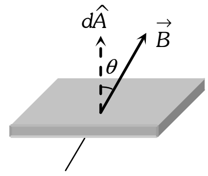
चुम्बकीय फ्लक्स

चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित किसी तल से अभिलम्बवत् गुजरने वाली चुम्बकीय बल रेखाओं की कुल संख्या को उस तल से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स कहते हैं।



किसी तल के अल्पांश क्षेत्रफल $d\hat{A}$ से सम्बद्ध फ्लक्स $d\phi = B\,dA\cos\theta$ या $d\phi = B\cdot dA$

अतः सतह से सम्बद्ध कुल फ्लक्स $\phi = \oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A} = \mathbf{BA}\cos$ □

N-फेरों वाली कुण्डली के लिये $\phi = NBA\cos\theta$

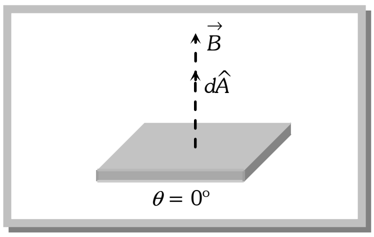
(1) मात्रक एवं विमा

चुम्बकीय फ्लक्स एक अदिश राशि है। इसका S.I. मात्रक बेबर (wb), C.G.S. मात्रक मैक्सवैल या गॉस × (से.मी.)^2; 1 बेबर = 10^8 मैक्सवेल। अन्य मात्रक : टेसला × मीटर^2 $= \frac{\text{न्यूटन} \times \text{मीटर}}{\text{एम्पीयर}} = \frac{\text{जूल}}{\text{एम्पीयर}} = \frac{\text{वोल्ट} \times \text{कूलॉम}}{\text{एम्पीयर}} =$ वोल्ट × सैकण्ड = ओम × कूलॉम = हेनरी × एम्पीयर। इसका विमीय सूत्र $[\phi] = [ML^2T^{-2}A^{-1}]$

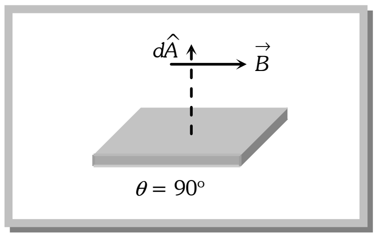
(2) अधिकतम एवं शून्य फ्लक्स

यदि $\theta = 0^\circ$ अर्थात् तल चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् है। तो तल से सम्बद्ध फ्लक्स अधिकतम होगा और यदि $\theta = 90^o$ अर्थात् तल चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर है तो तल से सम्बद्ध फ्लक्स शून्य होगा

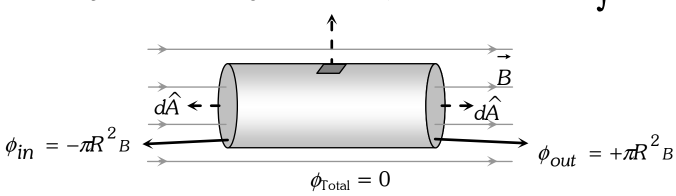
$\phi_{max} = BA$



$\phi = 0$

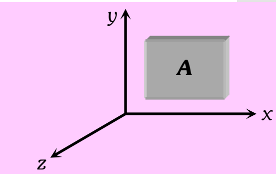


❒ यदि किसी वस्तु को एकसमान या असमान चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाये तो वस्तु से निर्गत फ्लक्स धनात्मक एवं निवेशी फ्लक्स ऋणात्मक लिया जाता है। बन्द पृष्ठ से सम्बद्ध कुल फ्लक्स शून्य होगा अर्थात् $\phi = \oint B\cdot ds = 0$



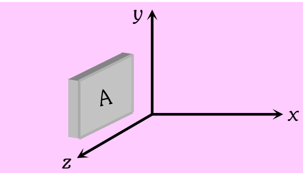
विशिष्ट उदाहरण

माना किसी स्थान पर $B = B_0\hat{i}$ (सामान्य प्रतीकों के साथ) अतः निम्न स्थितियों में सम्बद्ध फ्लक्स पर विचार करें



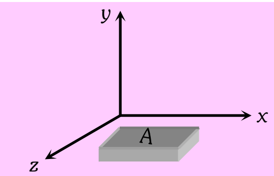
$A = A\hat{k}$

$\phi = B\cdot A = (B_0\hat{i})\cdot A\hat{k} = 0$



$A = A\hat{i}$

$\phi = B\cdot A = (B_0\hat{i})\cdot A\hat{i} = B_0 A$

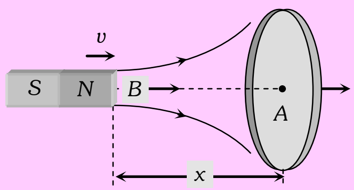
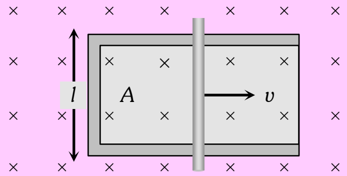
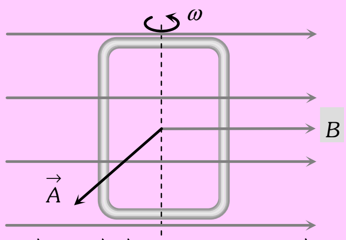
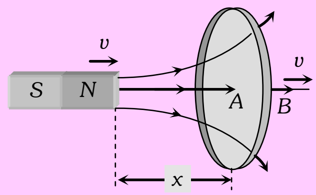
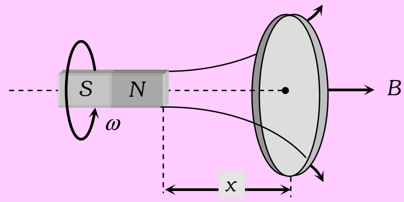
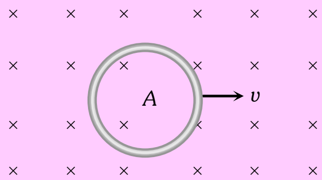


$A = A\hat{j}$

$\phi = B\cdot A = (B_0\hat{i})\cdot A\hat{j} = 0$

(3) चुम्बकीय फ्लक्स का परिवर्तन

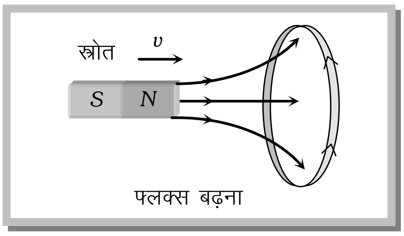
हम जानते हैं। कि किसी क्षेत्रफल A से सम्बद्ध फ्लक्स $\phi = BA\cos\theta$ तभी बदलेगा जबकि यदि B, A या θ में से कोई एक राशि बदले।

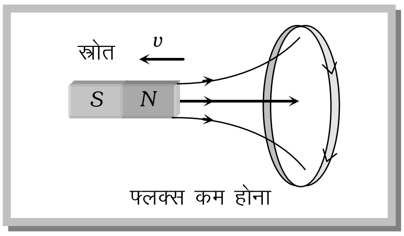
फ्लक्स का बदलना	फ्लक्स का अपरिवर्तित रहना
 B के परिवर्तन के कारण फ्लक्स बदल रहा है  क्षेत्रफल (छड़ के द्वारा निर्मित क्षेत्रफल) बदलने से फ्लक्स बदल रहा है  θ के बदलने से फ्लक्स बदल रहा है	   उपरोक्त तीनों स्थितियों में फ्लक्स ϕ परिवर्तित रहेगा क्योंकि किसी भी स्थिति में B, A या θ समय के साथ अपरिवर्तित है।

फैराडे के प्रयोग एवं नियम

(1) प्रथम प्रयोग

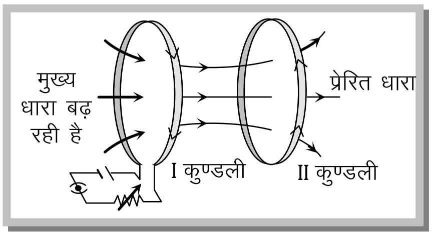
यदि किसी कुण्डली और चुम्बकीय क्षेत्र के स्त्रोत को इस प्रकार व्यवस्थित किया जाये कि कुण्डली के तल से चुम्बकीय फ्लक्स सम्बद्ध हो तब स्त्रोत और कुण्डली के मध्य आपेक्षिक गति होने पर कुण्डली से सम्बद्ध फ्लक्स में परिवर्तन होता है जिससे कुण्डली में प्रेरित धारा उत्पन्न हो जाती है।





(2) द्वितीय प्रयोग

यदि दो कुण्डलियों को इस प्रकार व्यवस्थित किया जाये कि प्रथम कुण्डली में धारा प्रवाहित करने से उत्पन्न चुम्बकीय फ्लक्स द्वितीय कुण्डली से सम्बद्ध रहे। यदि प्रथम कुण्डली में बहने वाली धारा के मान में परिवर्तन किया जाये तो द्वितीय कुण्डली में प्रेरित धारा उत्पन्न हो जाती है।



(3) फैराडे का प्रथम नियम

जब किसी परिपथ से सम्बद्ध (चुम्बकीय बल रेखायें) चुम्बकीय फ्लक्स बदलता है। (या कोई गतिमान चालक चुम्बकीय फ्लक्स को काटता है) परिपथ में एक प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न हो जाता है। (या चालक के सिरों पर एक वि.वा.बल उत्पन्न हो जाता है) इस वि.वा.बल को प्रेरित वि.वा.बल कहते हैं। प्रेरित वि.वा.बल केवल तभी तक विद्यमान रहता है, जब तक कि फ्लक्स में परिवर्तन हो।

