\right]$$

(ii) $v_{rms} = \sqrt{\dfrac{3PV}{\text{गैस का द्रव्यमान}}} = \sqrt{\dfrac{3\mu RT}{\mu M}} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$ [$\therefore$ यदि M गैस का अणुभार है व $PV = \mu RT$ तो गैस का द्रव्यमान $= \mu M$]

(iii) $v_{rms} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}} = \sqrt{\dfrac{3N_A kT}{N_A M}} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m}}$ [$M = N_A m$ व $R = N_A k$]

$$\therefore \text{ वर्ग माध्य मूल चाल } v_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{\rho}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Important points

(i) ताप वृद्धि के साथ गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल बढ़ती है क्योंकि $v_{rms} \propto \sqrt{T}$

(ii) अणुभार बढ़ने पर गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल घटती है क्योंकि $v_{rms} \propto \dfrac{1}{\sqrt{M}}$

अर्थात् हाइड्रोजन अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल समान पर ऑक्सीजन अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल से चार गुनी होगी।

(iii) गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल *km/s* कोटि की होती है।

उदाहरणतः सामान्य ताप व दाब पर हाइड्रोजन गैस के लिए $(v_{rms}) = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}} = \sqrt{\dfrac{3\times 8.31\times 273}{2\times 10^3}} = 1840\, m/s$

(iv) गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल, गैस में ध्वनि के वेग की $\sqrt{\dfrac{3}{\gamma}}$ गुनी होती है।

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad \text{व} \quad v_s = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad \text{अतः} \quad v_{rms} = \sqrt{\frac{3}{\gamma}}v_s$$

(v) गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल गैस के दाब पर (यदि ताप नियत रहे) निर्भर नहीं करती है। क्योंकि $P \propto \rho$ (बॉयल का नियम) यदि दाब बढ़े तो घनत्व भी समान अनुपात में बढ़ता है व v_{rms} नियत रहती है।

(vi) चन्द्रमा पर कोई वायुमण्डल नहीं है क्योंकि वहाँ गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल (v_{rms}) पलायन वेग (v_e) से अधिक है।

किसी ग्रह या उपग्रह पर सिर्फ और सिर्फ तभी वायुमण्डल होगा जबकि $v_{rms} < v_e$

(vii) $T = 0$ पर $v_{rms} = 0$ अर्थात् $0\,K$ ताप पर गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल शून्य हो जाती है यह ताप परम शून्य कहलाता है।

(2) **सर्वाधिक प्रसम्भाव्य चाल :** गैस के अणुओं की चाल एक परास में होती है। गैस के सर्वाधिक अणुओं की चाल सर्वाधिक प्रसम्भाव्य चाल कहलाती है। उदाहरणः यदि गैस के 10 अणुओं की चाल क्रमशः 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 6 *km/s* हो तो सर्वाधिक प्रसम्भाव्य चाल 3 *km/s* होगी क्योंकि गैस के अधिकतर अणु इसी चाल से गतिमान हैं।

$$\text{सर्वाधिक प्रसम्भाव्य चाल } v_{mp} = \sqrt{\frac{2P}{\rho}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

(3) **औसत चाल :** दिये गये ताप पर गैस के अणुओं की चालों के अंकगणितीय माध्य को गैस के अणुओं की औसत चाल कहते हैं।

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + ...}{N}$$

तथा गैसों के अणुगति सिद्धान्त से,

$$\text{औसत चाल } v_{av} = \sqrt{\frac{8P}{\pi\rho}} = \sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{RT}{M}} = \sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{kT}{m}}$$

- ❑ $v_{rms} > v_{av} > v_{mp}$ (याद रखने की विधि RAM)
- ❑ $v_{rms} : v_{av} : v_{mp} = \sqrt{3} : \sqrt{\frac{8}{\pi}} : \sqrt{2} = \sqrt{3} : \sqrt{2.5} : \sqrt{2}$
- ❑ ऑक्सीजन के अणुओं के लिए $v_{rms} = 461\ m/s$, $v_{av} = 424.7\ m/s$ व $v_{rms} = 376.4\ m/s$

Problem 27. कमरे के ताप पर, किसी द्विपरमाण्विक गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल 1930 *m/s* है। तो गैस होगी

[IIT-JEE 1984; MP PET 2000; BCECE 2003]

(a) H_2 (b) F_2 (c) O_2 (d) Cl_2

Solution : (a) वर्ग माध्य मूल वेग $v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 1930\, m/s$ (दिया है)

$\therefore\ M = \frac{3RT}{(1930)^2} = \frac{3 \times 8.31 \times 300}{1930 \times 1930} = 2 \times 10^{-3}\ kg = 2\, gm$ अर्थात् गैस हाइड्रोजन है।

Problem 28. माना A व B दो गैसें हैं तथा दिया है $\frac{T_A}{M_A} = 4.\frac{T_B}{M_B}$; जहाँ T –ताप व M –आण्विक द्रव्यमान है। यदि C_A व C_B वर्ग माध्य मूल चाल हों तो $\frac{C_A}{C_B}$ का मान होगा

[BHU 2003]

(a) 2 (b) 4 (c) 1 (d) 0.5

Solution : (a) $v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ $\therefore$ $\frac{C_A}{C_B} = \sqrt{\frac{T_A/T_B}{M_A/M_B}} = \sqrt{4} = 2$ $\left[\frac{T_A}{T_B} = 4\frac{M_A}{M_B}\right.$ दिया है$\left.\right]$

Problem 29. किसी पात्र में गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल 400 ms^{-1} है। यदि आधी गैस बाहर निकल जाए तो नियत ताप पर शेष अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल होगी [Kerala (Engg.) 2002]

(a) 800 ms^{-1} (b) $400\sqrt{2}\, ms^{-1}$ (c) 400 ms^{-1} (d) 200 ms^{-1}

Solution : (c) वर्ग माध्य मूल चाल गैस की मात्रा पर निर्भर नहीं करती। किसी गैस के लिए, नियत ताप पर यह हमेशा नियत रहती है।

Problem 30. 300 K ताप पर हाइड्रोजन गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल 1930 m/s है। तो 900 K पर ऑक्सीजन के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल होगी [MH CET 2002]

(a) $1930\sqrt{3}\, m/s$ (b) 836 m/s (c) 643 m/s (d) $\frac{1930}{\sqrt{3}} m/s$

Solution : (b) $v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ $\therefore$ $\frac{v_{H_2}}{v_{O_2}} = \sqrt{\frac{T_{H_2}}{M_{H_2}} \times \frac{M_{O_2}}{T_{O_2}}}$ $\Rightarrow$ $\frac{1930}{v_{O_2}} = \sqrt{\frac{300}{2} \times \frac{32}{900}}$ $\Rightarrow$

$v_{O_2} = \frac{1930 \times \sqrt{3}}{4} = 836\, m/s$.

Problem 31. किसी ताप पर हाइड्रोजन गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल, 47°C पर ऑक्सीजन के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल के तुल्य होगी [CPMT 1985; MP PET 1997; RPET 1999; AIEEE 2002]

(a) 20 K (b) 80 K (c) – 73 K (d) 3 K

Solution : (a) ऑक्सीजन के लिए $v_{O_2} = \sqrt{\frac{3RT_{O_2}}{M_{O_2}}}$ तथा हाइड्रोजन के लिए $v_{H_2} = \sqrt{3R\frac{T_{H_2}}{M_{H_2}}}$

प्रश्नानुसार $\Rightarrow \sqrt{\frac{3RT_{O_2}}{M_{O_2}}} = \sqrt{3R\frac{T_{H_2}}{M_{H_2}}}$

$\Rightarrow \frac{T_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{T_{H_2}}{M_{H_2}} \Rightarrow \frac{47+273}{32} = \frac{T_{H_2}}{2} \Rightarrow T_{H_2} = \frac{320}{32} \times 2 = 20\, K$

Problem 32. एक समान चाल से गतिशील वाहन में रसोई गैस सिलेण्डर रखे हैं। गैस के ताप में वाहन की गति के कारण [AIEEE 2002]

(a) वृद्धि होगी (b) कमी होगी

(c) समान रहेगा (d) कुछ का ताप बढ़ेगा कुछ का ताप घटेगा

Solution : (c) यदि वाहन एकसमान वेग से गतिशील है तो गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल अपरिवर्तित रहेगी। अतः ताप अपरिवर्तित रहेगा क्योंकि $T \propto v_{rms}^2$ अतः ताप समान रहेगा।

Problem 33. किसी गैस के 5 अणुओं की चाल (स्वैच्छिक इकाई में) 2, 3, 4, 5, 6 है। इन अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल होगी [MP PMT 2000]

(a) 2.91 (b) 3.52 (c) 4.00 (d) 4.24

Solution : (d) $v_{rms} = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + v_4^2 + v_5^2}{5}} = \sqrt{\frac{2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2}{5}} = \sqrt{\frac{100}{5}} = \sqrt{20} = 4.24$

Problem 34. किसी पात्र में, P_0 दाब पर गैस भरी है। यदि अणुओं का द्रव्यमान आधा व चाल दो गुनी कर दी जाए तो परिणामी दाब होगा [NCERT 1984; MNR 1995; MP PET 1997; MP PMT 1997; RPET 1999; UPSEAT 1999, 2000]

(a) $4P_0$ (b) $2P_0$ (c) P_0 (d) $\frac{P_0}{2}$

Solution : (b) $P=\frac{1}{3}\frac{mN}{V}v_{rms}^2$ $\therefore P \propto mv_{rms}^2$ अतः $\frac{P_2}{P_1}=\frac{m_2}{m_1}\times\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2=\frac{m_1/2}{m_1}\left(\frac{2v_1}{v_1}\right)^2=2 \Rightarrow P_2=2P_1=2P_0$

Problem 35. माना $\bar{v}, v_{rms}$ व v_{mp} किसी एक परमाण्विक गैस की परम ताप T पर क्रमशः औसत चाल, वर्ग माध्य मूल चाल व सर्वाधिक प्रसम्भाव्य चाल प्रदर्शित करे व गैस के अणु का द्रव्यमान m है, तब [IIT-JEE 1998]

(a) किसी भी अणु की चाल $\sqrt{2}\,v_{rms}$ से अधिक नहीं होगी

(b) किसी भी अणु की चाल $v_{mp}/\sqrt{2}$ से कम नहीं होगी

(c) $v_{mp}<\bar{v}<v_{rms}$

(d) एक अणु की औसत गति ऊर्जा $\frac{3}{4}mv_{mp}^2$ होगी

Solution : (c, d) हम जानते हैं कि $v_{rms}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$, $v_{av}=\sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{RT}{M}}$ और $v_{mp}=\sqrt{2\frac{RT}{M}}$

$\therefore$ $v_{rms}:v_{av}:v_{mp}=\sqrt{3}:\sqrt{2.5}:\sqrt{2}$ अतः $v_{mp}<v_{av}<v_{rms}$

और $\frac{v_{rms}}{v_{mp}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$ या $v_{rms}^2=\frac{3}{2}v_{mp}^2$ $\therefore$ औसत गतिज ऊर्जा $=\frac{1}{2}mv_{rms}^2=\frac{1}{2}m\frac{3}{2}v_{mp}^2=\frac{3}{4}mv_{mp}^2$

Problem 36. किसी द्विपरमाण्विक गैस के अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल v है। जब ताप दो गुना करें तो अणु दो परमाणु में विभक्त हो जाते हैं। गैसों के परमाणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल होगी [Roorkee 1996]

(a) $\sqrt{2}v$ (b) v (c) $2v$ (d) $4v$

Solution : (c) $v_{rms}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$ प्रश्नानुसार $T\to 2T$ व $M\to M/2$ हो जाते हैं। अतः v_{rms} का मान दो गुना हो जाएगा।

Problem 37. किसी गैस के निश्चित द्रव्यमान, 27°C ताप व $1.0\times10^5\ N/m^2$ दाब के लिए अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल 200 *m/sec* है। जब ताप 127°C व दाब $0.5\times10^5\ N/m^2$ हो तो वर्ग माध्य मूल चाल का मान (*m/sec*) होगा

[AIIMS 1985; MP PET 1992]

(a) $\frac{100\sqrt{2}}{3}$ (b) $100\sqrt{2}$ (c) $\frac{400}{\sqrt{3}}$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Solution : (c) दाब परिवर्तन का वर्ग माध्य मूल चाल पर कोई प्रभाव नहीं होगा अतः हम मात्र ताप के प्रभाव की गणना करेंगे

चूँकि $v_{rms}\propto\sqrt{T}$ $\therefore \frac{v_{300^o}}{v_{400^o}}=\sqrt{\frac{300}{400}}=\sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow \frac{200}{v_{400}}=\sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow v_{400}=\frac{200\times2}{\sqrt{3}}=\frac{400}{\sqrt{3}}m/s$

Problem 38. निम्न में से कौनसा कथन सत्य है [IIT-JEE 1981]

(a) परम शून्य ताप पर, ऊर्जा शून्य नहीं है

(b) समान ताप व दाब पर दो भिन्न गैसों की वर्ग माध्य मूल चाल समान होगी

(c) समान ताप पर, भिन्न आदर्श गैसों की वर्ग माध्य मूल चाल समान होगी

(d) सामान्य ताप व दाब पर 1*cc* ऑक्सीजन में अणुओं की संख्या, 1cc हाइड्रोजन में अणुओं की संख्या से अधिक होगी

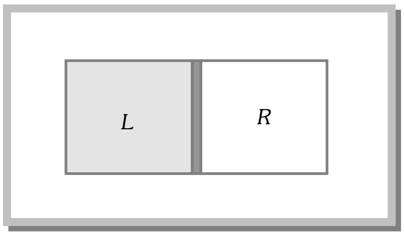
Solution : (a) परम शून्य ताप पर गैस के अणुओं की गतिज ऊर्जा शून्य हो जाती है। परन्तु अणुओं के मध्य आकर्षण के कारण स्थितिज ऊर्जा उपस्थित रहती है। अतः परम शून्य ताप ऊर्जा शून्य नहीं है।

Problem 39. नाइट्रोजन व ऑक्सीजन गैस के मिश्रण में इनके वर्ग माध्य मूल चालों का अनुपात होगा

(a) 1 : 1 (b) $\sqrt{3}:1$ (c) $\sqrt{8}:\sqrt{7}$ (d) $\sqrt{6}:\sqrt{7}$

Solution : (c) $v_{rms}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$ $\therefore \frac{v_{N_2}}{v_{O_2}}=\sqrt{\frac{M_{O_2}}{M_{N_2}}}=\sqrt{\frac{32}{28}}=\sqrt{\frac{8}{7}}$

Problem 40. किसी पात्र को स्थिर चालक विभाजक द्वारा दो समान भागों में विभाजित किया जाता है (चित्र में)। बाँये (L) व दाँये (R) भाग में विभिन्न आदर्श गैसें भरी जाती हैं। यदि L-भाग में अणुओं की वर्ग माध्य मूल चाल, R-भाग में अणुओं की औसत चाल के तुल्य हो तो L-भाग में अणुओं के द्रव्यमान व R-भाग में उपस्थित अणुओं के द्रव्यमान का अनुपात होगा



(a) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

(b) $\sqrt{\pi/4}$

(c) $\sqrt{2/3}$

(d) $3\pi/8$

Solution : (d) L- भाग में अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग $v_{rms}=\sqrt{\frac{3KT}{m_L}}$

R-भाग में अणुओं का औसत वेग $v_{av}=\sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{KT}{m_R}}$

प्रश्नानुसार, $\sqrt{\frac{3KT}{m_L}}=\sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{KT}{m_R}} \Rightarrow \frac{3}{m_L}=\frac{8}{\pi m_R} \Rightarrow \frac{m_L}{m_R}=\frac{3\pi}{8}$

Problem 41. एक आदर्श गैस ($\gamma = 1.5$) रुद्धोष्म रूप से प्रसारित होती है। वर्ग माध्य मूल चाल को आधा करने के लिए गैस को कितने गुना प्रसारित करना होगा

(a) 4 गुना (b) 16 गुना (c) 8 गुना (d) 2 गुना

Solution : (b) वर्ग माध्य मूल चाल को आधा करने के लिए, ताप को $\frac{1}{4}$ गुना कम करना होगा क्योंकि $v_{rms}\propto\sqrt{T}$

$\therefore T_1=T \quad T_2=\frac{T}{4}, \quad V_1=V$

रुद्धोष्म प्रसार में, $TV^{\gamma-1}=$ नियतांक; अतः $\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}=\frac{T_1}{T_2}=4 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1}=(4)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ [$\gamma = 3/2$ दिया है]

$\Rightarrow V_2=V_1(4)^{\frac{1}{3/2-1}}=V_1(4)^2=16V_1 \qquad \therefore \frac{V_2}{V_1}=16$

आदर्श गैस की गतिज ऊर्जा

आदर्श गैस के अणु मात्र स्थानांतरीय गति करते हैं। अतः उनमें केवल स्थानांतरीय गतिज ऊर्जा होगी।

गैस की मात्रा	गतिज ऊर्जा
गैस के एक अणु की गतिज ऊर्जा ($E_{molecule}$)	$= \frac{1}{2}mv_{rms}^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{3kT}{m}\right) = \frac{3}{2}kT$ $\left[v_{rms}\sqrt{\frac{3kT}{m}}\right]$
गैस के 1 मोल ($M\ gram$) की गतिज ऊर्जा (E_{mole})	$= \frac{1}{2}Mv_{rms}^2 = \frac{1}{2}M\frac{3RT}{M} = \frac{3}{2}RT$ $\left[v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}\right]$
1 ग्राम गैस की गतिज ऊर्जा (E_{gram})	$= \frac{3}{2}\frac{R}{M}T = \frac{3}{2}\frac{kN_A}{mN_A}T = \frac{3}{2}\frac{k}{m}T = \frac{3}{2}rT$

जहाँ m = प्रत्येक अणु का द्रव्यमान, M = गैस का अणुभार N_A = एवोगेड्रो संख्या = 6.023×10^{23}

Important points

(1) गैस की प्रति अणु गतिज ऊर्जा अणु के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करती वरन् केवल गैस के ताप पर निर्भर करती है।

चूँकि $E = \frac{3}{2}kT$ या $E \propto T$ अर्थात् समान ताप पर विभिन्न गैसों जैसे He, H_2 और O_2 आदि की स्थानांतरीय गतिज ऊर्जा समान होगी जबकि उनकी वर्ग माध्य मूल चाल भिन्न-भिन्न होगी। $\left[v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}\right]$

(2) गैस की प्रति मोल गतिज ऊर्जा मात्र ताप पर निर्भर करती है।

(3) गैस की प्रति ग्राम गतिज ऊर्जा मात्र ताप के साथ अणुभार (या 1 मोल द्रव्यमान) पर भी निर्भर करती है।

$$E_{gram} = \frac{3}{2}\frac{k}{m}T \qquad \therefore E_{gram} \propto \frac{T}{m}$$

उपरोक्त व्यंजक से स्पष्ट है कि ताप अधिक होने पर गैस के अणुओं की औसत गतिज भी अधिक होगी। $T = 0$ पर, $E = 0$ अर्थात् परम शून्य ताप पर अणुगति रुक जाएगी।

Problem 42. गैसों के अणुगति सिद्धांत के आधार पर, निम्न में से सत्य कथन छाँटिए [MP PMT 2003]

(I) परम शून्य ताप पर गैस के एक अणु की गतिज ऊर्जा शून्य होती है

(II) समान ताप पर विभिन्न गैसों की वर्ग माध्य मूल चाल समान होती है

(III) सभी आदर्श गैसों (1 ग्राम) की गतिज ऊर्जा समान ताप पर समान होगी

(IV) सभी आदर्श गैसों (1 मोल) की औसत गतिज ऊर्जा समान ताप पर समान होगी

(a) सभी सत्य हैं (b) I और IV सत्य हैं (c) IV सत्य है (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Solution : (c) यदि गैस आदर्श न हो तो उसके अणुओं में स्थितिज ऊर्जा भी होगी। अतः कथन (I) असत्य है।

भिन्न-भिन्न गैसों की वर्ग माध्य मूल चाल समान ताप पर उनके अणुभारों पर निर्भर $\left(v_{rms} \propto \frac{1}{\sqrt{M}}\right)$ करती है। अतः कथन (II) असत्य है।

1 ग्राम गैस की गतिज ऊर्जा उसके अणुभार पर निर्भर $\left(E_{gm} \propto \frac{1}{M}\right)$ करती है। अतः कथन (III) असत्य है।

लेकिन किसी आदर्श गैस के 1 मोल की गतिज ऊर्जा अणुभार पर निर्भर नहीं $\left(E = \frac{3}{2}RT\right)$ करती। अतः कथन (IV) सत्य है।

Problem 43. निम्न में से किस ताप पर गैस के अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा 20°C पर औसत गतिज ऊर्जा की दोगुनी होगी [MP PET 1992; BVP 2003]

(a) 40°C (b) 80°C (c) 313°C (d) 586°C

Solution : (c) $E \propto T \quad \therefore \frac{E_2}{E_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{2E_1}{E_1} = \frac{T_2}{(20+273)} \Rightarrow T_2 = 293 \times 2 = 586\,K = 313°C$

Problem 44. किसी पात्र में 300 K ताप पर 1 मोल ऑक्सीजन व 2 मोल नाइट्रोजन का मिश्रण भरा है। प्रति O_2 अणु औसत घूर्णन गतिज ऊर्जा व प्रति N_2 अणु औसत घूर्णन गतिज ऊर्जा का अनुपात होगा [IIT-JEE 1998; DPMT 2000]

(a) 1 : 1 (b) 1 : 2

(c) 2 : 1 (d) दोनों अणुओं के जड़त्व आघूर्णों पर निर्भर करेगा

Solution : (a) प्रति स्वतंत्रता कोटि गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}kT$

एक द्विपरमाण्विक गैस में घूर्णन गति के लिए स्वतंत्रता कोटि 2 होती है अतः घूर्णन गतिज ऊर्जा $= 2\left(\frac{1}{2}kT\right) = kT$

प्रश्न में दोनों गैसें (ऑक्सीजन व नाइट्रोजन) द्विपरमाण्विक हैं व समान ताप (300 K) पर हैं। अतः औसत घूर्णन गतिज ऊर्जाओं का अनुपात 1 होगा।

Problem 45. किसी गैस मिश्रण में 1, 2 व 3 प्रकार के अणु हैं जिनके अणुभार $m_1 > m_2 > m_3$ हैं v_{rms} और $\bar{K}$ क्रमशः वर्ग माध्य मूल चाल व औसत गतिज ऊर्जा हों तो निम्न में से कौन-सा विकल्प सत्य है [AMU (Engg.) 2000]

(a) $(v_{rms})_1 < (v_{rms})_2 < (v_{rms})_3$ और $(\bar{K})_1 = (\bar{K})_2 = (\bar{K})_3$ (b) $(v_{rms})_1 = (v_{rms})_2 = (v_{rms})_3$ और $(\bar{K})_1 = (\bar{K})_2 > (\bar{K})_3$

(c) $(v_{rms})_1 > (v_{rms})_2 > (v_{rms})_3$ और $(\bar{K})_1 < (\bar{K})_2 > (\bar{K})_3$ (d) $(v_{rms})_1 > (v_{rms})_2 > (v_{rms})_3$ और $(\bar{K})_1 < (\bar{K})_2 < (\bar{K})_3$

Solution : (a) वर्ग माध्य मूल चाल आणविक भार पर निर्भर करती है $v_{rms} \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$ परन्तु गतिज ऊर्जा इस पर निर्भर नहीं करती $E \propto M^0$

प्रश्न में, $m_1 > m_2 > m_3 \quad \therefore (v_{rms})_1 < (v_{rms})_2 < (v_{rms})_3$ लेकिन $(\bar{K}_1) = (\bar{K}_2) = (\bar{K}_3)$

Problem 46. सामान्य दाब व ताप पर 1 ग्राम मोल गैस की गतिज ऊर्जा होगी (R = 8.31 $J/mole\text{-}K$) [AFMC 1998; MH CET 1999; Pb. PMT 2000]

(a) $0.56 \times 10^4 J$ (b) $1.3 \times 10^2 J$ (c) $2.7 \times 10^2 J$ (d) $3.4 \times 10^3 J$

Solution : (d) $E = \frac{3}{2}RT = \frac{3}{2} \times 8.31 \times 273 = 3.4 \times 10^3 J$

Problem 47. किसी विशिष्ट ताप पर ऑक्सीजन (आण्विक द्रव्यमान 32) अणु की औसत स्थानांतरीय गतिज ऊर्जा 0.048 eV है। तो समान ताप पर नाइट्रोजन (आण्विक द्रव्यमान 28) अणु की औसत स्थानांतरीय गतिज ऊर्जा (eV) होगी [IIT-JEE 1997 Re-Exam]

(a) 0.0015 (b) 0.003 (c) 0.048 (d) 0.768

Solution : (c) औसत स्थानांतरीय गतिज ऊर्जा गैस के आण्विक भार पर निर्भर नहीं करती। विभिन्न गैसों की समान ताप पर स्थानांतरीय गतिज ऊर्जाएँ समान होती हैं।

Problem 48. ऑक्सीजन गैस (300 K ताप पर) के अणुओं की औसत स्थानान्तरीय गतिज ऊर्जा व वर्ग माध्य मूल चाल क्रमशः $6.21 \times 10^{-21} J$ तथा 484 m/s हैं। 600 K ताप पर इनके संगत मान होंगे (आदर्श गैस व्यवहार मानें) [IIT-JEE 1997 Cancelled]

(a) $12.42 \times 10^{-21} J, 968 m/s$ (b) $8.78 \times 10^{-21} J, 684 m/s$

(c) $6.21 \times 10^{-21} J, 968 m/s$ (d) $12.42 \times 10^{-21} J, 684 m/s$

Solution : (d) $E \propto T$ परन्तु $v_{rms} \propto \sqrt{T}$

अर्थात् यदि ताप को दो गुना करें तो ऊर्जा भी दो गुनी हो जायेगी अर्थात् $2 \times 6.21 \times 10^{-21} = 12.42 \times 10^{-21} J$

परन्तु वर्ग माध्य मूल चाल $\sqrt{2}$ गुनी होगी अर्थात् $484 \times \sqrt{2} = 684 \, m/s$ हो जाएगी।

Problem 49. एक बाक्स में T_1 ताप व P_1 दाब पर किसी आदर्श गैस के N अणु हैं। बाक्स में अणुओं की संख्या दोगुनी कर दी जाए जबकि कुल गतिज ऊर्जा पूर्ववत् रहे। यदि नया दाब P_2 और ताप T_2 हो, तब [MP PMT 1992]

(a) $P_2 = P_1, \, T_2 = T_1$ (b) $P_2 = P_1, \, T_2 = \frac{T_1}{2}$ (c) $P_2 = 2P_1, \, T_2 = T_1$ (d) $P_2 = 2P_1, \, T_2 = \frac{T_1}{2}$