(4) फैराडे का द्वितीय नियम

उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल, परिपथ से सम्बद्ध फ्लक्स परिवर्तन की दर के द्वारा दर्शाया जाता है। अर्थात् $e=-\frac{d\phi}{dt}$ । N-फेरों के लिये $e=-\frac{N\,d\phi}{dt}$; ऋणात्मक चिन्ह दर्शाता है, कि प्रेरित वि.वा.बल फ्लक्स परिवर्तन का विरोध करता है।

(i) प्रेरित वि.वा.बल के अन्य सूत्र : हम जानते हैं $\phi = BA\cos\theta$; अतः B, A या θ में से किसी के भी परिवर्तन से ϕ का मान बदलता है।

$$\text{अतः } e=-N\frac{d\phi}{dt}=-\frac{N(\phi_2-\phi_1)}{\Delta t}=-\frac{NA(B_2-B_1)\cos\theta}{\Delta t}=-\frac{NBA(\cos\theta_2-\cos\theta_1)}{\Delta t}$$

❐ $\frac{B_2-B_1}{\Delta t}$ = चुम्बकीय क्षेत्र के परिवर्तन की दर, इसका मात्रक *Tesla/sec* है।

(ii) प्रेरित धारा : यदि परिपथ बंद हो तो प्रेरित धारा $i=\frac{e}{R}=-\frac{N}{R}.\frac{d\phi}{dt}$; जहाँ R परिपथ का प्रतिरोध है।

(iii) प्रेरित आवेश : यदि प्रेरण के फलस्वरूप dt समय में परिपथ में प्रवाहित आवेश dq है तब $i=\frac{dq}{dt}$; $dq = i\,dt = -\frac{N}{R}\cdot d\phi$ अर्थात् प्रेरित आवेश फ्लक्स में परिवर्तन और परिपथ के प्रतिरोध पर निर्भर करता है।

(iv) प्रेरित शक्ति : परिपथ के बन्द अथवा खुले होने पर उसमें उत्पन्न प्रेरित विद्युत शक्ति $P = ei = \frac{e^2}{R} = i^2R = \frac{N^2}{R}\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2$ ।

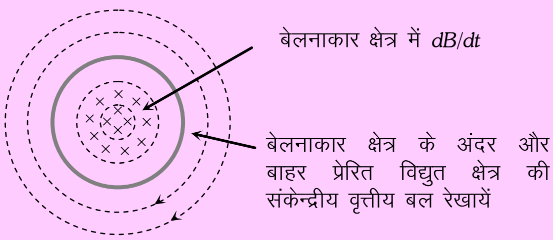
प्रेरित शक्ति का मान समय और परिपथ के प्रतिरोध दोनों पर निर्भर करता है।

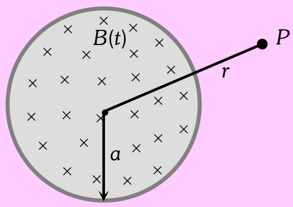
(5) प्रेरित विद्युत क्षेत्र

यह विद्युत क्षेत्र स्थिर वैद्युत प्रकृति का नहीं है एवं यह एक असंरक्षी विद्युत क्षेत्र है। इसकी बल रेखाएँ संकेन्द्रीय, वृत्तीय एवं बंद वक्र होती है। समय के साथ परिवर्तित होने वाला चुम्बकीय क्षेत्र $\frac{dB}{dt}$ सदैव अपने चारों ओर एक प्रेरित विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है। प्रेरित विद्युत क्षेत्र प्रेरित वि.वा.बल के समानुपाती होता है। अतः $e=\oint E_{in}\cdot dl$ यहाँ E_{in} = प्रेरित विद्युत क्षेत्र ......(i)

फैराडे के नियम से प्रेरित वि.वा.बल $e=-\frac{d\phi}{dt}$ ......(ii)

समीकरण (i) एवं (ii) से $e=\oint E_{in}.dl=-\frac{d\phi}{dt}$ यह फैराडे का विद्युत चुम्बकीय प्रेरण का समाकलन रूप है





एकसमान किन्तु समय के साथ परिवर्तनशील चुम्बकीय क्षेत्र $B(t)$, त्रिज्या a के किसी वृत्तीय क्षेत्र में कागज के तल के लम्बवत् चित्र में दिखाये अनुसार विद्यमान है। इस वृत्तीय क्षेत्र के केन्द्र से r दूरी पर स्थित किसी बिन्दु P पर प्रेरित विद्युत क्षेत्र (E_{in}) निम्न प्रकार ज्ञात कर सकते हैं।

अतः $\oint E_{in} dl = e = \frac{d\phi}{dt} = A\frac{dB}{dt}$ अर्थात् $E(2\pi r) = \pi a^2 \frac{dB}{dt}$ यहाँ $r \geq a$ या $E = \frac{a^2}{2r}\frac{dB}{dt}$; $\mathbf{E_{in}} \propto \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{r}}$

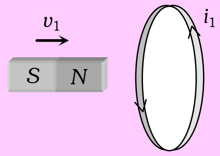
(6) प्रेरित राशियों (e, i एवं q) में θ के साथ परिवर्तन

परिवर्तन	अंतिम फ्लक्स (ϕ_2)	फ्लक्स में परिवर्तन $\Delta\phi = (\phi_2 - \phi_1)$	समय (Δt)	प्रेरित वि.वा.बल $e = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$	प्रेरित धारा $i = \frac{e}{R}$	प्रेरित आवेश $q = i\Delta t$
कुण्डली को 180° (से घुमा दिया जाये)	$-NBA$	$-2NBA$	t	$\frac{2NBA}{t}$	$\frac{2NBA}{Rt}$	$\frac{2NBA}{R}$
कुण्डली को 90° से घुमा दिया जाये	शून्य	$-NBA$	t	$\frac{NBA}{t}$	$\frac{NBA}{Rt}$	$\frac{NBA}{R}$
कुण्डली को चुम्बकीय क्षेत्र से बाहर कर दिया जाये	शून्य	$-NBA$	t	$\frac{NBA}{t}$	$\frac{NBA}{Rt}$	$\frac{NBA}{R}$

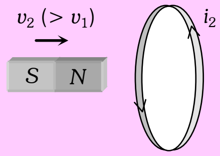
माना N फेरों वाली एक कुण्डली को जिसके प्रत्येक फेरे का क्षेत्रफल A है। किसी चुम्बकीय क्षेत्र B में इस प्रकार रखा गया है कि कुण्डली का तल चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् है, अर्थात् प्रारम्भ में $\theta_1 = 0°$ यदि परिपथ का प्रतिरोध R है एवं कुण्डली से सम्बद्ध प्रारम्भिक फ्लक्स $\phi_1 = NBA \cos 0° = NBA$, है। तब

Concepts

☞ *यदि एक छड़ चुम्बक को किसी चालक कुण्डली की ओर ले जाया जाये ; तो फ्लक्स परिवर्तन के कारण, कुण्डली में प्रेरित वि.वा.बल, प्रेरित धारा और प्रेरित आवेश उत्पन्न हो जाता है। यदि चुम्बक की गति बढ़ा दी जाये तो प्रेरित वि.वा.बल एवं प्रेरित धारा के मान बढ़ते हैं, किन्तु प्रेरित आवेश अपरिवर्तित रहता है।*



प्रेरित राशियाँ: e_1, i_1, q_1



प्रेरित राशियाँ: e_2 (> e_1), i_2(> i_1), q_2 (= q_1)

☞ *क्या विद्युत बल रेखायें कभी बंद वक्र बनाती हैं ? हाँ, जबकि यह परिवर्तनशील चुम्बकीय क्षेत्र के द्वारा उत्पन्न हों।*

☞ *यह ध्यान रहे कि किसी लूप में उत्पन्न कुल वि.वा.बल किसी निश्चित बिन्दु पर ही नहीं होता बल्कि सम्पूर्ण लूप में वितरित रहता है एवं परिपथ के प्रतिरोध के समानुपाती होता है।*

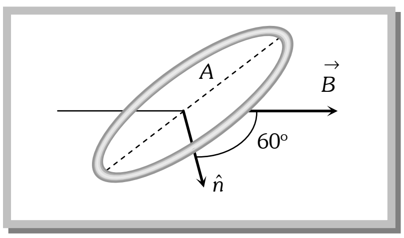
Example: 1 एक कुण्डली का क्षेत्रफल $A = 0.5\ m^2$ है इसे $B = 4.0\ wb/m^2$ के चुम्बकीय क्षेत्र में इस प्रकार रखा गया है कि इसके तल का क्षेत्रफल सदिश चुम्बकीय क्षेत्र से 60° कोण बना रहा है। क्षेत्रफल A से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स होगा

(a) 2 *weber*

(b) 1 *weber*

(c) 3 *weber*

(d) $\frac{3}{2}$ *weber*



Solution: (b) कुण्डली के तल के अभिलम्ब और चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के बीच कोण $\theta = 60°$

$\therefore$ कुण्डली से सम्बद्ध फ्लक्स $\phi = BA\cos\theta = 4.0 \times 0.5 \times \cos 60° \Rightarrow \phi = 1\ weber$