Solution : (b) गैस के N अणुओं की गतिज ऊर्जा $E = \frac{3}{2}NkT$

प्रारम्भ में $E_1 = \frac{3}{2}N_1 k T_1$ तथा अंत में $E_2 = \frac{3}{2}N_2 k T_2$

प्रश्नानुसार $E_1 = E_2$ तथा $N_2 = 2N_1 \; \therefore \; \frac{3}{2}N_1 k T_1 = \frac{3}{2}(2N_1)kT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{2}$

चूँकि गतिज ऊर्जा नियत है अतः $\frac{3}{2}N_1 k T_1 = \frac{3}{2}N_2 k T_2 \Rightarrow N_1 T_1 = N_2 T_2 \; \therefore \; NT =$ नियतांक

N अणुओं के लिए आदर्श गैस समीकरण $PV = NkT$

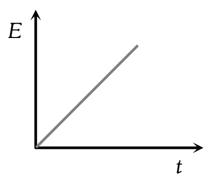
$\Rightarrow \quad P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad \therefore \; P_1 = P_2$ [$V_1 = V_2$ तथा $NT =$ नियतांक]

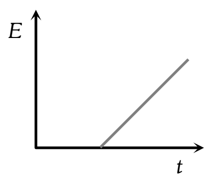
Problem 50. तीन बंद पात्र A, B व C में नियत ताप T पर गैसें भरी हैं जो वेगों में मैक्सवेल वितरण नियम का पालन करती हैं। पात्र A में केवल O_2, B में केवल N_2 व C में O_2 व N_2 की समान मात्राओं का मिश्रण है। यदि पात्र A में O_2 अणुओं का औसत वेग V_1, B में N_2 अणुओं का औसत वेग V_2 हो तो पात्र C में O_2 अणुओं की औसत चाल होगी (जहाँ M-ऑक्सीजन अणु का द्रव्यमान है) [IIT-JEE 1992]

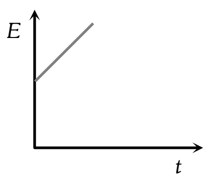
(a) $(V_1 + V_2)/2$ (b) V_1 (c) $(V_1 V_2)^{1/2}$ (d) $\sqrt{3kT/M}$

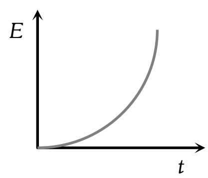
Solution : (b) गैस अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा $v_{av} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ जो कि ताप व आणविक द्रव्यमान पर निर्भर है अतः पात्र A व C में ऑक्सीजन की औसत चाल समान होगी।

Problem 51. अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा व ताप $t°C$ के मध्य सही वक्र है

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

Solution : (c) गैस अणु की औसत गतिज ऊर्जा $E = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}k(t + 273)$ जहाँ $T =$ केल्विन ताप $t =$ से.ग्रे. ताप

$\therefore \quad E = \frac{3}{2}kt + \frac{3}{2} \times 273k \quad k =$ बोल्ट्समेन नियतांक

उक्त समी. की सरल रेखा के सामान्य समी. $y = mx + c$ से तुलना करने पर

$m = \frac{3}{2}k$ व $c = \frac{3}{2}273k$ अतः वक्र धनात्मक अंतःखण्ड का धनात्मक प्रवणता की सरल रेखा होगा।

गैसों के नियम

(1) **बॉयल का नियम :** नियत ताप पर आदर्श गैस के दिये गये द्रव्यमान के लिए, गैस का आयतन उसके दाब के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

अर्थात् $V \propto \frac{1}{P}$ या $PV =$ नियतांक या $P_1V_1 = P_2V_2$ [यदि m व T नियत रहे]

(i) $PV = P\left(\frac{m}{\rho}\right) =$ नियतांक [आयतन $= \frac{m}{\rho}$]

$\therefore \frac{P}{\rho} =$ नियतांक या $\frac{P_1}{\rho_1} = \frac{P_2}{\rho_2}$ [$m =$ नियत]

(ii) $PV = P\left(\frac{N}{n}\right) =$ नियतांक [प्रति एकांक आयतन अणुओं की संख्या $n = \frac{N}{V}$ $\therefore V = \frac{N}{n}$]

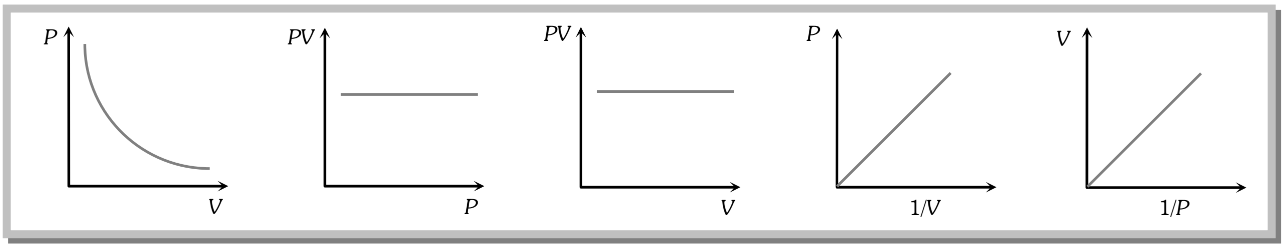
$\therefore \frac{P}{n} =$ नियतांक या $\frac{P_1}{n_1} = \frac{P_2}{n_2}$ [$N =$ नियतांक]

(iii) गैसों में अणुगति सिद्धांत से $P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}v_{rms}^2$

$\therefore P \propto \frac{\text{गैस का द्रव्यमान}}{V} \times T$ [$v_{rms} \propto \sqrt{T}$ तथा $mN =$ गैस का द्रव्यमान]

यदि गैस का द्रव्यमान व नियत रहें ताप $P \propto \frac{1}{V}$ जो कि बॉयल नियम के अनुरूप है।

(iv) ग्राफीय निरूपण : यदि m व T नियत रहें



Problem 52. नियत ताप पर गैस का दाब 5% बढ़ाने पर उसका आयतन कितने प्रतिशत घटेगा [MP PET 2002]

(a) 5% (b) 5.26% (c) 4.26% (d) 4.76%

Solution : (d) यदि $P_1 = P$ तब $P_2 = P + P$ का 5% $= 1.05\,P$

बॉयल नियम से $PV =$ नियतांक $\therefore \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{P}{1.05\,P} = \frac{100}{105}$

आयतन में आंशिक परिवर्तन $= \frac{\Delta V}{V} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{100 - 105}{105} = -\frac{5}{105}$

आयतन में प्रतिशत परिवर्तन $\frac{\Delta V}{V} \times 100\% = -\frac{5}{105} \times 100\% = -4.76\%$ अर्थात् आयतन 4.76% घटेगा

Problem 53. किसी पात्र में $10^7\, N/m^2$ दाब पर $10\, kg$ गैस भरी है। यदि दाब $2.5 \times 10^6\, N/m^2$ कर दें (ताप नियत रहे) तो कितनी गैस पात्र से बाहर निकल जाएगी [EAMCET (Med.) 1998]

(a) शून्य (b) $7.5\, kg$ (c) $2.5\, kg$ (d) $5\, kg$

Solution : (b) नियत ताप पर गैस के दिये गये आयतन के लिए $\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1}{m_2}$

$$\therefore \frac{10^7}{2.5 \times 10^6} = \frac{10}{m_2} \quad \Rightarrow m_2 = \frac{2.5 \times 10^6 \times 10}{10^7} = 2.5\, kg$$

$\therefore$ पात्र से बाहर निकली गैस की मात्रा $= 10 - 2.5 = 7.5\, kg$

Problem 54. 1 वायुमण्डलीय दाब व $100°C$ $(373.15\, K)$ ताप पर किसी गैस के निश्चित द्रव्यमान का आयतन $10\, cc$ है। यदि ताप समान रखें तो 4 वायुमण्डलीय दाब पर गैस का आयतन होगा [NCERT 1977]

(a) $100\, cc$ (b) $400\, cc$ (c) $2.5\, cc$ (d) $104\, cc$

Solution : (c) $P \propto \frac{1}{V}$ $\therefore \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow V_2 = 10 \times \left(\frac{1}{4}\right) = 2.5\, cc$

Problem 55. किसी झील में h गहराई पर उपस्थित मछली द्वारा वायु का एक बुलबुला छोड़ा जाता है। बुलबुला जल की सतह की ओर जाता है। ताप नियत रहे व झील के ऊपर वायुमण्डलीय दाब P रहे तो सतह पर पहुँचने पर बुलबुले का आयतन होगा (जल का घनत्व ρ है)

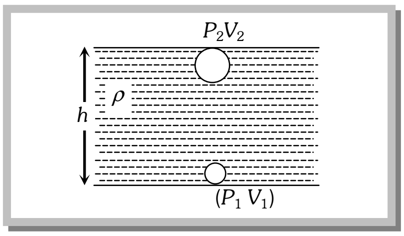
(a) V_0 (b) $V_0(\rho gh/P)$ (c) $\frac{V_0}{\left(1 + \frac{\rho gh}{P}\right)}$ (d) $V_0\left(1 + \frac{\rho gh}{P}\right)$

Solution : (d) बॉयल के नियमानुसार, झील के तले व जल सतह पर दाब व आयतन का गुणनफल नियत रहेगा।

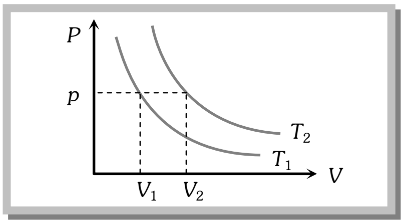
यदि झील के ठीक ऊपर वायुमण्डलीय दाब P व बुलबुले का आयतन V हो तो $P_1V_1 = P_2V_2$ से

$$(P + h\rho g)V_0 = PV \Rightarrow V = \left(\frac{P + h\rho g}{P}\right)V_0$$

$$\therefore V = V_0\left[1 + \frac{\rho gh}{P}\right]$$



Problem 56. संलग्न चित्र में ताप T_1 व T_2 पर किसी गैस के दाब व आयतन में संबंध प्रदर्शित है। निम्न में से सही विकल्प है।



(a) $T_1 > T_2$

(b) $T_1 = T_2$

(c) $T_1 < T_2$

(d) कोई PV ग्राफ सम्भव नहीं है।

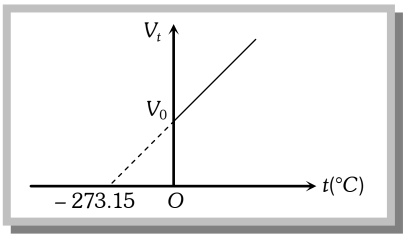
Solution : (c) दिये गये दाब पर, ताप बढ़ाने पर आयतन भी बढ़ेगा। (चार्ल्स नियम)

ग्राफ से स्पष्ट है कि $V_2 > V_1$

$\therefore T_2 > T_1$

(2) चार्ल्स नियम

(i) यदि दाब नियत रहे तो किसी गैस के निश्चित द्रव्यमान का ताप 1°C बढ़ाने पर, आयतन में, उसके 0°C पर आयतन की एक भिन्न $\frac{1}{273.15}$ के बराबर वृद्धि हो जाती है। अतः



$$V_t = V_0\left(1 + \frac{1}{273.15}t\right) \text{ (से.गे. तापक्रम में चार्ल्स नियम)}$$

(ii) यदि दाब नियत रहे तो गैस के निश्चित द्रव्यमान का आयतन उसके परम ताप के समानुपाती होता है।

$V \propto T$ या $\frac{V}{T}$ = नियतांक या $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ [यदि m व P नियत रहे]

(iii) $\frac{V}{T} = \frac{m}{\rho T}$ = नियतांक [$\because$ आयतन $V = \frac{m}{\rho}$]

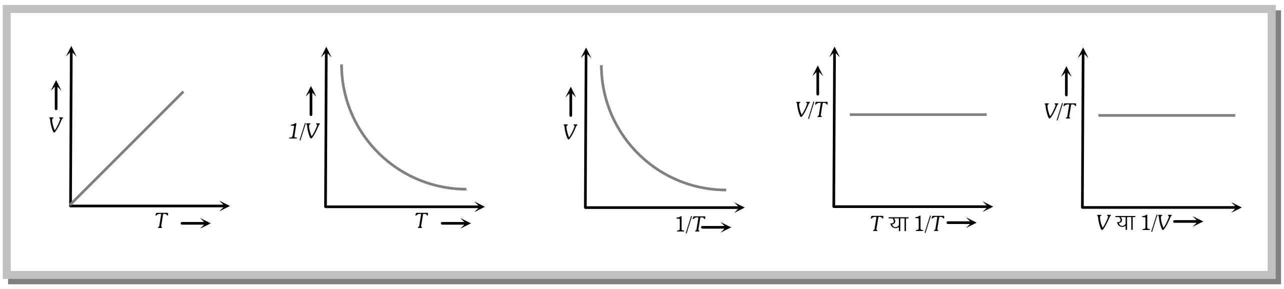
या ρT = नियतांक या $\rho_1 T_1 = \rho_2 T_2$ [$\because m$ = नियतांक]

(iv) गैसों के अणुगति सिद्धांत से $P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}v_{rms}^2$

या $P \propto \frac{\text{गैस का द्रव्यमान}}{V} T$

यदि द्रव्यमान व दाब नियत रहे तब $V \propto T$ जो कि चार्ल्स के नियम के अनुरूप है।

(v) **ग्राफीय निरूपण** : यदि m व P नियत रहें



Problem 57. एक आदर्श गैस नियत दाब पर 27°C से 327°C ताप तक गर्म की जाती है। यदि 27°C पर गैस का आयतन V हो तो 327°C पर गैस का आयतन होगा [CPMT 2002]

(a) V (b) $3V$ (c) $2V$ (d) $V/2$

Solution : (c) चार्ल्स नियम से, $V \propto T$ $\therefore \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{327+273}{27+273} = \frac{600}{300} = 2 \Rightarrow V_2 = 2V$.

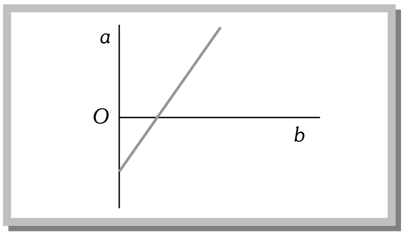
Problem 58. किसी गुब्बारे में 20°C ताप पर हाइड्रोजन गैस भरी है। यदि ताप 40°C कर दिया जाए व दाब समान रहे तो हाइड्रोजन का कितना अंश बाहर निकल जाएगा [MP PMT 2002]

(a) 0.07 (b) 0.25 (c) 0.5 (d) 0.75

Solution : (a) चूँकि $V \propto T$ $\therefore \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$ $\Rightarrow V_2 = \left(\frac{313}{293}\right)V_1$

गैस का वह अंश जो बाहर निकल जाता है $= \dfrac{V_2 - V_1}{V_1} = \dfrac{\left(\dfrac{313}{293}\right)V_1 - V_1}{V_1} = \dfrac{20}{293} = 0.07$

Problem 59. किसी आदर्श गैस के एकांक द्रव्यमान का नियत दाब पर प्रसार चित्र में प्रदर्शित है जहाँ



(a) a = आयतन, b = °C ताप

(b) a = आयतन, b = K ताप

(c) a = °C ताप, b = आयतन

(d) a = K ताप, b = आयतन

Solution : (c) दिये गये ग्राफ में सरल रेखा X-अक्ष से धनात्मक प्रवणता व Y-अक्ष पर ऋणात्मक अंतः खण्ड काटती है।

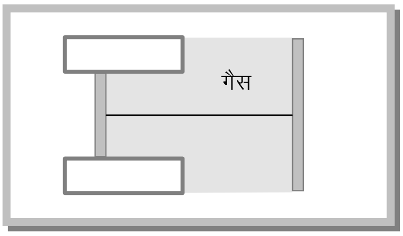
सरल रेखा का सामान्य समी. $y = mx - c$ ...... (i)

चार्ल्स नियम से, $V_t = \dfrac{V_0}{273}t + V_0$, समी. को व्यवस्थित करने पर

$$t = \left(\frac{273}{V_0}\right)V_t - 273 \qquad ......(ii)$$

समी. (i) व (ii) की तुलना करने पर, हम पाते है कि समय Y-अक्ष पर व आयतन X-अक्ष पर प्रदर्शित है।

Problem 60. चित्रानुसार, किसी सिलेण्डर में गैस भरी है। दो पिस्टन किसी तार से कसे है। यदि गैस गर्म की जाए तो पिस्टन



(a) बांयी ओर गति करेंगे

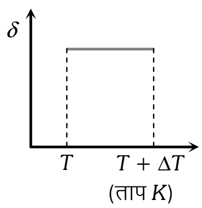
(b) दांयी ओर गति करेंगे

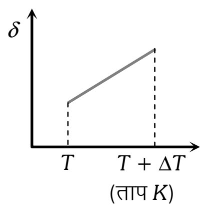
(c) स्थिर रहेंगे

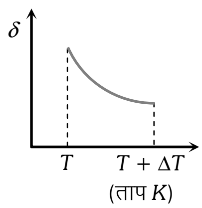
(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

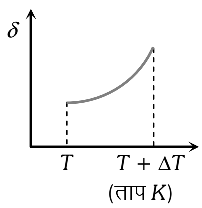
Solution : (b) यदि ताप बढ़ाएँ तो गैस प्रसारित होगी। चूँकि दायें पिस्टन का अनुप्रस्थ क्षेत्रफल अधिक है अतः उस पर अधिक बल कार्य करेगा। ($F = PA$) अतः पिस्टन दायीं ओर गति करेंगे।

Problem 61. एक आदर्श गैस प्रारम्भ में ताप T व आयतन V पर है। इसके ताप में ΔT वृद्धि करने पर यदि आयतन में ΔV वृद्धि हो जाए जबकि दाब नियत रहे। तो राशि $\delta = \dfrac{\Delta V}{V\Delta T}$ में ताप के साथ परिवर्तन का सही ग्राफ है

(a)


(b)


(c)


(d)


Solution : (c) आदर्श गैस समीकरण से, $PV = RT$ .....(i)

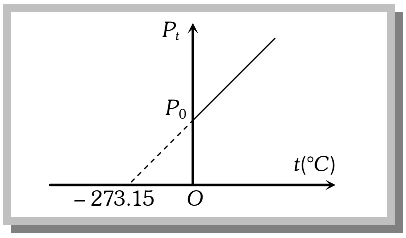
या $P\Delta V = R\Delta T$ .....(ii)

समीकरण (ii) को (i) से भाग देने $\dfrac{\Delta V}{V} = \dfrac{\Delta T}{T} \Rightarrow \dfrac{\Delta V}{V\Delta T} = \dfrac{1}{T} = \delta$ (दिया है)

$\therefore\ \delta = \frac{1}{T}$ अतः δ व T में ग्राफ आयताकार परवलय होगा।

(3) **गे-लुसाक नियम या दाब नियम**

(i) यदि आयतन नियत रहे तो गैस के निश्चित द्रव्यमान का ताप 1°C बढ़ाने पर, उसके दाब में, उसके 0°C पर दाब की एक भिन्न $\frac{1}{273.15}$ के बराबर वृद्धि हो जाती हैं।



अतः $$P_t = P_0\left[1 + \frac{1}{273.15}t\right]$$

(से. ग्रे. तापक्रम में दाब नियम)

(ii) यदि आयतन नियत रहे, तो गैस के निश्चित द्रव्यमान का दाब उसके परमताप के समानुपाती होता है।

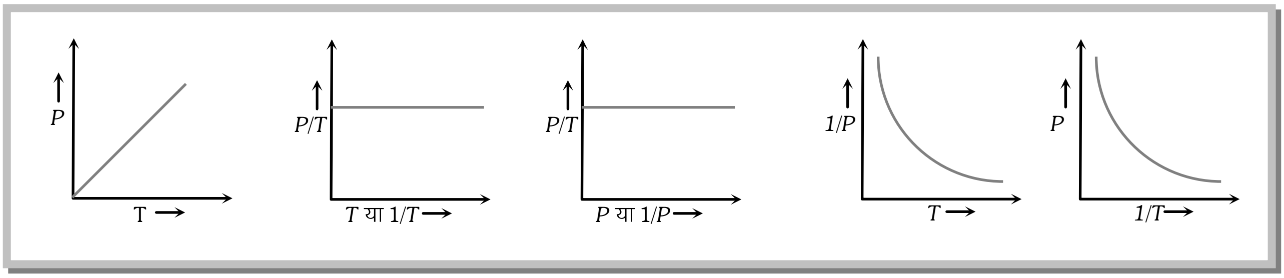
$P \propto T$ या $\frac{P}{T}$ = नियतांक या $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ [यदि m व V नियत रहे]

(iii) गैस के अणुगति सिद्धांत से, $P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}v_{rms}^2$ [$v_{rms}^2 \propto T$]

या $P \propto \frac{\text{गैस का द्रव्यमान}}{V}T$

यदि द्रव्यमान व आयतन नियत रहे तो $P \propto T$ जोकि दाब नियम के अनुरूप है।

(4) **ग्राफीय निरूपण** : यदि द्रव्यमान व आयतन नियत हों



Problem 62. 0°C ताप पर दाबमापी द्वारा मापा गया दाब 760 *mm* है। 100°C पर दाब है [AFMC 2002]

(a) 760 *mm* (b) 730 *mm* (c) 780 *mm* (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Solution : (d) दाब नियम से, $\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{100+273}{0+273}\right) = \frac{373}{273} \Rightarrow P_2 = \left(\frac{373}{273}\right) \times 760 = 1038\,mm$

Problem 63. यदि किसी बंद बर्तन में रखी गैस का ताप 1°C बढ़ाने पर दाब 0°4 % बढ़ जाए तो प्रारम्भिक ताप होगा

[NCERT 1982; EAMCET (Engg.) 1995; RPMT 1996; MP PET 1999]

(a) 250 *K* (b) 250°C (c) 2500 *K* (d) 25°C

Solution : (a) $P_1 = P$, $T_1 = T$, $P_2 = P + (P \text{ का } 0.4\%) = P + \frac{0.4}{100}P = P + \frac{P}{250}$ $T_2 = T + 1$

दाब नियम से $\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{P}{P + \frac{P}{250}} = \frac{T}{T+1}$ [V = नियत है]

हल करने पर $T = 250\ K$

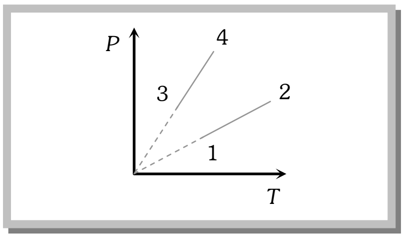
Problem 64. चित्र में, आदर्श गैस के भिन्न आयतन परन्तु समान मोलों के लिए ताप-दाब ग्राफ प्रदर्शित है। सही विकल्प चुनिये

(a) $V_1 = V_2, V_3 = V_4$ और $V_2 > V_3$

(b) $V_1 = V_2, V_3 = V_4$ और $V_2 < V_3$

(c) $V_1 = V_2 = V_3 = V_4$

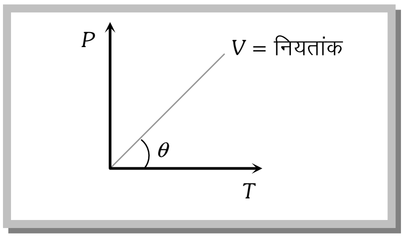
(d) $V_4 > V_3 > V_2 > V_1$



Solution : (a) आदर्श गैस समीकरण से $PV = \mu RT$ $\therefore P = \frac{\mu R}{V} T$

उपरोक्त समी. की समी. $y = mx$ से तुलना करने पर

रेखा का ढाल $\tan\theta = m = \frac{\mu R}{V}$ अतः $V \propto \frac{1}{\tan\theta}$



अतः कम प्रवणता की रेखा अधिक आयतन को प्रदर्शित करेगी। दिये गये प्रश्न में, बिन्दु 1 व 2 समान रेखा पर हैं अतः $V_1 = V_2$

इसी प्रकार बिन्दु 3 व 4 समान रेखा पर हैं अतः $V_3 = V_4$

परन्तु $V_1 > V_3$ $(= V_4)$ या $V_2 > V_3$ $(= V_4)$ चूँकि (1-2) रेखा का ढाल (3-4) रेखा के ढाल से कम है।

(5) **एवोगेड्रो नियम** : ताप व दाब की समान स्थितियों में सभी गैसों के समान आयतन में अणुओं की संख्या समान होती है।

गैसों के अणुगति सिद्धांत से, $PV = \frac{1}{3} m N v_{rms}^2$

प्रथम गैस के लिए $PV = \frac{1}{3} m_1 N_1 v_{rms(1)}^2$ .....(i)

द्वितीय गैस के लिए $PV = \frac{1}{3} m_2 N_2 v_{rms(2)}^2$ .....(ii)

(i) व (ii) से $m_1 N_1 v_{rms1}^2 = m_2 N_2 v_{rms2}^2$ .....(iii)

चूँकि दोनो गैसें समान ताप पर हैं $\frac{1}{2} m_1 v_{rms1}^2 = \frac{1}{2} m_2 v_{rms2}^2 = \frac{3}{2} kT \Rightarrow m_1 v_{rms1}^2 = m_2 v_{rms2}^2$ .....(iv)

अतः समी. (iii) से $N_1 = N_2$ यही एवोगेड्रो नियम है।

(i) **एवोगेड्रो संख्या** (N_A) : किसी गैस के 1 ग्राम मोल में उपस्थित अणुओं की संख्या एवोगेड्रो संख्या कहलाती है।

$N_A = 6.023 \times 10^{23}$ प्रति ग्राम मोल $= 6.023 \times 10^{26}$ प्रति किग्रा मोल

(ii) सामान्य ताप व दाब पर ($T = 273\ K$ और $P = 1\ atm$) 22.4 लीटर गैस में 6.023×10^{23} अणु होते हैं।

(iii) सामान्य ताप व दाब पर किसी गैस के 1 मोल का आयतन 22.4 लीटर होता है।

उदाहरण : 32 *gm* ऑक्सीजन, 28 *gm* नाइट्रोजन व 2*gm* हाइड्रोजन के आयतन सामान्य दाब व ताप पर समान होते हैं।

(iv) किसी गैस के लिए 1 मोल = *M* ग्राम = 22.4 लीटर = 6.023×10^{23} अणु

Problem 65. किसी आदर्श गैस का ताप $T\,K$ तथा औसत गतिज ऊर्जा $E = 2.07\times10^{-23}\,T$ Joule/mol है। सामान्य ताप व दाब पर 1 लीटर गैस में अणुओं की संख्या होगी [CPMT 1994]

(a) 2.68×10^{22} (b) 2.68×10^{25} (c) 2.68×10^{28} (d) 1.68×10^{22}

Solution : (a) सामान्य दाब व ताप पर 22.4 लीटर गैस में 6.023×10^{23} अणु होते हैं।

$\therefore$ 1 लीटर गैस में अणु $\dfrac{6.023\times10^{23}}{22.4} = 2.68\times10^{22}$ अणु

Problem 66. ताप T पर हीलियम गैस की प्रति अणु औसत गतिज ऊर्जा E है तथा मोलर गैस नियतांक R, है तो एवोगेड्रो संख्या होगी