Example: 2 N-फेरों वाली एक कुण्डली के प्रत्येक फेरे का क्षेत्रफल A है। यह कुण्डली चुम्बकीय क्षेत्र B में n चक्कर प्रति सैकण्ड की दर से घूर्णन कर रही है। अधिकतम चुम्बकीय फ्लक्स का परिमाण होगा

(a) NAB (b) nAB (c) $NnAB$ (d) $2\pi nNAB$

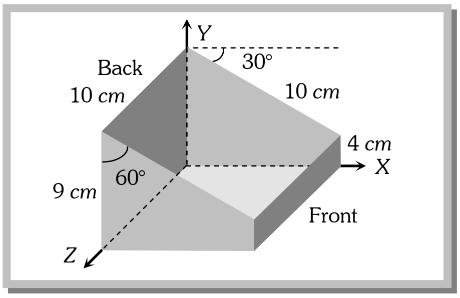
Solution: (a) चूँकि $\phi = NBA\cos\theta$; ϕ के अधिकतम मान के लिये $\cos\theta$ = अधिकतम = 1 अतः $\phi_{max} = NBA$

Example: 3 $10^{-2}\ m^2$ क्षेत्रफल वाली एक वर्गाकार कुण्डली, $10^3\ wb/m^2$ के किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् है। कुण्डली से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स होगा [MP PMT 1990, 2001]

(a) 10 *weber* (b) 10^{-5} *weber* (c) 10^5 *weber* (d) 100 *weber*

Solution: (a) $\phi = BA\cos\theta$; यहाँ $\theta = 0^\circ$ $\therefore \phi = BA = 10^3 \times 10^{-2} = 10$ *weber*

Example: 4 निम्न चित्र में 0.2 T का एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र धनात्मक x-दिशा में कार्यरत् है। निम्न दी गई आकृति के ऊपरी तल (top surface) से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स होगा



(a) शून्य

(b) 0.8 *m-wb*

(c) 1.0 *m-wb*

(d) – 1.8 *m-wb*

Solution: (c) चुम्बकीय फ्लक्स $\phi = BA\cos\theta$ । ऊपरी तल के लिये इसके अभिलम्ब और चुम्बकीय क्षेत्र के मध्य कोण $\theta = 60^\circ$

$\therefore \phi = 0.2 \times (10 \times 10 \times 10^{-4}) \times \cos 60^\circ = 10^{-3}\ wb = 1 m\text{-}wb$

Example: 5 एक कुण्डली के प्रत्येक फेरे का क्षेत्रफल 100 cm^2 एवं इसमें फेरों की संख्या 500 है। यदि 0.1 *sec* में चुम्बकीय क्षेत्र शून्य कर दिया जाये तो कुण्डली में प्रेरित वि.वा.बल होगा [MP PMT 1991]

(a) 1 V (b) 5 V (c) 50 V (d) शून्य

Solution: (b) $e = -\dfrac{N(B_2 - B_1)A}{t}$; $e = -\dfrac{500(0-0.1)\times 100 \times 10^{-4}}{0.1} = 5V$

Example: 6 एक कुण्डली में 1000 फेरे हैं एवं प्रत्येक फेरे का क्षेत्रफल 500 cm^2 है। कुण्डली का तल $2 \times 10^{-5}\ wb/m^2$ के चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् है। यदि कुण्डली 0.2 *sec* में 180° से घुमा दी जाये तो इसमें उत्पन्न वि.वा.बल का मान *mV* में होगा [EAMCET 2003]

(a) 5 (b) 10 (c) 15 (d) 20

Solution: (b) $e = -\dfrac{NBA(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)}{t}$

प्रारम्भ में $\theta_1 = 0^\circ$ एवं बाद में $\theta_2 = 180^\circ$ अतः $e = -\dfrac{1000 \times 2 \times 10^{-5} \times 500 \times 10^{-4}(\cos 180^\circ - \cos 0^\circ)}{0.2} = 10^{-2} V = 10$ *mV*

Example: 7 एक कुण्डली में 500 वर्गाकार फेरे हैं। इसके प्रत्येक फेरे के प्रत्येक भुजा की लम्बाई 10 *cm* है। यदि इस कुण्डली को ऐसे चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् रखा गया है। जो कि 1*Tesla/sec* की दर से बढ़ रहा है। तो प्रेरित वि.वा.बल का मान वोल्ट में होगा [CPMT 1990]

(a) 0.1 (b) 0.5 (c) 1 (d) 5

Solution: (d) $e = -\dfrac{N(B_2 - B_1)A\cos\theta}{\Delta t}$; दिया है $\theta = 0^\circ, N = 500, A = 100 \times 10^{-4}\ m^2, \dfrac{B_2 - B_1}{\Delta t} = 1\dfrac{T}{sec}$

$\therefore\ e = -500 \times 1 \times 10^{-2} \times \cos 0^o = -5V,\ |e| = 5V$

Example: 8 — 50 फेरों वाली एवं 100 cm^2 क्षेत्रफल वाली एक कुण्डली को 2×10^{-2} *Tesla* के चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् रखा गया है। यदि t समय में कुण्डली को क्षेत्र से बाहर निकाल लिया जाये तो 0.1 V का प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न होता है। t का मान होगा [CBSE 1992; CPMT 2001]

(a) 0.1 s (b) 0.01 s (c) 1 s (d) 20 s

Solution: (a) दिया है $B_1 = 2 \times 10^{-2}\ T, B_2 = 0,\ \theta = 0°, N = 50, e = 0.1\ V$ एवं $A = 100 \times 10^{-4}\ m^2$

$$e = -\frac{N(B_2 - B_1)A\cos\theta}{\Delta t} \text{ से, } 0.1 = \frac{-50 \times (0 - 2 \times 10^{-2}) \times 10^{-2} \times \cos 0^o}{t} \Rightarrow t = 0.1 s$$

Example: 9 — 500 फेरों की एक वृत्ताकार कुण्डली में प्रत्येक फेरे का क्षेत्रफल 0.1 m^2 है। इसे 0.2T के चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् रखा गया है। कुण्डली को चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् व्यास के परितः 180° से 0.1 *sec* में घुमाया जाता है। यदि कुण्डली एक धारामापी से जुड़ी हो तो परिपथ में कितना आवेश प्रवाहित होगा, जबकि परिपथ का कुल प्रतिरोध 50 Ω है [MP PET 1997]

(a) 0.2 C (b) 0.4 C (c) 2 C (d) 4 C

Solution: (b) दिया है $N = 500, A = 0.1\ m^2,\ \theta_1 = 0°,\ \theta_2 = 180°, B = 0.2\ T, \Delta t = 0.1\ sec, R = 50\Omega$

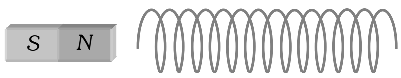
$$q = \frac{N}{R}.d\phi = -\frac{N}{R}BA(\cos\theta_2 - \cos\theta_1);\quad q = 0.4\,C$$

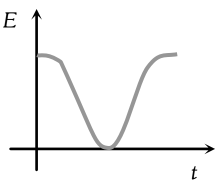
Example: 10 — किसी बन्द परिपथ का प्रतिरोध 10 Ω है। इस परिपथ से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स समय t (सैकण्ड में) के साथ समीकरण $\phi = 6t^2 - 5t + 1$ के अनुरूप परिवर्तित होता है। $t = 0.25$ *sec* पर कुण्डली में प्रेरित धारा का परिमाण होगा [NCERT 1983]

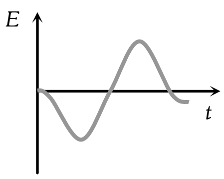
(a) 1.2 A (b) 0.8 A (c) 0.6 A (d) 0.2 A

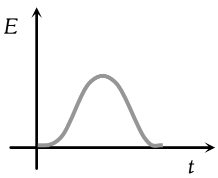
Solution: (d) $i = \frac{e}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\phi}{dt};\quad i = -\frac{1}{10}\frac{d}{dt}(6t^2 - 5t + 1) = -\frac{1}{10}(12t - 5);\quad i = -\frac{1}{10}(12 \times 0.25 - 5) = 0.2\,A$

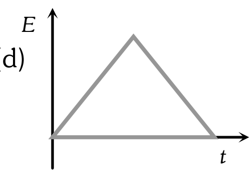
Example: 11 — यदि एक छोटी छड़ चुम्बक किसी कुण्डली की अक्ष के अनुदिश चलायी जाये तो कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल (E) का समय (t) के साथ परिवर्तन किस ग्राफ के अनुरूप बिल्कुल सही होगा [IIT-JEE (Screening 2004)]



(a) 

(b) 

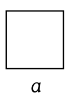
(c) 

(d) 

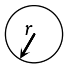
Solution: (b) जैसे-जैसे चुम्बक कुण्डली की ओर गति करेगा कुण्डली से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स अरैखिक रूप से बढ़ता है। चुम्बक के दूसरी ओर से बाहर निकलने पर प्रेरित वि.वा.बल की दिशा बदल जायेगी।

Example: 12 — एक वर्गाकार लूप के प्रत्येक भुजा की लम्बाई a एवं प्रतिरोध R है। इसे किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र B के लम्बवत् रखा गया है। यदि यकायक लूप t समय में वृत्तीय आकृति ग्रहण कर लेता है। तो इसमें प्रेरित आवेश का मान होगा