(a) $\dfrac{RT}{2E}$ (b) $\dfrac{3RT}{E}$ (c) $\dfrac{E}{2RT}$ (d) $\dfrac{3RT}{2E}$

Solution : (d) प्रति अणु गतिज ऊर्जा $E = \dfrac{3}{2}kT \;\therefore\; k = \dfrac{2E}{3T}$

परन्तु एवोगेड्रो संख्या $= N_A = \dfrac{R}{k} = \dfrac{R}{(2E/3T)} \;\therefore\; N_A = \dfrac{3RT}{2E}$

Problem 67. सामान्य ताप व दाब पर किसी पात्र में 1 मोल गैस भरी है। इसके $1 cm^3$ आयतन में अणुओं की संख्या होगी

(a) $6.02\times10^{23}/22400$ (b) 6.02×10^{23} (c) 1/22400 (d) $6.02\times10^{23}/76$

Solution : (a) सामान्य ताप व दाब पर 22.4 लीटर गैस में अणुओं की संख्या $= 6.023\times10^{23}$

या $22.4\times10^3\, cm^3$ में अणुओं की संख्या $= 6.023\times10^{23}$ [22.4 लीटर $= 22.4\times10^3\, cm^3$]

$\therefore\; 1 cm^3$ में अणुओं की संख्या $= \dfrac{6.023\times10^{23}}{22400}$

(6) ग्राह्म का विसरण नियम : समान ताप व दाब पर दो गैसें एक-दूसरे में विसरित की जाती हैं। तो प्रत्येक गैस के विसरण की दर उसके घनत्व के वर्गमूल में व्युत्क्रमानुपाती होती है।

हम जानते हैं कि $v_{rms} = \sqrt{\dfrac{3P}{\rho}}$ या $v_{rms} \propto \dfrac{1}{\sqrt{\rho}}$

तथा विसरण की दर वर्ग माध्य मूल चाल के समानुपाती होती है अर्थात् $r \propto v_{rms}$

$\therefore\; r \propto \dfrac{1}{\sqrt{\rho}}$ या $\dfrac{r_1}{r_2} = \sqrt{\dfrac{\rho_2}{\rho_1}}$

(7) डॉल्टन का आंशिक दाब नियम : किसी पात्र में, अक्रियाशील गैसों के मिश्रण का कुल दाब उसके पृथक-पृथक दाबों (जो कि समान ताप व समान आयतन में प्रत्येक गैस अकेले आरोपित करती है) के योग के तुल्य होता है।

n गैसों के लिए $P = P_1 + P_2 + P_3 + ...P_n$

जहाँ P = मिश्रण द्वारा आरोपित दाब तथा $P_1, P_2, P_3, ...P_n$ = मिश्रित गैसों में आंशिक दाब

Problem 68. किसी पात्र की क्षमता 3 लीटर है। इसमें 6 gm ऑक्सीजन 8 नाइट्रोजन व 5 ग्राम कार्बनडाइ ऑक्साइड का मिश्रण 27°C पर भरा है। यदि R = 8.31 J/mole × kelvin हो तब पात्र में दाब N/m^2 होगा (लगभग)

(a) 5×10^5 (b) 5×10^4 (c) 10^6 (d) 10^5

Solution : (a) डाल्टन नियम से,

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = \frac{\mu_1 RT}{V} + \frac{\mu_2 RT}{V} + \frac{\mu_3 RT}{V} = \frac{RT}{V}[\mu_1 + \mu_2 + \mu_3] = \frac{RT}{V}\left[\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3}\right]$$

$$= \frac{8.31 \times 300}{3 \times 10^{-3}}\left[\frac{6}{32} + \frac{8}{28} + \frac{5}{44}\right] = 498 \times 10^3 \cong 500 \times 10^3 \cong 5 \times 10^5\ N/m^2$$

Problem 69. पात्र A व B में दो भिन्न गैसें भरी हैं। पात्र A में गैस का आयतन $0.10\,m^3$ व दाब $1.40\ MPa$ तथा पात्र B में गैस का आयतन $0.15\,m^3$ व दाब $0.7\ MPa$ है। पात्रों को नगण्य आयतन की पतली नली से संयुक्त किया जाता है। यदि ताप समान रहे तो पात्रों में अंतिम दाब (MPa) होगा

(a) 0.70 (b) 0.98 (c) 1.40 (d) 2.10

Solution : (b) चूँकि गैस की मात्रा नियत रहती है अतः $\mu_A + \mu_B = \mu$

$$\frac{P_A V_A}{RT} + \frac{P_B V_B}{RT} = \frac{P(V_A + V_B)}{RT} \Rightarrow P = \frac{P_A V_A + P_B V_B}{V_A + V_B} = \frac{1.4 \times 0.1 + 0.7 \times 0.15}{0.1 + 0.15} \Rightarrow P = 0.98\,MPa$$

Problem 70. दो गैसों X व Y के ताप, दाब व आयतन क्रमशः T, P व V हैं। यदि गैसें मिश्रित की जाएँ तो मिश्रण का ताप व आयतन क्रमशः V व T ही रहते हैं। मिश्रण का दाब व द्रव्यमान होगा

(a) $2P$ और $2M$ (b) P और M (c) P और $2M$ (d) $2P$ और M

Solution : (a) डाल्टन नियम से, मिश्रण का दाब $= P_1 + P_2 = P + P = 2P$

इसी प्रकार द्रव्यमान की दोगुना अर्थात् $2M$ हो जाएगा।

Problem 71. किसी बंद पात्र में $8g$ ऑक्सीजन व $7g$ नाइट्रोजन है। दिये गये ताप पर कुल दाब $10\ atm$ है। यदि उचित अवशोषक द्वारा ऑक्सीजन गैस का अवशोषण कर लिया जाए तो शेष गैस का दाब (atm) होगा

(a) 2 (b) 10 (c) 4 (d) 5

Solution : (d) डाल्टन के नियम से, मिश्रण का दाब

$$P = P_1 + P_2 = \frac{\mu_1 RT}{V} + \frac{\mu_2 RT}{V} = \frac{m_1}{M_1}\frac{RT}{V} + \frac{m_2}{M_2}\frac{RT}{V} = \frac{8}{32}\frac{RT}{V} + \frac{7}{28}\frac{RT}{V} = \frac{RT}{2V} \Rightarrow 10 = \frac{RT}{2V} \quad .....(i)$$

ऑक्सीजन के अवशोषण के पश्चात् नाइट्रोजन का दाब $P = \frac{7}{28}\frac{RT}{V} \Rightarrow P = \frac{RT}{4V}$ .....(ii)

समी. (i) व (ii) से नाइट्रोजन का दाब $P = 5\,atm$

(8) **आदर्श गैस समीकरण** : गैसों के अणुगति सिद्धांत से, $P = \frac{1}{3}\frac{mN}{V}v_{rms}^2$

$$P \propto \frac{(\text{गैस का द्रव्यमान})T}{V} \qquad [\ v_{rms}^2 \propto T\ ]$$

यदि गैस का द्रव्यमान नियत रहे तो $PV \propto T$ या $PV = RT$ यही आदर्श गैस समीकरण है)

स्वतंत्रता की कोटि

स्वतंत्रता की कोटि किसी निकाय की सम्भव स्वतंत्र गतियों की संख्या बताती है। या

निकाय की उन स्वतंत्र विधाओं की संख्या जिनमें निकाय में ऊर्जा निहित होती है, स्वतंत्रता की कोटि कहलाती है।

स्वतंत्र गतियाँ स्थानांतरीय, घूर्णी या कापंनिक या इसका कोई संयोग हो सकती हैं

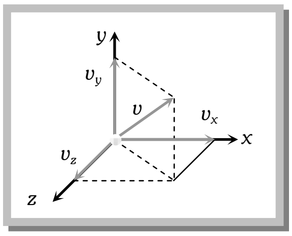
अतः स्वतंत्रता की कोटि भी तीन प्रकार की होती है। : (i) स्थानांतरीय स्वतंत्रता की कोटि

(ii) घूर्णी स्वतंत्रता की कोटि

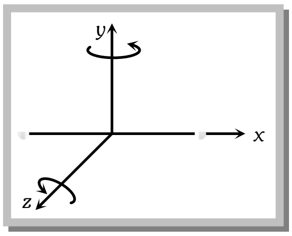
(iii) कांपनिक स्वतंत्रता की कोटि

स्वतंत्रता की कोटि का सामान्य व्यंजक

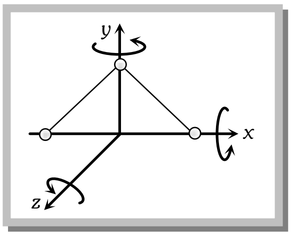
$f = 3A - B$;   जहाँ A = स्वतंत्र कणों की संख्या, B = स्वतंत्र प्रतिबंध



(1) एक परमाण्विक गैस : एक परमाण्विक गैस का अणु त्रिविमीय आकाश में किसी भी दिशा में घूमने को स्वतंत्र होता है। अतः इसकी स्वतंत्रता की कोटि 3 होती है (सभी स्थानांतरीय)

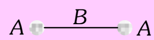
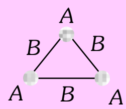
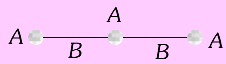


(2) द्वि-परमाण्विक गैस : द्वि परमाण्विक गैस अणु दो परमाणुओं के एक दूसरे से दृढ़ बंध से बँधने पर बनता है। यह स्थानांतरीय गति के साथ अक्षों के परितः घूर्णन भी कर सकता है। परन्तु दो परमाणुओं को मिलाने वाली रेखा के समांतर अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण अन्य दो अक्षों के परित जड़त्व आघूर्णो की तुलना में नगण्य होता है। अतः इसकी दो स्वतंत्र घूर्णी गतियाँ ही मान्य होती हैं। इस प्रकार द्वि परमाण्विक गैस के अणुओं की स्वतंत्रता की कोटि 5 होती हैः 3 स्थानांतरीयत व 2 घूर्णी।



(3) त्रि-परमाण्विक गैस (अरैखीय) : कोई अरैखीय परमाणु तीनों अक्षों के परितः समान घूर्णन कर सकता है अतः इसकी स्वतंत्रता की कोटि 6 होती है : 3 स्थानांतरीय व 3 घूर्णी

(4) विभिन्न गैसों की स्वतंत्रता की कोटि

गैस की परमाणुकता	उदाहरण	A	B	$f = 3A - B$	चित्र
एक परमाण्विक	He, Ne, Ar	1	0	$f = 3$	
द्वि-परमाण्विक	H_2, O_2	2	1	$f = 5$	
त्रि-परमाण्विक (अरैखीय)	H_2O	3	3	$f = 6$	
त्रि-परमाण्विक रैखीय	$CO_2, BeCl_2$	3	2	$f = 7$	

- उपरोक्त स्वतंत्रता की कोटि कमरे के ताप पर प्रदर्शित है। जबकि उच्च ताप पर, द्विपरमाण्विक या बहुपरमाण्विक गैसों के अणु एक दूसरे के सापेक्ष कम्पन भी करते हैं। इस स्थिति में अणुओं में काम्पनिक गति के कारण एक अतिरिक्त स्वतंत्रता की कोटि होगी।
- एक कण जो एक विमीय कम्पन करता है, दो अतिरिक्त स्वतंत्रता की कोटि रखता है। एक स्थितिज ऊर्जा व दूसरी गतिज ऊर्जा के लिए।
- एक द्वि परमाण्विक अणु जो कम्पन के लिए मुक्त है (स्थानांतरीय व घूर्णी गति के साथ) की स्वतंत्रता की कोटि 7 (2 + 3 + 2) होगी।
- ठोसों के अणुओं में स्थानांतरीय व घूर्णी गति नहीं होती परन्तु 3 अक्षों के सापेक्ष कंपन के कारण $3 \times 2 = 6$ स्वतंत्रता की कोटि होती है। (जो आदर्श गैस के अणुओं के समान नहीं है)। जब एक द्विपमराण्विक या बहुपरमाण्विक गैस के अणु परमाणुओं में विभक्त हो जाते हैं तो यह एक परमाण्विक गैस की तरह व्यवहार करते हैं व स्वतंत्रता की कोटि भी उसी अनुसार परिवर्तित हो सकती है।

ऊर्जा का समविभाजकता का सिद्धांत

ऊष्मीय संतुलन में किसी निकाय के लिए कुल ऊर्जा सभी स्वतंत्रता की कोटियों में समान रूप से विभाजित हो जाती है। प्रति अणु प्रति स्वंतत्रता कोटि की ऊर्जा $\frac{1}{2}kT$ होती है।

जहाँ $k = 1.38 \times 10^{-23}\ J/K$, T = निकाय का परम ताप

यदि निकाय की स्वतंत्रता की कोटि f हो तो

प्रति अणु से बद्ध कुल ऊर्जा	$\frac{f}{2}kT$
N अणुओं से बद्ध कुल ऊर्जा	$N\frac{f}{2}kT$
प्रति मोल से बद्ध कुल ऊर्जा	$\frac{f}{2}RT$
μ मोलों से बद्ध कुल ऊर्जा	$\frac{\mu f}{2}RT$
प्रति ग्राम से बद्ध कुल ऊर्जा	$\frac{f}{2}rT$
M_0 ग्राम से बद्ध कुल ऊर्जा	$M_0\frac{f}{2}rT$

Problem 72. किसी एक परमाण्विक गैस के V आयतन व P दाब पर सभी अणुओं की ऊर्जा $\frac{3}{2}PV$ है। समान आयतन व दाब पर द्वि-परमाण्विक गैस के अणुओं की कुल स्थानांतरीय गतिज ऊर्जा होगी [UPSEAT 2002]