(a) $\frac{Ba^2}{R}(4\pi - 1)$ (b) $\frac{Ba^2}{R}\left(1 - \frac{1}{4\pi}\right)$ (c) $\frac{Ba^2}{R}\left(\frac{1}{4\pi} - 1\right)$ (d) $\frac{Ba^2}{R}\left(\frac{4}{\pi} - 1\right)$

Solution: (d) प्रारम्भ 

इसका क्षेत्रफल $A_1 = a^2$; एवं सम्बद्ध फ्लक्स $\phi_1 = BA_1$

अंत में 

$4a = 2\pi r$

इसका क्षेत्रफल $A_2 = \pi r^2 = \pi\left(\frac{2a}{\pi}\right)^2 = \frac{4a^2}{\pi}$ एवं सम्बद्ध फ्लक्स $\phi_2 = BA_2$

प्रेरित वि.वा.बल $|e| = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\phi_2 - \phi_1}{\Delta t} = \frac{B(A_2 - A_1)}{\Delta t} = \frac{Ba^2}{t}\left(\frac{4}{\pi} - 1\right)$ इसलिये प्रेरित आवेश $|q| = \frac{|e|}{R}.t$

$= \frac{Ba^2}{R}\left(\frac{4}{\pi} - 1\right)$

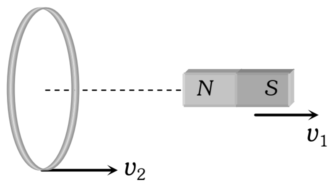
Example: 13 एक दूसरे के समीप रखी एक छड़ चुम्बक एवं वृत्तीय कुण्डली एक ही दिशा में गतिमान है। कुण्डली 0.5 *sec* में 1 मीटर दूरी तय करती है जबकि चुम्बक 1 *sec* में 2 मीटर दूरी तय करती है। कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल होगा

(a) शून्य (b) 1 *V*
(c) 0.5 *V* (d) दी गई जानकारी से ज्ञात नहीं किया जा सकता

Solution: (a)

चुम्बक की चाल $v_1 = \frac{2}{1} = 2\,m/s$

कुण्डली की चाल $v_2 = \frac{1}{0.5} = 2\,m/s$



कुण्डली और चुम्बक के मध्य आपेक्षिक गति शून्य है। अतः कुण्डली में कोई प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न नहीं होगा।

Example: 14 एक लघुपथित (short-circuited) कुण्डली को एक समय-परिवर्ती चुम्बकीय क्षेत्र में रखा गया है। कुण्डली में प्रेरित धारा उत्पन्न होने के कारण विद्युत शक्ति का व्यय होता है। यदि कुण्डली में लपेटों की संख्या चार गुनी कर दी जाये एवं तार की त्रिज्या आधी कर दी जाये तो विद्युत शक्ति व्यय हो जायेगा [IIT-JEE (Screening) 2002]

(a) आधा (b) समान (c) दो गुना (d) चार गुना

Solution: (b) शक्ति $P = \frac{e^2}{R}$; यहाँ e = प्रेरित वि.वा.बल $= -\frac{d\phi}{dt} = -NA\left(\frac{dB}{dt}\right)$

$R \propto \frac{l}{r^2}$; जहाँ R = प्रतिरोध, r = तार की त्रिज्या, l = तार की लम्बाई ∝ फेरों की संख्या N

$\Rightarrow P \propto \frac{N^2 r^2}{l} \propto Nr^2 \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = 1$

Example: 15 एक चालक वृत्तीय लूप किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $B = 40\,mT$ के लम्बवत् स्थित है। यदि लूप एक नियत दर 0.2 *mm/s*, से सिकुड़ना प्रारम्भ कर दे तो उस समय लूप में उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल क्या होगा, जबकि उसकी त्रिज्या 1.0 *cm* है

(a) 0.1 $\pi\mu V$ (b) 0.2 $\pi\mu V$ (c) 1.0 $\pi\mu V$ (d) 0.16 $\pi\mu V$

Solution: (d)

$$e = -B\frac{dA}{dt} = -B\frac{d}{dt}(\pi r^2) = -B\left(2\pi r\frac{dr}{dt}\right) = 2\pi Br\left(-\frac{dr}{dt}\right) \Rightarrow e = 2\times\pi\times 40\times 10^{-3}\times 10^{-2}\times(0.2\times 10^{-3}) = 0.16\pi\mu V$$

Example: 16 एक 2000 फेरों वाली परिनालिका को 0.314 *m* की लम्बाई पर लपेटा गया है। इसके केन्द्रीय भाग पर 100 फेरों वाली एवं $1\times 10^{-3}\,m^2$ वाले अनुप्रस्थ परिच्छेद की एक कुण्डली लपेटी गयी है। यदि परिनालिका में बहने वाली 2 *A* प्रारम्भिक धारा की दिशा 0.25 *sec* में उलट दी जाये तो कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल होगा

(a) $6\times 10^{-4}\,V$ (b) 12.8 *mV* (c) $6\times 10^{-2}\,V$ (d) 12.8 *V*

Solution: (b) परिनालिका के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B = \mu_0 ni = \frac{\mu_0 Ni}{l} = 4\times 3.14\times 10^{-7}\times\frac{2000}{0.314}\times 2 = 16\times 10^{-3}\,T$

यह चुम्बकीय क्षेत्र कुण्डली के तल के अभिलम्बवत् है।

∴ कुण्डली से सम्बद्ध फ्लक्स $\phi = N'BA$

$\therefore$ प्रेरित वि.वा.बल $e = \frac{-d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(N'BA) = -N'A\frac{dB}{dt} = -N'A\frac{(-B-B)}{dt} = \frac{2N'BA}{dt}$

$\therefore\ e = \frac{2\times 100\times 16\times 10^{-3}\times 1\times 10^{-3}}{0.25} = 12.8\,mV$

Tricky example: 1

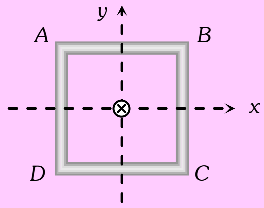
एक वर्गाकार कुण्डली $ABCD$, x-y तल में स्थित है एवं इसका केन्द्र मूल बिन्दु पर है। एक लम्बा सरल रेखीय धारावाही तार z-अक्ष के अनुदिश स्थित है एवं इसमें धारा $i = 2t$ ऋणात्मक z-दिशा में बह रही है। कुण्डली में प्रेरित धारा होगी

(a) दक्षिणावर्त

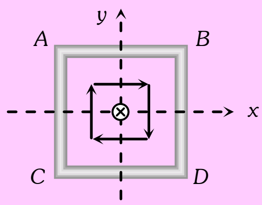
(b) वामावर्त

(c) प्रत्यावर्ती

(d) शून्य



Solution : (d) चुम्बकीय बल रेखायें निम्न चित्र में दिखाये अनुसार कुण्डली की भुजाओं के स्पर्शरेखीय हैं। अतः कुण्डली से गुजरने वाला चुम्बकीय फ्लक्स सदैव शून्य होगा अतः प्रेरित धारा शून्य होगी।



Tricky example: 2

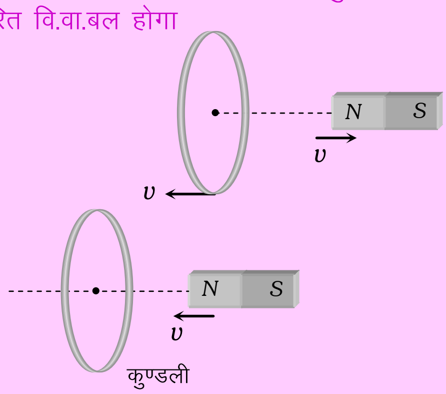
निम्न चित्र में चुम्बक कुण्डली की ओर v चाल से गतिमान है एवं इसमें प्रेरित वि.वा.बल e है। यदि चुम्बक एवं कुण्डली समान चाल v से एक दूसरे से दूर जायें तो कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल होगा

(a) e

(b) $2e$

(c) $e/2$

(d) $4e$



Solution : (b) $\left(\frac{d\phi}{dt}\right)_{\text{प्रथम स्थिति}} = e$

$\left(\frac{d\phi}{dt}\right)_{\text{आपेक्षिक वेग } 2v} = 2\left(\frac{d\phi}{dt}\right)_{\text{प्रथम स्थिति}} = 2e$

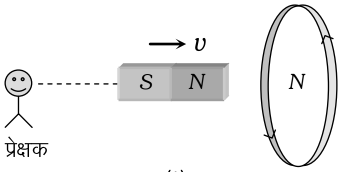
लैंज का नियम

यह नियम प्रेरित वि.वा.बल, प्रेरित धारा की दिशा बताता है। इस नियमानुसार किसी परिपथ में प्रेरित वि.वा.बल या धारा की दिशा इस प्रकार होती है कि उस कारण का विरोध कर सके जिससे वह उत्पन्न हुई है। यह नियम ऊर्जा संरक्षण पर आधारित है। लैंज नियम को समझने के लिये निम्न स्थितियों पर विचार करें।

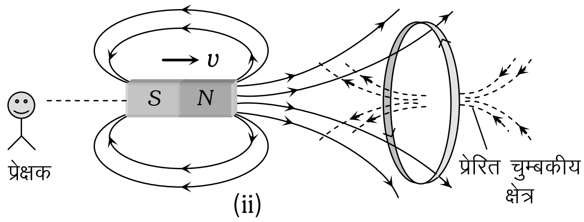
(1) छड़ चुम्बक की कुण्डली की ओर गति

जब किसी छड़ चुम्बक के N-ध्रुव को किसी कुण्डली की ओर चलाया जाये तो कुण्डली से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स बढ़ने लगता है और इसमें एक प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न हो जाता है चूँकि परिपथ बन्द है। अतः इसमें प्रेरित धारा बहने लगती है।

यहाँ प्रेरित धारा का कारण N-ध्रुव का कुण्डली की ओर जाना है। अतः इस कारण का विरोध करने के लिये अर्थात् चुम्बक के N-ध्रुव को प्रतिकर्षित करने के लिये प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होती है कि कुण्डली का सामने वाला तल N-ध्रुव की भाँति व्यवहार कर सके। अतः चित्र (i) में दिखाये अनुसार प्रेक्षक को कुण्डली में प्रेरित धारा की दिशा वामावर्त दिखेगी।



(i)



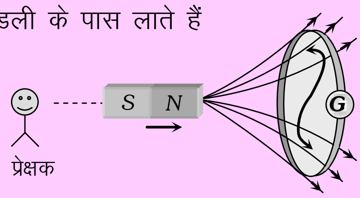
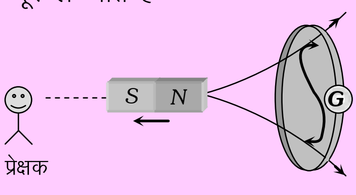
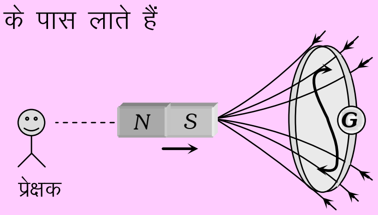
(ii)

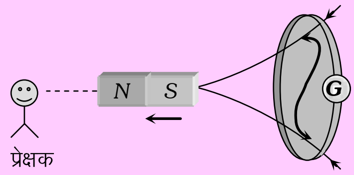
दूसरे शब्दों में जब छड़ चुम्बक के N-ध्रुव को कुण्डली की ओर चलाया जाये तो प्रेक्षक के अनुसार कुण्डली में अंदर की ओर जाने वाली बल रेखाओं की संख्या (अर्थात् (⊗)) में वृद्धि होगी। इस परिवर्तन का विरोध करने के लिये कुछ बल रेखायें बाहर की ओर उत्पन्न होना चाहिये (अर्थात् ⊙)। ऐसा तभी हो सकता है जबकि कुण्डली में धारा वामावर्त हो। (चित्र (ii) देखें)

कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल का कारण आपेक्षिक गति भी कहा जा सकता है। इस उदाहरण में कारण का विरोध करने के लिये चुम्बक और कुण्डली के मध्य आपेक्षिक गति का विरोध होना चाहिये। इसके लिये कुण्डली स्वयं चुम्बक की गति की दिशा में चलना प्रारम्भ कर देती है।

- ❐ यह याद रखें कि जब भी प्रेरित वि.वा.बल का कारण आपेक्षिक गति होगी, नयी गति सदैव कारण की गति की दिशा में होगी।
- ❐ उपरोक्त अध्ययन में यदि कुण्डली एक बार ताँबे की और एक बार पीतल की ली जाये एवं एक ही चुम्बक को बारी-बारी से समान वेग से दोनों कुण्डलियों की ओर चलाया जाये तो ताँबे की कुण्डली में प्रेरित धारा अधिक होगी (कम प्रतिरोध के कारण) एवं ताँबे की कुण्डली में ऊर्जा परिवर्तन भी अधिक होगा।

(2) चुम्बक और कुण्डली के मध्य आपेक्षिक गति की विभिन्न स्थितियाँ

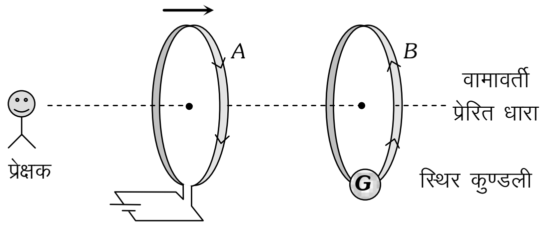
चुम्बक की स्थिति	प्रेरित धारा की दिशा	कुण्डली के सामने वाले तल का व्यवहार	उत्पन्न चुम्बकीय बल की प्रकृति	कुण्डली से सम्बद्ध चुम्बकीय क्षेत्र एवं बांयी ओर से देखने पर इसकी प्रगति
जब चुम्बक के उत्तरी (N) ध्रुव को कुण्डली के पास लाते हैं 	वामावर्त	उत्तरी ध्रुव की तरह	प्रतिकर्षी	क्रॉस (⊗), बढ़ते हैं।
जब चुम्बक के उत्तरी ध्रुव को कुण्डली से दूर ले जाते हैं 	दक्षिणावर्त	दक्षिणी ध्रुव की तरह	आकर्षी	क्रॉस (⊗), घटते हैं।
जब चुम्बक के दक्षिणी ध्रुव को कुण्डली के पास लाते हैं 	दक्षिणावर्त	दक्षिणी ध्रुव की तरह	प्रतिकर्षी	डॉट (⊙), बढ़ते हैं।

जब चुम्बक के दक्षिणी ध्रुव को कुण्डली से दूर ले जाते हैं 	वामावर्त	उत्तरी ध्रुव की तरह	आकर्षी	डॉट (⊙), घटते हैं।

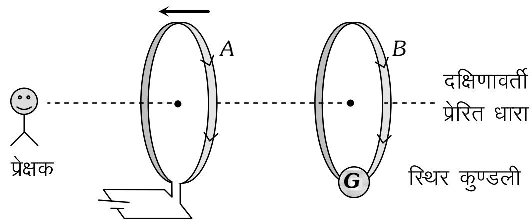
दिशा पर आधारित कुछ प्रश्नों की मानक स्थितियाँ

(1) वृत्ताकार समाक्षीय कुण्डलियों के बीच आपेक्षिक गति

(i) जब एक धारावाही कुण्डली किसी अन्य स्थिर कुण्डली की ओर या इससे दूर गति करती है



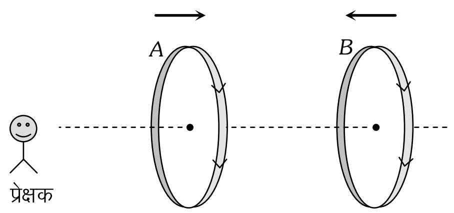
कुण्डली B में प्रेरित धारा की दिशा A में प्रवाहित मुख्य धारा के विपरीत होती है



कुण्डली B में प्रेरित धारा की दिशा A में प्रवाहित मुख्य धारा की दिशा में होती है

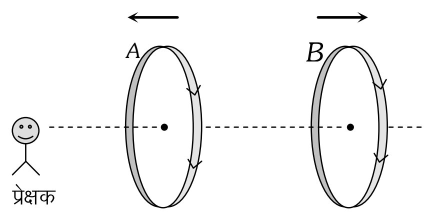
(ii) जब दो धारावाही कुण्डलियों में प्रवाहित धाराओं की दिशायें समान हों एवं

इन्हें एक-दूसरे के समीप लायें



दोनों कुण्डलियों में प्रेरित धारा की दिशा उनमें प्रवाहित मुख्य धारा के विपरीत होती है। अतः प्रत्येक कुण्डली में धारा का मान घटता है

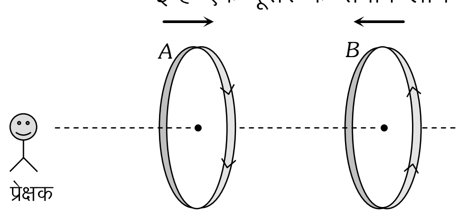
इन्हें एक-दूसरे से दूर ले जायें



दोनों कुण्डलियों में प्रेरित धारा मुख्य धारा की दिशा में ही होती है। अतः प्रत्येक कुण्डली में धारा का मान बढ़ता है

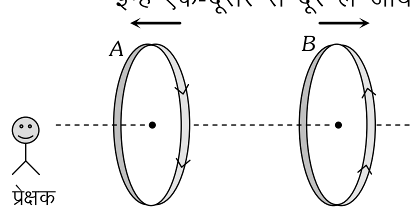
(iii) जब दोनों कुण्डलियों में प्रवाहित धारायें परस्पर विपरीत हों एवं

इन्हें एक-दूसरे के समीप लायें



कुण्डली A में प्रेरित धारा दक्षिणावर्ती एवं B में प्रेरित धारा वामावर्ती है अर्थात् दोनों में प्रेरित धारा मुख्य धारा की दिशा में है। अतः दोनों कुण्डलियों में धारा का मान बढ़ता है।

इन्हें एक-दूसरे से दूर ले जायें



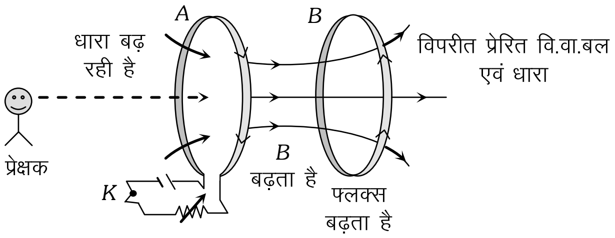
कुण्डली A में प्रेरित धारा वामावर्ती है एवं B में प्रेरित धारा दक्षिणावर्ती है अर्थात् दोनों कुण्डलियों में प्रेरित धारा मुख्य धारा की दिशा के विपरीत है। अतः दोनों कुण्डलियों में धारा का मान घटता है