(a) $\frac{1}{2}PV$ (b) $\frac{3}{2}PV$ (c) $\frac{5}{2}PV$ (d) $3\ PV$

Solution : (b) गैस के 1 मोल की ऊर्जा $= \frac{f}{2}RT = \frac{f}{2}PV$ जहाँ f = स्वतंत्रता का कोटि

स्थानांतरीय गति के लिए एक परमाण्विक व द्वि-परमाण्विक गैसों की स्वतंत्रता समान अर्थात् (f = 3) होती है। ∴ $E = \frac{3}{2}PV$

जबकि कुल ऊर्जा भिन्न होती है, एक परमाण्विक गैस के लिए $E_{total} = \frac{3}{2}PV$ [$f = 3$]

द्वि परमाण्विक गैस के लिए $E_{total} = \frac{5}{2}PV$ [$f = 5$]

Problem 73. किसी पात्र में नियत ताप व आयतन पर आर्गन गैस का ताप 1°C बढ़ा दिया जाता है। गैस को दी गयी कुल ऊर्जा स्थानांतरीय व घूर्णी ऊर्जा का संयोग है उनके भाग क्रमशः होंगे [BHU 2000]

(a) 60% तथा 40% (b) 40% तथा 60% (c) 50% तथा 50% (d) 100% तथा 0%

Solution : (d) चूँकि आर्गन एक परमाण्विक गैस है अतः उसके अणुओं में मात्र स्थानांतरीय गतिज ऊर्जा होगी अतः स्थानांतरीय व घूर्णी ऊर्जाओं का भाग 100% व 0% होगा।

Problem 74. $CO_2 (O - C - O)$ एक त्रि-परमाण्विक गैस है। गैस के 1 ग्राम द्रव्यमान की औसत गतिज ऊर्जा होगी (यदि N-एवोगेड्रो संख्या, k-बोल्ट्जमेन नियतांक व CO_2 का अणुभार = 44)

(a) $3/88NkT$ (b) $5/88NkT$ (c) $6/88NkT$ (d) $7/88NkT$

Solution : (d) μ मोल गैस की औसत गतिज ऊर्जा $= \mu.\frac{f}{2}RT$

$\therefore\ E = \mu\frac{7}{2}RT = \left(\frac{m}{M}\right)\frac{7}{2}NkT = \frac{1}{44}\left(\frac{7}{2}\right)NkT = \frac{7}{88}NkT$ [$f = 7$ एवं $M = CO_2$ के लिए 44]

Problem 75. मानक ताप व दाब पर किसी गैस का घनत्व 1.3 gm/m^3 है। गैस में ध्वनि की चाल 330 m/sec है। गैस की स्वतंत्रता की कोटि होगी।

(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6

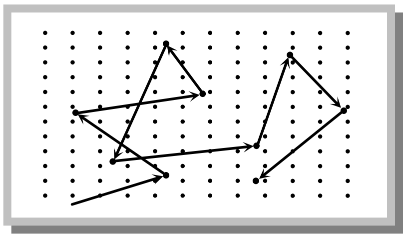
Solution : (c) दिया है ध्वनि का वेग $v_s = 330\frac{m}{sec}$, गैस का घनत्व $\rho = 1.3\frac{kg}{m^3}$, वायुमण्डलीय दाब $P = 1.01\times 10^5\frac{N}{m^2}$

उपरोक्त मान सूत्र $v_{sound} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ में रखने पर $\gamma = 1.41$

पुनः $\gamma = 1 + \frac{2}{f} \Rightarrow f = \frac{2}{\gamma - 1} = \frac{2}{1.4 - 1} = 5.$

औसत मुक्त पथ

किसी दिये गये ताप पर गैस के अणु उच्च चाल से गति करते हैं परन्तु फिर भी उन्हें पात्र में तक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक पहुँचने में अधिक समय लगता है। इसका कारण यह है कि अणु अपने निकटतम अणुओं से लगातार संघट्ट करते रहते हैं। इन संघट्टो के परिणामस्वरूप अणु द्वारा अनुसरित मार्ग चित्रानुसार टेढ़ा-मेढ़ा (Zig-Zag) हो जाता है। दो लगातार संघट्टों के मध्य अणु सरल रेखा में नियत चाल से गति करता है व इसके द्वारा दो लगातार संघट्टों के मध्य चली गयी दूरी मुक्त पथ कहलाती है।



गैस के अणु द्वारा दो लगातार संघट्टों के मध्य चली दूरी नियत नहीं होती अतः अणु द्वारा समस्त संघट्टों में चली दूरी के औसत की गणना की जाती है। गैस के अणु द्वारा चली गई यह औसत दूरी ही औसत मुक्त पथ कहलाती है।

माना $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1 + \frac{2}{f}$ अणु द्वारा n संघट्टो के मध्य चली दूरी है तो औसत मुक्त पथ $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + ... + \lambda_n}{n}$

(1) $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2}$ जहाँ d = अणु का व्यास n = एकांक आयतन में अणुओं की संख्या

(2) $\therefore$ $PV = \mu RT = \mu NkT \Rightarrow \frac{N}{V} = \frac{P}{kT} = n =$ प्रति एकांक आयतन में अणुओं की संख्या

अतः $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{kT}{\pi d^2 P}$

(3) $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2} = \frac{m}{\sqrt{2}\pi (mn) d^2} = \frac{m}{\sqrt{2}\pi d^2 \rho}$ [$\therefore mn$ = एकांक आयतन का द्रव्यमान= घनत्व = ρ]

(4) यदि अणु का औसत वेग v हो तो

$\lambda = \upsilon \times \frac{t}{N} = \upsilon \times T$ [$N = t$ समय में संघट्टों की संख्या, T = दो संघट्टों के मध्य लगा समय]

Important points

(i) $\lambda = \frac{m}{\sqrt{2}\pi d^2 \rho}$ $\therefore \lambda \propto \frac{1}{\rho}$ अर्थात् औसत मुक्त पथ गैस के घनत्व का व्युत्क्रमानुपाती होता है।

(ii) $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{kT}{\pi d^2 P}$ नियत आयतन अर्थात् घनत्व के लिए गैस के अणुओं की संख्या n, $\frac{P}{T}$ नियत होता है अर्थात् λ का मान P व T. पर निर्भर नहीं करता। परन्तु यदि दिये गये द्रव्यमान के लिए गैस का आयतन, P या T के साथ परिवर्तित हो तब $\lambda \propto T$ नियत दाब पर तथा $\lambda \propto \frac{1}{P}$ नियत ताप पर।

Problem 76. यदि अणुओं का औसत मुक्त पथ दोगुना हो जाए तो गैस का दाब होगा [RPMT 2000]

(a) $P/4$ (b) $P/2$ (c) $P/8$ (d) P

Solution : (b) $\therefore \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{kT}{\pi d^2 P}$ $\therefore P \propto \frac{1}{\lambda}$ अर्थात् λ दोगुना करने पर दाब आधा हो जाएगा।

Problem 77. 1.0 वायुमण्डलीय दाब व 0°C ताप पर नाइट्रोजन के अणुओं का औसत मुक्त पथ $0.8 \times 10^{-7} m$ है। यदि अणुओं का संख्या घनत्व 2.7×10^{25} $per\, m^3$ हो तो आणविक व्यास होगा

(a) $3.2 nm$ (b) $3.2 Å$ (c) $3.2 \mu m$ (d) $2.3 mm$

Solution : (b) औसत मुक्त पथ $\lambda = 0.8 \times 10^{-7}\, m$ एकांक आयतन में अणुओं की संख्या $n = 2.7 \times 10^{25}$ प्रति m^3

उपरोक्त मान सूत्र $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2}$ में रखने पर $d = \sqrt{1.04 \times 10^{-19}} = 3.2 \times 10^{-10}\, m = 3.2 Å$

विशिष्ट ऊष्मा

विशिष्ट ऊष्मा दो प्रकार से परिभाषित की जा सकती है: ग्राम विशिष्ट ऊष्मा व मोलर विशिष्ट ऊष्मा

(1) ग्राम विशिष्ट ऊष्मा : किसी पदार्थ के एकांक द्रव्यमान का ताप एकांक डिग्री बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा ग्राम विशिष्ट ऊष्मा कहलाती है।

ग्राम विशिष्ट ऊष्मा $c = \frac{\Delta Q}{m \Delta T}$

इकाई : $\frac{cal}{gm \times °C}$, $\frac{cal}{gm \times kelvin}$, $\frac{Joule}{kg \times kelvin}$

विमा : $[L^2 T^{-2} \theta^{-1}]$

(2) मोलर विशिष्ट ऊष्मा : किसी पदार्थ के 1 मोल का ताप 1 डिग्री बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा मोलर विशिष्ट ऊष्मा कहलाती है।

$$C = \frac{Q}{\mu \Delta T}$$

इकाई : $\frac{calorie}{mole \times °C}$, $\frac{calorie}{mole \times kelvin}$ या $\frac{Joule}{mole \times kelvin}$

Important points

(1) $C = Mc = \frac{M}{m}\frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{1}{\mu}\frac{\Delta Q}{\Delta T}$ $\left[\text{As } \mu = \frac{m}{M}\right]$

अर्थात् पदार्थ की मोलर विशिष्ट ऊष्मा ग्राम विशिष्ट ऊष्मा की M गुनी होती है। जहाँ M = पदार्थ का अणुभार

(2) हाइड्रोजन की विशिष्ट ऊष्मा सर्वाधिक होती है। $c = 3.5 \frac{cal}{gm \times °C}$

(3) द्रवों में, जल की विशिष्ट ऊष्मा सर्वाधिक होती है। $c = 1 \frac{cal}{gm \times °C}$

(4) पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा उसकी अवस्था (जैसे ठोस, द्रव या गैस) पर भी निर्भर करती है।

उदाहरण : $c_{ice} = 0.5 \frac{cal}{gm \times °C}$, $c_{water} = 1 \frac{cal}{gm \times °C}$, $c_{steam} = 0.47 \frac{cal}{gm \times °C}$

(5) विशिष्ट ऊष्मा प्रयोग की दशा पर भी निर्भर करती है अर्थात् उस विधा पर जिसमें ऊष्मा संचरित की गयी है। प्रायः प्रयोग नियत आयतन या नियत दाब पर किये जाते हैं।

ठोसों व द्रवों की स्थिति में, कम ऊष्मीय प्रसार के कारण विशिष्ट ऊष्माओं के प्रेक्षित मान का अंतर कम होता है। जबकि गैसों में, नियत आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा, नियत दाब पर विशिष्ट ऊष्मा से काफी भिन्न होती है।

गैसों की विशिष्ट ऊष्मा

गैसों को दी गयी ऊष्मा उनका ताप ही नहीं बढ़ाती बल्कि वायुमण्डलीय दाब के विरूद्ध उनके प्रसार में भी खर्च होती है।

अतः गैसों की विशिष्ट ऊष्मा, जो कि 1 ग्राम गैस का ताप एक डिग्री बढ़ाने के लिए आवश्यक है, का मान अद्वितीय नहीं होता।

(i) यदि गैस अचानक सम्पीड़ित की जाए और उसे बाहर से कोई ऊष्मा न दी जाए और न ही ली जाए अर्थात् $\Delta Q = 0$, परन्तु सम्पीड़न के कारण उसके ताप में वृद्धि हो तब

$\therefore \quad C = \frac{\Delta Q}{m(\Delta T)} = 0$ अर्थात् $C = 0$

(ii) यदि गैस को गर्म करके प्रसारित होने के लिए इस प्रकार छोड़ दिया जाए कि गैस को गर्म करने पर ताप में वृद्धि, प्रसार के कारण हुई ताप में कमी के ठीक बराबर हो तो (अर्थात् $\Delta T = 0$)

$\therefore \quad C = \frac{\Delta Q}{m(\Delta T)} = \frac{\Delta Q}{0} = \infty$ अर्थात् $C = \infty$

(iii) यदि गैस के प्रसार की दर अत्यन्त धीमी हो तो प्रसार में ताप में कमी ऊष्मा प्रदाय के कारण में ताप वृद्धि से कम होगी अतः गैस के ताप में कुछ वृद्धि होगी अतः ΔT धनात्मक होगा

$\therefore \quad C = \frac{\Delta Q}{m(\Delta T)} =$ धनात्मक अर्थात् $C =$ धनात्मक

(iv) यदि गैस के प्रसार की दर अत्यंत तीव्र हो तो प्रसार में ताप में कमी ऊष्मा प्रदाय के कारण ताप वृद्धि से अधक होगी अतः गैस के ताप में कुछ कम होगी अतः ΔT ऋणात्मक होगा

$$C = \frac{\Delta Q}{m(-\Delta T)} = \text{ऋणात्मक अर्थात्} \quad C = \text{ऋणात्मक}$$

अतः विशिष्ट ऊष्मा का मान शून्य से लेकर अनंत तक कुछ भी हो सकता है तथा इसका ऋणात्मक मान भी संभव है। इसका सही मान ऊष्मा प्रदान करने की विधा पर निर्भर करता है। फिर भी विशिष्ट ऊष्मा के निम्न दो मानों का विशेष महत्व है।

(1) नियत आयतन पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा (c_v) : नियत आयतन पर किसी गैस के एकांक द्रव्यमान के ताप में एकांक वृद्धि करने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा, नियत आयतन पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा कहलाती है। अर्थात् $c_v = \frac{(\Delta Q)_v}{m\Delta T}$

एकांक द्रव्यमान के स्थान पर यदि 1 मोल गैस विचाराधीन हो तो, विशिष्ट ऊष्मा, नियत आयतन पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा कहलाती है।

$$C_v = Mc_v = \frac{M(\Delta Q)_v}{m\Delta T} = \frac{1}{\mu}\frac{(\Delta Q)_v}{\Delta T} \qquad \left[\text{As } \mu = \frac{m}{M}\right]$$