(2) जब प्रेरक युक्त परिपथ को बन्द (closed) करते हैं या खोलते (open) हैं

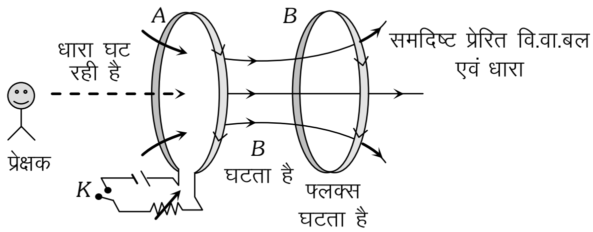
यदि दो कुण्डलियों A और B (प्राथमिक एवं द्वितीयक) को चित्रानुसार व्यवस्थित करके यदि प्राथमिक परिपथ को बन्द करें या खोलें तब द्वितीयक में प्रेरित धारा की दिशा निम्न प्रकार होगी

(i) कुंजी बन्द करने पर कुण्डली A में धारा बढ़ती है

(ii) कुंजी K खोलने पर कुण्डली में धारा घटती है



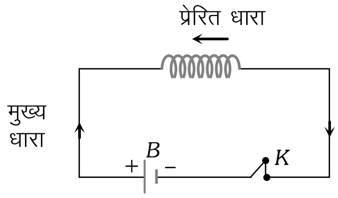
द्वितीयक कुण्डली में प्रेरित धारा, प्राथमिक में प्रवाहित मुख्य धारा के विपरीत है



द्वितीयक कुण्डली में प्रेरित धारा की दिशा, प्राथमिक में प्रवाहित मुख्य धारा की दिशा में है

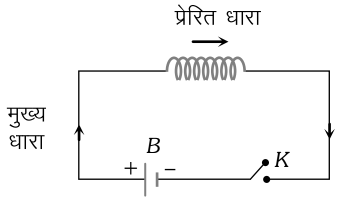
(3) धारावाही कुण्डली में धारा का घटना एवं बढ़ना

(i) कुंजी को दबाने पर जब परिपथ में धारा बढ़ती है



कुण्डली में प्रेरित धारा की दिशा, मुख्य धारा की दिशा के विपरीत होगी

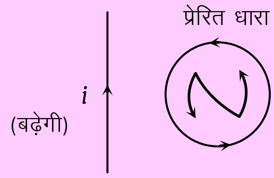
(ii) कुंजी को खोलने पर जब परिपथ में धारा घटती है



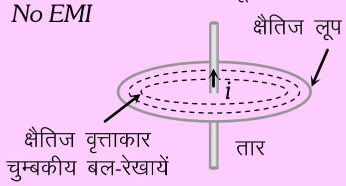
कुण्डली में प्रेरित धारा की दिशा मुख्य धारा की दिशा में होगी

Concepts

☞ **RIN** *SupremeConcept* *लैन्ज नियम लगाने के लिये आप RIN याद रख सकते हैं (जबकि लूप कागज के तल में स्थित हो) RIN में R से तात्पर्य है Right अर्थात् दाँयी ओर I से तात्पर्य है increasing अर्थात् बढ़ना एवं N से तात्पर्य है North pole (वामावर्त) अर्थात् उत्तर ध्रुव यदि किसी सरल रेखीय धारावाही चालक के दांयी ओर एक बंद लूप रखा जाये एवं चालक में बहने वाली धारा बढ़ायी जाये तो लूप में प्रेरित धारा वामावर्त ( ) होगी अर्थात् सामने वाले तल पर N-ध्रुव बनेगा।*



☞ *No flux cutting* ⟶ *No EMI* (प्रेरित धारा शून्य)



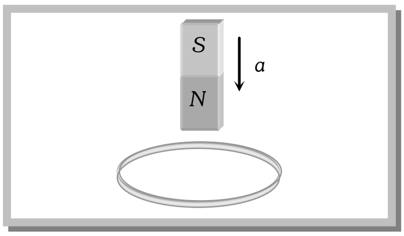
Example: 17 एक धात्विक वलय क्षैतिज तल में स्थित है। एक छड़ चुम्बक वलय के ऊपर इस प्रकार स्थित है कि चुम्बक की लम्बाई वलय की केन्द्रीय अक्ष के अनुदिश रहे। यदि चुम्बक को मुक्त रूप से गिराया जाये तो गिरती हुयी चुम्बक का त्वरण होगा (g = गुरुत्वीय त्वरण) [CPMT 1991, 99; JIPMER 1997; CBSE 1996; KCET (Med.) 2001; Kerala (Engg.) 2001; MP PET 1990, 99, 2001; MP PMT 2001]

(a) g से अधिक

(b) g के बराबर

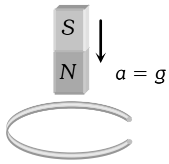
(c) g से कम

(d) चुम्बक के द्रव्यमान पर निर्भर

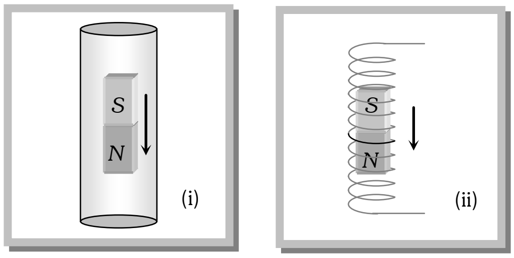


Solution: (c) जब चुम्बक को वलय की अक्ष के अनुदिश गिराया जाये, इस प्रकार कि चुम्बक का N-ध्रुव वलय की ओर रहे तो वलय के सामने वाले तल पर (चुम्बक की ओर वाला तल) N-ध्रुव उत्पन्न हो जायेगा जो गिरते हुये चुम्बक को प्रतिकर्षित करेगा अतः गिरते हुये चुम्बक का त्वरण g से कम होगा।

❒ यदि उपरोक्त प्रश्न में वलय का कुछ हिस्सा टूटा हुआ हो तो वलय में प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न होगा किन्तु प्रेरित धारा नहीं। इस स्थिति में गिरते हुये चुम्बक का त्वरण g के तुल्य होगा (अर्थात् $a = g$)



Example: 18 एक छड़ चुम्बक किसी लम्बे ताँबे के पाइप से एवं परिनालिका में से चित्र (i) एवं (ii) में दिखाये अनुसार मुक्त रूप से गिर रही है। ताँबे के पाइप में एवं परिनालिका में चुम्बक का त्वरण क्रमशः होगा (गुरुत्वीय त्वरण $= g$)



(a) g, g

(b) g से ज्यादा, g से कम

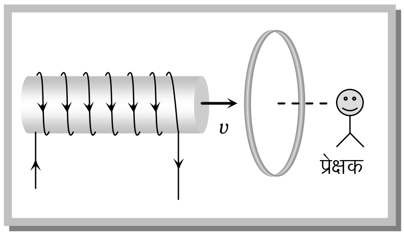
(c) g से ज्यादा, g

(d) शून्य, g से कम

Solution: (d) गिरती हुयी चुम्बक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र (असमान चुम्बकीय क्षेत्र) के कारण ताँबे के पाइप से सम्बद्ध फ्लक्स में परिवर्तन के कारण पाइप में भंवर धारायें प्रेरित हो जाती हैं। लैंज के नियमानुसार ये प्रेरित धारायें चुम्बक की गति का विरोध करती हैं। अतः चुम्बक एक मंदक बल अनुभव करता है (ऊपर की ओर)। चुम्बक की गति बढ़ने के साथ-साथ मंदक बल बढ़ता जाता है और शीघ्र ही चुम्बक के भार के बराबर हो जाता है। इस अवस्था में चुम्बक एक सीमान्त वेग को प्राप्त कर लेती है और पाइप में शून्य त्वरण से गिरती है।

ताँबे के तार से बनी परिनालिका का प्रतिरोध पाइप की तुलना में बहुत अधिक होता है। अतः परिनालिका में उत्पन्न प्रेरित धारा पाइप की तुलना में बहुत कम होती है। अतः चुम्बक की गति का विरोध भी पहले की तुलना में कम होता है। जिससे चुम्बक का त्वरण (g) से कम होता है।

Example: 19 एक धारावाही परिनालिका किसी चालक लूप की ओर गतिमान है। लूप के दूसरी ओर खड़े प्रेक्षक को लूप में प्रेरित धारा की दिशा दिखेगी



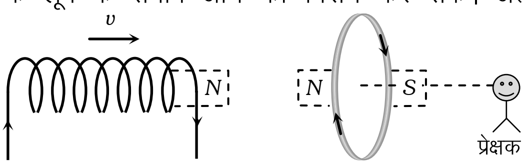
(a) वामावर्त

(b) दक्षिणावर्त

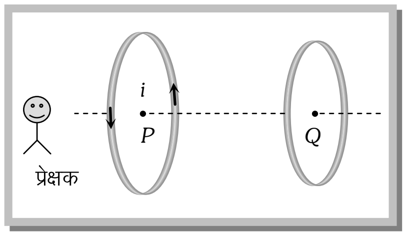
(c) पूर्व की ओर

(d) पश्चिम की ओर

Solution: (b) प्रेक्षक को परिनालिका में वामावर्त दिशा में धारा दिखेगी। परिनालिका को लूप की ओर चलाने पर लूप में प्रेरित धारा की दिशा ऐसी होगी जो परिनालिका के लूप के समीप आने का विरोध कर सके। अतः प्रेक्षक को लूप में प्रेरित धारा दक्षिणावर्त दिशा में दिखेगी।



Example: 20 दो कुण्डलियाँ P तथा Q समाक्षीय रूप से एक-दूसरे से कुछ दूरी पर स्थित हैं। यदि प्रेक्षक के अनुसार कुण्डली P में अचानक उत्पन्न धारा i है तो कुण्डली Q में प्रेरित धारा की दिशा होगी



(a) दक्षिणावर्त

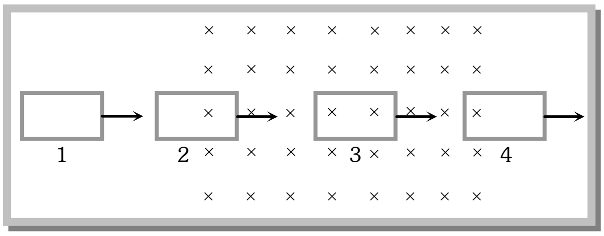
(b) उत्तर की ओर

(c) दक्षिण की ओर

(d) वामावर्त

Solution: (a) प्रेक्षक के अनुसार कुण्डली P में अचानक वामावर्त धारा प्रवाहित होती है, अर्थात् कुण्डली Q से अचानक डॉट ⊙ सम्बद्ध हो जाते हैं। फलस्वरूप प्रेक्षक को कुण्डली Q में प्रेरित धारा दक्षिणावर्त दिशा में दिखेगी।

Example: 21 एक आयताकार लूप किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में बाँयी ओर से दाँयी ओर क्षेत्र के लम्बवत् चलाया जाता है।



(a) स्थिति 1 में लूप में प्रेरित धारा दक्षिणावर्त होगी

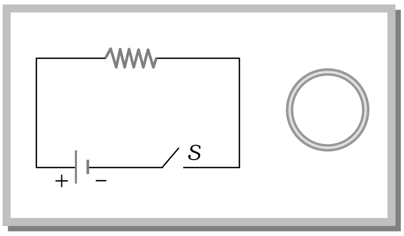
(b) स्थिति 2 में लूप में प्रेरित धारा दक्षिणावर्त होगी

(c) स्थिति 3 में लूप में प्रेरित धारा वामावर्त होगी

(d) स्थिति 4 में लूप में प्रेरित धारा दक्षिणावर्त होगी

Solution: (d) स्थिति 1 में कोई धारा प्रेरित नहीं होगी, स्थिति 2 में वामावर्त प्रेरित धारा उत्पन्न होगी क्योंकि इस स्थिति में लूप से सम्बद्ध फ्लक्स (×) बढ़ रहा है, स्थिति 3 में कोई धारा प्रेरित नहीं होगी क्योंकि फ्लक्स में परिवर्तन शून्य है, स्थिति 4 में दक्षिणावर्त धारा उत्पन्न होगी क्योंकि लूप से सम्बद्ध फ्लक्स (×) घट रहा है।

Example: 22 एक बंद लूप किसी विद्युत परिपथ के बाहर रखा है। यदि परिपथ की कुंजी को बार-बार बंद किया जाये और फिर खोला जाये तो बंद लूप दर्शायेगा



(a) दक्षिणावर्त धारा और फिर वामावर्त धारा

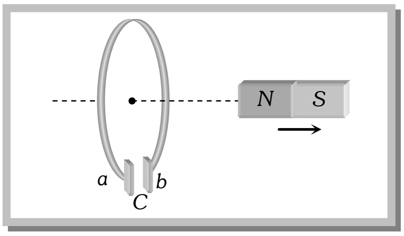
(b) वामावर्त धारा और फिर वामावर्त धारा

(c) वामावर्त धारा और फिर दक्षिणावर्त धारा

(d) दक्षिणावर्त धारा और फिर वामावर्त धारा

Solution: (d) जब कुंजी को दबाया जाता है बंद लूप से अचानक डॉट ⊙ सम्बद्ध हो जाते हैं। अतः इससे बहने वाली धारा दक्षिणावर्त होगी। कुंजी को खोलने पर लूप से सम्बद्ध डॉट अचानक शून्य हो जाते हैं अर्थात् कम होते हैं इसीलिये लूप से बहने वाली धारा वामावर्त होगी।

Example: 23 निम्न समायोजन में छड़ चुम्बक को एक धात्विक वलय से दूर ले जाने पर वलय से जुड़े हुये संधारित्र की कौन सी प्लेट पर अधिकता में धनावेश आ जायेगा



(a) प्लेट a

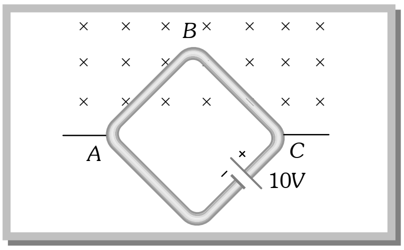
(b) प्लेट b

(c) दोनों प्लेटों a तथा b पर

(d) प्लेट a और b में से किसी पर नहीं

Solution: (b) जब चुम्बक के N-ध्रुव को लूप से दूर ले जायें तो चुम्बक की ओर से देखने पर लूप में दक्षिणावर्त दिशा में प्रेरित धारा बहेगी अर्थात् a से b की ओर। वलय में इलेक्ट्रॉनों का प्रवाह धारा के विपरीत होगा अर्थात् b से a की ओर अतः प्लेट b पर अधिकता में धनावेश आ जायेगा।

Example: 24 एक वर्गाकार लूप के प्रत्येक भुजा की लम्बाई $1m$ है। इसे किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् इस प्रकार रखा गया है कि लूप का आधा हिस्सा चुम्बकीय क्षेत्र में है। लूप के दूसरे आधे हिस्से में 10 V की एक बैटरी जोड़ी गई है। यदि उपस्थित चुम्बकीय क्षेत्र समय के साथ सम्बद्ध $B = (0.01 - 2t)$ *Tesla* के अनुरूप बदले तो लूप में परिणामी वि.वा.बल होगा



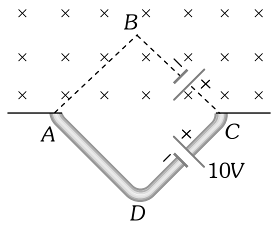
(a) 1 V

(b) 11 V

(c) 10 V

(d) 9 *V*

Solution: (d) दिया है $B = 0.01 - 2t\ Tesla\ ; \frac{dB}{dt} = -2\ Tesla / sec$,



प्रेरित वि.वा.बल $e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(BA) = -A\frac{dB}{dt} = -\frac{1}{2}(1^2)\times(-2) \Rightarrow e = 1V$

चूँकि चुम्बकीय क्षेत्र (×) समय के साथ घट रहा है। अतः लैंज के नियमानुसार लूप के ऊपर वाले हिस्से में प्रेरित धारा दक्षिणावर्त दिशा में बहेगी अर्थात् *A* से *C* की ओर या दूसरे शब्दों में कहें तो लूप में मुख्य वि.वा.बल की विपरीत दिशा में प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न होगा। अतः परिणामी वि.वा.बल $= 10 - 1 = 9V$

Tricky example: 3

एक छड़ चुम्बक एक क्षैतिज धात्विक वलय की अक्ष के अनुदिश ऊर्ध्वाधरतः विराम से गिरायी जाये, तो एक सैकण्ड में चुम्बक के द्वारा तय दूरी हो सकती है

(a) 4 *m* (b) 5 *m* (c) 6 *m* (d) 7 *m*

Solution : (a) हम जानते हैं कि इस स्थिति में चुम्बक का त्वरण *g* से कम होगा। किन्तु यदि त्वरण *g* होता तब चुम्बक $h = \frac{1}{2}gt^2 = 5m$ दूरी तय करता, किन्तु चुम्बक का त्वरण *g* से कम है।

अतः उसके द्वारा तय दूरी 5 *m* से कम होगी। अतः उत्तर (a) सही है।

Tricky example: 4

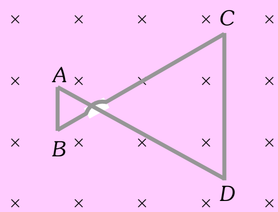
एक धात्विक तार की फ्रेम कागज के तल के लम्बवत् अंदर की ओर स्थित चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित है। चुम्बकीय क्षेत्र एक नियत दर से बढ़ रहा है। तार *AB* तथा *CD* में प्रेरित धारा की दिशा होगी