(2) नियत दाब पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा (c_p) : नियत दाब पर किसी गैस के एकांक द्रव्यमान के ताप में एकांक वृद्धि करने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा नियत दाब पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा कहलाती है।

अर्थात् $c_P = \frac{(\Delta Q)_p}{m\Delta T}$

एकांक द्रव्यमान के स्थान पर यदि 1 मोल गैस विचाराधीन हो तो, विशिष्ट ऊष्मा, नियत दाब पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा कहलाती है।

$$C_p = MC_p = \frac{M(\Delta Q)_p}{m\Delta T} = \frac{1}{\mu}\frac{(\Delta Q)_p}{\Delta T} \qquad \left[\mu = \frac{m}{M}\right]$$

मेयर का सूत्र

गैस की दो विशिष्ट ऊष्माओं में, C_p का मान C_v से अधिक होता है क्योंकि C_v की स्थिति में गैस का आयतन नियत रहता है। अतः ऊष्मा मात्र 1 ग्राम मोल गैस का ताप $1°C$ या $1\,K$ बढ़ाने के उपयोग में आती है। गैस के प्रसार में कोई ऊष्मा खर्च नहीं होती ।

अर्थात् ऊष्मा गैस की आंतरिक ऊष्मा बढ़ाने के ही उपयोग में आती है।

$$(\Delta Q)_v = \Delta U = \mu C_v \Delta T \qquad .....(i)$$

जबकि C_p की स्थिति में ऊष्मा निम्न उपयोग में आती है।

(i) गैस का ताप ΔT बढ़ाने में

(ii) नियत दाब पर गैस का प्रसार करने में (ΔW)

अतः $(\Delta Q)_p = \Delta U + \Delta W = \mu\, C_p \Delta T$ .....(ii)

(i) व (ii) से $\mu\, C_p \Delta T - \mu\, C_v \Delta T = \Delta W$

$\Rightarrow \quad \mu\, \Delta T(C_p - C_v) = P\Delta V$ [नियत P के लिए, $\Delta W = P\Delta V$]

$\Rightarrow \quad C_p - C_v = \frac{P\Delta V}{\mu\, \Delta T}$ [$PV = \mu RT$ से, नियत दाब पर $P\Delta V = \mu R\Delta T$]

$\Rightarrow \quad C_p - C_v = R$

यह संबंध मेयर का सूत्र कहलाता है। स्पष्ट है कि $C_p > C_v$ अर्थात् नियत दाब पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा, नियत आयतन पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा से अधिक होती है।

स्वतंत्रता की कोटि के पदों में विशिष्ट ऊष्मा

हम जानते है कि 1 मोल गैस (स्वतंत्रता कोटि f की गतिज ऊर्जा)

$$E = \frac{f}{2}RT \qquad .....(i)$$

जहाँ T- गैस का ताप है परन्तु C_v की परिभाषा से, वृद्धि dE नियत आयतन पर 1 ग्राम मोल गैस का ताप dT बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा है तब

$$dE = \mu C_v dT = C_v\, dT \text{ अथवा } C_v = \frac{dE}{dT} \qquad [\ \mu = 1] \qquad .....(ii)$$

समी. (i) से E का मान रखने पर $C_v = \frac{d}{dT}\left(\frac{f}{2}RT\right) = \frac{f}{2}R$

$\therefore \qquad C_v = \frac{f}{2}R$

मेयर के सूत्र से $C_p - C_v = R \Rightarrow C_p = C_v + R = \frac{f}{2}R + R = \left(\frac{f}{2}+1\right)R$

$\therefore \qquad C_p = \left(\frac{f}{2}+1\right)R$

C_p व C_v का अनुपात : $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\left(\frac{f}{2}+1\right)R}{\frac{f}{2}R} = 1 + \frac{2}{f}$

$\therefore \qquad \gamma = 1 + \frac{2}{f}$

Important points

(i) γ का मान सदैव 1 से अधिक होता है। अतः $C_p > C_v$ सदैव।

(ii) γ का मान एक परमाण्विक, द्विपरमाण्विक व त्रिपरमाण्विक गैसों के लिए भिन्न होता है।

(iii) $\gamma = 1 + \frac{2}{f} \quad \Rightarrow \frac{2}{f} = \gamma - 1 \Rightarrow \frac{f}{2} = \frac{1}{\gamma - 1}$

$\therefore C_v = \frac{f}{2}R = \frac{R}{\gamma - 1}$

तथा $C_p = \left(\frac{f}{2}+1\right)R = \left(\frac{1}{\gamma-1}+1\right)R = \left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)R$

विभिन्न गैसों के लिए विशिष्ट ऊष्मा और गतिज ऊर्जा

		एक परमाण्विक	द्वि-परमाण्विक	त्रि-परमाण्विक अरैखीय	त्रि परमाण्विक रैखीय
परमाणुकता	A	1	2	3	3
प्रतिबंध	B	0	1	3	2
स्वतंत्रता की कोटि	$f = 3A - B$	3	5	6	7

नियत आयतन पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा	$C_v = \frac{f}{2}R = \frac{R}{\gamma - 1}$	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	$3R$	$\frac{7}{2}R$
नियत दाब पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा	$C_p = \left(\frac{f}{2}+1\right)R = \left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)R$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	$4R$	$\frac{9}{2}R$
C_p और C_v में अनुपात	$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1 + \frac{2}{f}$	$\frac{5}{3} \simeq 1.66$	$\frac{7}{5} \simeq 1.4$	$\frac{4}{3} \simeq 1.33$	$\frac{9}{7} \simeq 1.28$
1 मोल की गतिज ऊर्जा	$E_{mole} = \frac{f}{2}RT$	$\frac{3}{2}RT$	$\frac{5}{2}RT$	$3RT$	$\frac{7}{2}RT$
1 अणु की गतिज ऊर्जा	$E_{molecule} = \frac{f}{2}kT$	$\frac{3}{2}kT$	$\frac{5}{2}kT$	$3kT$	$\frac{7}{2}kT$
1 ग्राम की गतिज ऊर्जा	$E_{gram} = \frac{f}{2}rT$	$\frac{3}{2}rT$	$\frac{5}{2}rT$	$3rT$	$\frac{7}{2}rT$

Problem 78. NH_3 के लिए नियत दाब पर विशिष्ट ऊष्मा व नियत आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा का अनुपात होगा [RPMT 2003]

(a) 1.33 (b) 1.44 (c) 1.28 (d) 1.67

Solution : (c) बहु परमाण्विक गैसों के लिए विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात $\gamma < 1.33$

क्योंकि परमाणुकता बढ़ने पर γ घटता है।

Problem 79. किसी गैस के लिए $\frac{R}{C_v} = 0.67$ गैस के अणु हैं [CBSE PMT 1992; JIPMER 2001, 2002]

(a) द्वि-परमाण्विक (b) द्वि-परमाण्विक व बहु परमाण्विक गैस का मिश्रण

(c) एक परमाण्विक (d) बहु परमाण्विक

Solution : (c) संबंध $C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$ से तुलना करने पर $\gamma - 1 = 0.67$ या $\gamma = 1.67$ अर्थात् गैस एक परमाण्विक है।

Problem 80. किसी आदर्श गैस के 1 मोल का ताप नियत दाब पर 20°C से 30°C करने के लिए 40 कैलोरी ऊष्मा की आवश्यकता है तो नियत आयतन पर समान तापांतर उत्पन्न करने के लिए आवश्यक ऊष्मा होगी ($R = 2\, calorie\, mole^{-1} K^{-1}$) [UPSEAT 2000]

(a) 20 *calorie* (b) 40 *calorie* (c) 60 *calorie* (d) 80 *calorie*

Solution : (a) नियत दाब पर $(\Delta Q)_p = \mu C_p \Delta T = 1 \times C_p \times (30 - 20) = 40 \Rightarrow C_p = 4 \frac{calorie}{mole\, kelvin}$

$\therefore C_v = C_p - R = 4 - 2 = 2 \frac{calorie}{mole \times kelvin}$

अब $(\Delta Q)_v = \mu C_v \Delta T = 1 \times 2 \times (30 - 20) = 20\, calorie$

Problem 81. नियत आयतन पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा $\frac{3R}{2}$, है तो γ का मान होगा [DPMT 1999]

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $\frac{5}{3}$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Solution : (c) नियत आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा $C_v = \frac{R}{\gamma - 1} = \frac{3R}{2}$ (दिया है)

$\therefore \quad \gamma - 1 = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \gamma = \frac{5}{3}$

Problem 82. किसी गैस के लिए दो विशिष्ट अणुओं में अंतर $4150\ J/kg\ K$ नियत आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा का मान क्या होगा? यदि विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात 1.4 हो [AFMC 1998]

(a) $8475\ J/kg - K$ (b) $5186\ J/kg - K$ (c) $1660\ J/kg - K$ (d) $10375\ J/kg - K$

Solution : (d) दिया है $c_p - c_v = 4150$ .....(i) और $\frac{c_p}{c_v} = 1.4 \Rightarrow c_p = 1.4 c_v$ .....(ii)

समी. (i) में c_p का मान रखने पर $1.4c_v - c_v = 4150 \Rightarrow 0.4c_v = 4150$

$$\therefore \quad c_v = \frac{4150}{0.4} = 10375\ J/kg - K$$

Problem 83. दो सिलेण्डर A व B में पिस्टन लगे हैं। दोनों में $300K$ ताप पर गैस की समान मात्रा भरी है। A में पिस्टन गति करने को मुक्त है जबकि B में स्थिर है। प्रत्येक गैस को ऊष्मा की समान मात्रा प्रदान करने पर यदि A में गैस के ताप में $30\ K$ की वृद्धि होती हो तो B में गैस का ताप कितना बढ़ेगा [IIT-JEE 1998]

(a) $30\ K$ (b) $18\ K$ (c) $50\ K$ (d) $42\ K$

Solution : (d) दोनों सिलेण्डरों में भरी गैसें द्वि-परमाण्विक ($\gamma = 1.4$) हैं। पिस्टन A गतिशील है अतः प्रक्रिया समदाबीय है। पिस्टन B स्थिर है अतः प्रक्रिया सम आयतनीय है। यदि दोनों को समान ऊष्मा ΔQ दी जाए तो

$$(\Delta Q)_{\text{समदाबीय}} = (\Delta Q)_{\text{समआयतनीय}}$$

$$\mu C_p (\Delta T)_A = \mu C_v (\Delta T)_B \quad \Rightarrow \ (\Delta T)_B = \frac{C_p}{C_v}(\Delta T)_A = \gamma(\Delta T)_A = 1.4 \times 30 = 42\ K.$$

Problem 84. किसी गैस की विशिष्ट ऊष्मा [MP PET 1996]

(a) मात्र C_p व C_v होती है (b) दिये गये ताप पर अद्वितीय होती है।

(c) 0 से ∞ तक कोई भी मान ग्रहण कर सकती है। (d) गैस के द्रव्यमान पर निर्भर करती है।

Solution : (c) विशिष्ट ऊष्मा की परास धनात्मक से ऋणात्मक की ओर शून्य से अनंत होती है। यह प्रक्रिया की प्रकृति पर निर्भर करता है।

Problem 85. नियत आयतन पर एक परमाण्विक गैस आर्गन की विशिष्ट ऊष्मा $0.075\ kcal/kg\text{-}K$ है जबकि इसकी मोलर ग्राम विशिष्ट ऊष्मा $C_v = 2.98\ cal/mole/K$ है। आर्गन अणु का द्रव्यमान है (एवोगेड्रो संख्या $= 6.02 \times 10^{23}$ अणु / मोल) [MP PET 1993]

(a) $6.60 \times 10^{-23}\ gm$ (b) $3.30 \times 10^{-23}\ gm$ (c) $2.20 \times 10^{-23}\ gm$ (d) $13.20 \times 10^{-23}\ gm$

Solution : (a) मोलर विशिष्ट ऊष्मा = अणु भार × ग्राम विशिष्ट ऊष्मा

$$C_v = M \times c_v$$

$$\Rightarrow \quad 2.98 \frac{calorie}{mole \times kelvin} = M \times 0.075 \frac{kcal}{kg\text{-}kelvin} = M \times \frac{0.075 \times 10^3}{10^3} \frac{calorie}{gm \times kelvin}$$

$\therefore$ आर्गन का अणुभार $M = \frac{2.98}{0.075} = 39.7\ gm$

अर्थात् 6.023×10^{23} अणुओं का द्रव्यमान = 39.7 ग्राम $\therefore$ एक परमाणु का द्रव्यमान $= \frac{39.7}{6.023 \times 10^{23}} = 6.60 \times 10^{-23}\ gm$

Problem 86. किसी आदर्श द्विपरमाण्विक गैस को नियत दाब पर गर्म किया जाता है। प्रदान ऊष्मा का वह भाग जो गैस की अंतिम ऊर्जा में वृद्धि करता है, होगा [IIT-JEE 1990]

(a) 2/5 (b) 3/5 (c) 3/7 (d) 5/7

Solution : (d) जब किसी गैस को गर्म किया जाता है तो प्रदान ऊष्मा का एक भाग उसकी आंतरिक ऊर्जा बढ़ाता है जबकि दूसरा दाब के विरूद्ध कार्य करने में खर्च होता है। अर्थात् $(\Delta Q)_p = \Delta U + \Delta W$

$$\Rightarrow \quad \mu C_p \Delta T = \mu C_v \Delta T + P\Delta V$$

अतः वह भाग जो आंतरिक ऊर्जा में वृद्धि करता है $\frac{\Delta U}{(\Delta Q)_p} = \frac{C_v}{C_p} = \frac{1}{\gamma} = \frac{5}{7}$ [$\gamma = \frac{7}{5}$ द्विपरमाण्विक गैस के लिए]

Problem 87. नियत आयतन पर किसी गैस के 5 मोल का ताप 100°*C* से 120°*C* तक करने पर आंतरिक ऊर्जा में 80 *J* परिवर्तन हो जाता है। नियत आयतन पर गैस की कुल ऊष्माधारिता होगी [CPMT 1988]

(a) $8\,J\,K^{-1}$ (b) $0.8\,J\,K^{-1}$ (c) $4\,J\,K^{-1}$ (d) $0.4\,J\,K^{-1}$

Solution : (c) नियत आयतन पर कुल ऊर्जा गैस का ताप बढ़ाने में खर्च होती है।

अर्थात् $(\Delta Q)_v = \mu C_v \Delta T = \mu C_v (120 - 100) = 80$

$\Rightarrow \mu C_v = \frac{80}{20} = 4$ *Joule/kelvin*. यही 5 मोल गैस की ऊष्माधारिता है।

Problem 88. नियत दाब पर किसी गैस को गर्म किया जाता है। प्रदान ऊष्मा का वह भाग जो गैस का ताप बढ़ाता है होगा

(a) $\frac{1}{\gamma}$ (b) $\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)$ (c) $\gamma - 1$ (d) $\left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)$

Solution : (b) हम जानते हैं कि प्रदान ऊर्जा का वह भाग जो आंतरिक ऊर्जा बढ़ाता है $= \frac{1}{\gamma}$

अतः प्रदान ऊर्जा का वह भाग जो दाब के विरुद्ध कार्य करता है $= 1 - \frac{1}{\gamma}$

Problem 89. कोई एक परमाण्विक गैस गर्म करने पर प्रसारित होती है। प्रदान ऊष्मा का वह प्रतिशत भाग जो उसकी आंतरिक ऊर्जा बढ़ाता है व वह भाग जो प्रसार करता है होगा

(a) 75%, 25% (b) 25%, 75% (c) 60%, 40% (d) 40%, 60%

Solution : (c) प्रदान ऊर्जा का वह भाग जो आंतरिक ऊर्जा बढ़ाता है $= \frac{1}{\gamma} = \frac{3}{5}$ $\left[\gamma = \frac{5}{3}\right.$ एक परमाण्विक गैस के लिए$\left.\right]$

$\therefore$ प्रतिशत ऊर्जा $= \frac{30}{5} = 60\%$

प्रदान ऊर्जा का वह भाग जो बाह्य कार्य करता है $= 1 - \frac{1}{\gamma} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = \frac{\frac{5}{3} - 1}{\frac{5}{3}} = \frac{2}{5}$

$\therefore$ प्रतिशत ऊर्जा $= \frac{2}{5} \times 100\% = 40\%$

Problem 90. किसी गैस के लिए औसत स्वतंत्रता की कोटि 6 है। नियत दाब पर प्रसार करने पर यह 25 *J* कार्य सम्पन्न करती है। गैस द्वारा अवशोषित ऊष्मा है

(a) 75 *J* (b) 100 *J* (c) 150 *J* (d) 125 *J*

Solution : (b) $f = 6$ (दिया है) $\therefore \gamma = 1 + \frac{2}{f} = 1 + \frac{2}{6} = \frac{4}{3}$

कार्य के लिए दी गयी ऊर्जा $\frac{\Delta W}{\Delta Q} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)$

$\Rightarrow \quad \frac{25}{\Delta Q} = \left(1 - \frac{1}{4/3}\right) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta Q = 25 \times 4 = 100\, Joule$

Problem 91. किसी बंद पात्र में आदर्श गैस एक निश्चित मात्रा में भरी है। पात्र नियत वेग v से गतिमान है। गैस का मोलर द्रव्यमान M है। पात्र के अचानक रूक जाने पर, गैस के तापमान में वृद्धि होगी ($\gamma = C_P / C_V$)

(a) $\frac{Mv^2}{2R(\gamma+1)}$ (b) $\frac{Mv^2(\gamma-1)}{2R}$ (c) $\frac{Mv^2}{2R(\gamma+1)}$ (d) $\frac{Mv^2}{2R(\gamma+1)}$

Solution : (b) यदि गैस का द्रव्यमान m हो तो उसकी गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mv^2$ पात्र के अचानक रूकने पर सम्पूर्ण कुल गतिज ऊर्जा गैस का ताप बढ़ाएगी (प्रक्रिया रूद्धोष्म है)

अर्थात् $\frac{1}{2}mv^2 = \mu C_v \Delta T = \frac{m}{M} C_v \Delta T \quad [\quad C_v = \frac{R}{\gamma-1}]$

$\Rightarrow \quad \frac{m}{M}\frac{R}{\gamma-1}\Delta T = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \Delta T = \frac{Mv^2(\gamma-1)}{2R}$

Problem 92. बहु-परमाण्विक गैस का (मानक स्थितियों में) घनत्व $0.795\ kgm^{-3}$ है। नियत आयतन पर गैस की विशिष्ट ऊष्मा होगी

(a) $930\ J\text{-}kg^{-1} K^{-1}$ (b) $1400\ J\text{-}kg^{-1} K^{-1}$ (c) $1120\ J\text{-}kg^{-1} K^{-1}$ (d) $925\ J\text{-}kg^{-1} K^{-1}$

Solution : (b) m ग्राम गैस के लिए आदर्श गैस समीकरण $PV = mrT$ [जहाँ r = विशिष्ट गैस नियतांक]

या $P = \frac{m}{V}rT = \rho rT \quad \Rightarrow r = \frac{P}{\rho T} = \frac{1.013 \times 10^5}{0.795 \times 273} = 466.7$

नियत आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा $c_v = \frac{r}{\gamma-1} = \frac{466.7}{\frac{4}{3}-1} = 1400 \frac{J}{kg.kelvin} \quad \left[\gamma = \frac{4}{3}\text{ बहुपरमाण्विक गैसों के लिए}\right]$

Problem 93. किसी गैस की अवस्था A में $C_p - C_v = 1.00R$ तथा अन्य किसी अवस्था B में $C_p - C_v = 1.06R$ है। यदि उक्त अवस्थाओं में P_A व P_B दाब व T_A व T_B ताप को प्रदर्शित करें तब

(a) $P_A = P_B,\ T_A > T_B$ (b) $P_A > P_B,\ T_A = T_B$ (c) $P_A < P_B,\ T_A > T_B$ (d) $P_A > P_B,\ T_A < T_B$

Solution : (c) अवस्था A के लिए, $C_p - C_v = R$ अर्थात् गैस का व्यवहार आदर्श है।

अवस्था B के लिए $C_p - C_v = 1.06R (\neq R)$ अर्थात् गैस आदर्श व्यवहार प्रदर्शित नहीं करती।

हम जानते है कि उच्च ताप व निम्न दाब पर गैस की प्रकृति आदर्श हो सकती है।

अतः $P_A < P_B$ तथा $T_A > T_B$

गैसीय मिश्रण

यदि दो अक्रियाशील गैसें V आयतन के पात्र में भरी है। मिश्रण में एक गैस के μ_1 मोल को दूसरी गैस के μ_2 मोल के साथ मिश्रित किया जाता है। यदि N_A एवोगेड्रो संख्या हो तब

प्रथम गैस में अणुओं की संख्या $N_1 = \mu_1 N_A$

तथा दूसरी गैस में अणुओं की संख्या $N_2 = \mu_2 N_A$

(i) कुल मोल भाग $\mu = (\mu_1 + \mu_2)$

(ii) यदि प्रथम गैस का अणुभार M_1 व दूसरी का अणुभार M_2 हो तब मिश्रण का अणुभार

$$M = \frac{\mu_1 M_1 + \mu_2 M_2}{\mu_1 + \mu_2}$$

(iii) नियत आयतन पर मिश्रण की विशिष्ट ऊष्मा

$$C_{V_{mix}} = \frac{\mu_1 C_{V_1} + \mu_2 C_{V_2}}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{\mu_1\left(\frac{R}{\gamma_1 - 1}\right) + \mu_2\left(\frac{R}{\gamma_2 - 1}\right)}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{R}{\mu_1 + \mu_2}\left[\frac{\mu_1}{\gamma_1 - 1} + \frac{\mu_2}{\gamma_2 - 1}\right]$$

$$\therefore \quad C_{V_{mix}} = \frac{R}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}}\left[\frac{m_1/M_1}{\gamma_1 - 1} + \frac{m_2/M_2}{\gamma_2 - 1}\right]$$

(iv) नियत दाब पर मिश्रण की विशिष्ट ऊष्मा $C_{P_{mix}} = \dfrac{\mu_1 C_{P_1} + \mu_2 C_{P_2}}{\mu_1 + \mu_2}$

$$\Rightarrow C_{P_{mix}} = \frac{\mu_1\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1}\right)R + \mu_2\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 1}\right)R}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{R}{\mu_1 + \mu_2}\left[\mu_1\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1}\right) + \mu_2\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 1}\right)\right]$$

$$\therefore \quad C_{P_{mix}} = \frac{R}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}}\left[\frac{m_1}{M_1}\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1}\right) + \frac{m_2}{M_2}\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 1}\right)\right]$$

(v) $$\gamma_{mixture} = \frac{C_{P_{mix}}}{C_{V_{mix}}} = \frac{\frac{(\mu_1 C_{P_1} + \mu_2 C_{P_2})}{\mu_1 + \mu_2}}{\frac{(\mu_1 C_{V_1} + \mu_2 C_{V_2})}{\mu_1 + \mu_2}} = \frac{\mu_1 C_{P_1} + \mu_2 C_{P_2}}{\mu_1 C_{V_1} + \mu_2 C_{V_2}} = \frac{\left\{\mu_1\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1}\right)R + \mu_2\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 1}\right)R\right\}}{\left\{\mu_1\left(\frac{R}{\gamma_1 - 1}\right) + \mu_2\left(\frac{R}{\gamma_2 - 1}\right)\right\}}$$

$$\therefore \gamma_{mixture} = \frac{\frac{\mu_1\gamma_1}{\gamma_1 - 1} + \frac{\mu_2\gamma_2}{\gamma_2 - 1}}{\frac{\mu_1}{\gamma_1 - 1} + \frac{\mu_2}{\gamma_2 - 1}} = \frac{\mu_1\gamma_1(\gamma_2 - 1) + \mu_2\gamma_2(\gamma_1 - 1)}{\mu_1(\gamma_2 - 1) + \mu_2(\gamma_1 - 1)}$$

Problem 94. यदि द्वि-परमाण्विक गैस के दो मोल, एक परमाण्विक गैस के एक मोल के साथ मिलाये जाएें तो विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात होगा [MP PMT 2003]

(a) $\frac{7}{3}$ (b) $\frac{5}{4}$ (c) $\frac{19}{13}$ (d) $\frac{15}{19}$

Solution : (c) $\mu_1 = 1$, $\gamma_1 = \frac{5}{3}$ (एक परमाण्विक गैस के लिए) तथा $\mu_2 = 2$, $\gamma_2 = \frac{7}{5}$ (द्वि परमाण्विक गैस के लिए)

सूत्र $\gamma_{\text{mixture}} = \dfrac{\dfrac{\mu_1\gamma_1}{\gamma_1-1}+\dfrac{\mu_2\gamma_2}{\gamma_2-1}}{\dfrac{\mu_1}{\gamma_1-1}+\dfrac{\mu_2}{\gamma_2-1}} = \dfrac{\dfrac{1\times\frac{5}{3}}{\frac{5}{3}-1}+\dfrac{2\times\frac{7}{5}}{\frac{7}{5}-1}}{\dfrac{1}{\frac{5}{3}-1}+\dfrac{2}{\frac{7}{5}-1}} = \dfrac{5/2+7}{3/2+5} = \dfrac{19}{13}$

Problem 95. CO_2 का 22 ग्राम (27°C पर), 16 ग्राम ऑक्सीजन (37°C पर) के साथ मिलायी जाती है। मिश्रण का ताप होगा

[CBSE PMT 1995]

(a) 32°C (b) 27°C (c) 37°C (d) 30.5°C

Solution : (a) माना मिश्रण का ताप t है।

CO_2 द्वारा ली गयी ऊष्मा = O_2 द्वारा दी गयी ऊष्मा

$\Rightarrow \quad \mu_1 C_{v_1}\Delta T_1 = \mu_2 C_{v_2}\Delta T_2$

$\Rightarrow \quad \dfrac{22}{44}(3R)(t-27) = \dfrac{16}{32}\left(\dfrac{5}{2}R\right)(37-t)$

$\Rightarrow \quad 3(t-27) = \dfrac{5}{2}(37-t)$

हल करने पर $t = 32°C$

Problem 96. किसी गैसीय मिश्रण में 2 मोल ऑक्सीजन तथा 4 मोल आर्गन ताप T पर उपस्थित है। सभी कंपन विधाओं को नगण्य मानें तो निकाय की कुल आंतरिक ऊर्जा होगी

(a) 4 RT (b) 15 RT (c) 9 RT (d) 11 RT

Solution : (d) निकाय की कुल आंतरिक ऊर्जा $= U_{\text{oxygen}} + U_{\text{argon}} = \mu_1\dfrac{f_1}{2}RT + \mu_2\dfrac{f_2}{2}RT$

$= 2\dfrac{5}{2}RT + 4\dfrac{3}{2}RT = 5RT + 6RT = 11RT$ [$\because f_1 = 5$ (ऑक्सीजन के लिए) तथा $f_2 = 3$ (आर्गन के लिए)]