(a) *B* से *A* एवं *D* से *C* की ओर

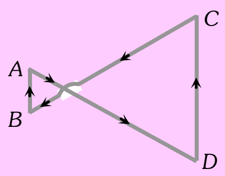
(b) *A* से *B* एवं *C* से *D* की ओर

(c) *A* से *B* एवं *D* से *C* की ओर

(d) *B* से *A* एवं *C* से *D* की ओर



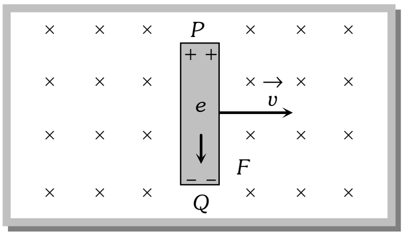
Solution : (a) कागज के तल के लम्बवत् अंदर की ओर चुम्बकीय क्षेत्र (×) बढ़ रहा है। अतः दोनों लूपों में प्रेरित धारा की दिशा वामावर्त होनी चाहिये, किन्तु दाँयी ओर के लूप का क्षेत्रफल अधिक है। अतः बाँयी ओर के लूप की तुलना में, दाँयें लूप में उत्पन्न वि.वा.बल अधिकतम होगा $\left(e = -\frac{d\phi}{dt} = -A.\frac{dB}{dt}\right)$। अतः सम्पूर्ण लूप में धारा निम्न चित्र में दिखाये अनुसार होगी। अतः उत्तर (a) सही है।



चालक की स्थानान्तरणीय गति के कारण विद्युत चुम्बकीय प्रेरण

जब कोई चालक छड़ किसी चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान होकर चुम्बकीय बल रेखाओं को काटे तो छड़ के सिरों पर उत्पन्न विभवान्तर को गतिक वि.वा.बल कहा जाता है।

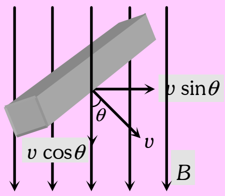
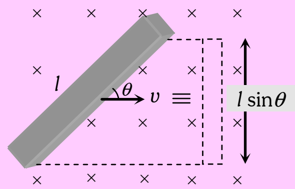
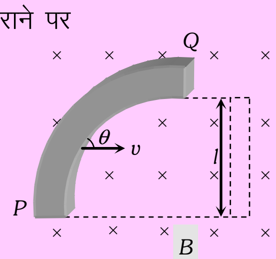
माना l लम्बाई की एक चालक छड़ एकसमान वेग υ से एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र B (कागज के तल के लम्बवत् अंदर की ओर) के लम्बवत् एवं अपनी लम्बाई के भी लम्बवत् υ वेग से दाँयी ओर गतिमान है।



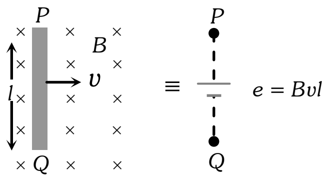
अतः इसके अंदर विद्यमान इलेक्ट्रॉन भी दाँयी ओर गति करेंगे जिससे इलेक्ट्रॉनों पर नीचे की ओर चुम्बकीय बल $F_m = -e(\upsilon \times B)$ कार्य करने लगता है। अतः इलेक्ट्रॉन छड़ में P से Q की ओर गति करने लगते हैं। छड़ के P सिरे पर इलेक्ट्रॉनों की कमी (अर्थात् धनावेशित) एवं Q सिरे पर इलेक्ट्रॉनों की अधिकता (अर्थात् ऋणावेशित) हो जाती है। परिणामस्वरूप छड़ में एक विद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है जो इलेक्ट्रॉनों पर ऊपर की ओर विद्युतीय बल $F_e = eE$ लगाता है। स्थायी अवस्था में विद्युतीय बल = चुम्बकीय बल अर्थात् $eE = e\upsilon B$ या $E = \upsilon B$

$\Rightarrow$ प्रेरित वि.वा.बल $\boldsymbol{e = El = B\upsilon l}$ $\quad [E = \frac{V}{l}]$

महत्वपूर्ण स्थितियाँ

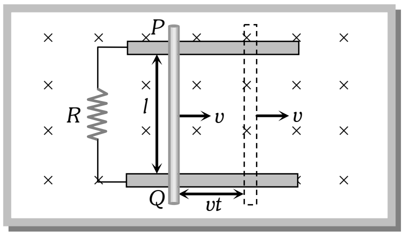
यदि छड़ चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् तल में गति न करे बल्कि चुम्बकीय क्षेत्र (B) से θ कोण की दिशा में गति करे  यह स्थिति एक सरल रेखीय चालक के $\upsilon \sin\theta$ वेग से चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् और लम्बाई के लम्बवत् चलने पर उत्पन्न वि.वा.बल के तुल्य होगी अर्थात् $e = B(\upsilon \sin\theta)l$ $\Rightarrow \boldsymbol{e = B\upsilon l \sin\theta}$	यदि छड़ चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् गतिमान है, किन्तु इसके गति की दिशा इसकी लम्बाई से θ कोण बना रहा है  यह स्थिति $l \sin\theta$ लम्बाई के एक सरलरेखीय चालक द्वारा चुम्बकीय क्षेत्र और लम्बाई के लम्बवत् चलने पर उत्पन्न वि.वा.बल के तुल्य होगी अर्थात् $e = B\upsilon(l \sin\theta) \Rightarrow \boldsymbol{e = B\upsilon l \sin\theta}$	एक यादृच्छिक आकृति (arbitary shaped) की चालक छड़ को किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में चित्र में दिखाये अनुसार गति कराने पर  दी गई आकृति की गति की दिशा के लम्बवत् तल में प्रक्षेपित लम्बाई के तुल्य किसी सरलरेखीय चालक के सिरों पर जो विभवान्तर होगा। उतना ही विभवान्तर इस आकृति के सिरों पर होगा अर्थात् उपरोक्त चित्र से P और Q के मध्य उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल $\boldsymbol{e = B\upsilon l}$

- ❐ गतिक वि.वा.बल का सदिश रूप : $e = (\upsilon \times B).l$
- ❐ प्रश्नों को हल करते समय आवश्यकतानुसार फ्लक्स को काटने वाली गतिमान चालक छड़ को निम्न प्रकार एक सेल से प्रतिस्थापित किया जा सकता है।



(1) प्रेरित धारा

यदि दो चालक पटरियों को प्रतिरोध R से जोड़कर इन पटरियों पर एक चालक छड़ PQ चित्र में दिखाये अनुसार गति करे तो छड़ के सिरों पर उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल को उत्पन्न क्षेत्रफल की अवधारणा (concept) से समझा जा सकता है।



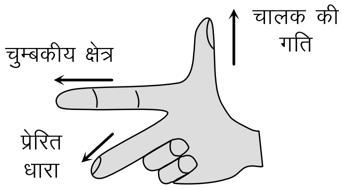
निम्न चित्र में दिखाये अनुसार t समय में चालक छड़ के द्वारा तय दूरी = vt

उत्पन्न क्षेत्रफल (swept area) $A = lvt$

इस क्षेत्रफल से सम्बद्ध फ्लक्स $\phi = BA = Blvt$

अतः प्रेरित वि.वा.बल $|e| = \frac{d\phi}{dt} = Bvl$ प्रेरित धारा $i = \frac{e}{R}$; $\boldsymbol{i = \frac{Bvl}{R}}$

प्रेरित धारा की दिशा फ्लेमिंग के दाँये हाथ के नियम से ज्ञात कर सकते हैं।

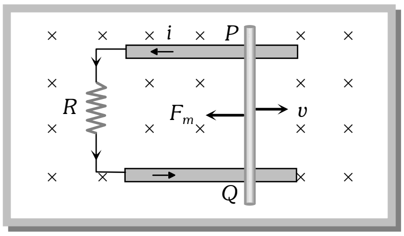


***फ्लेमिंग के दाँये हाथ का नियम*:** इस नियमानुसार, यदि हम अपने दाँये हाथ को इस प्रकार फैलायें कि अँगूठा, तर्जनी (first finger) और मध्यमा (middle finger) एक-दूसरे के लम्बवत् रहें तो अँगूठा चालक की गति की दिशा को, तर्जनी चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को प्रदर्शित करें तब मध्यमा प्रेरित धारा की दिशा प्रदर्शित करती है।

❒ यहाँ छड़ PQ एक वि.वा.बल के स्रोत की भाँति व्यवहार कर रहा है और किसी भी वि.वा.बल के स्रोत के अंदर धारा निम्न विभव से उच्च विभव की ओर बहती है। अतः छड़ PQ में सिरा Q निम्न विभव पर तथा सिरा P उच्च विभव पर होगा, क्योंकि इसमें प्रेरित धारा की दिशा Q से P की ओर है।

(2) चालक पर चुम्बकीय बल

उपरोक्त अध्ययन से हम कह सकते हैं कि अब चालक में एक प्रेरित धारा (i) बह रही है। हम जानते हैं कि धारावाही चालक चुम्बकीय क्षेत्र में एक बल $F_m = Bil$ (अधिकतम) का अनुभव करता है।

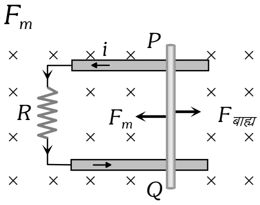


अतः यहाँ चालक PQ पर इसकी गति की दिशा के विपरीत (फ्लेमिंग के बाँये हाथ के नियम से) कार्यरत् चुम्बकीय बल $F_m = Bil = F_m = Bil = B\left(\frac{Bvl}{R}\right)l$; $F_m = \frac{B^2vl^2}{R}$ होगा

(इस बल F_m के कारण समय गुजरने पर छड़ की गति घटती जायेगी।)

❒ चालक छड़ को एकसमान वेग से चलाने के लिये छड़ पर बाहरी यांत्रिक बल लगाना होगा जिसका परिमाण F_m के तुल्य एवं दिशा विपरीत होगी अतः $F_{ext} = -F_m$

$$\Rightarrow |F_{ext}| = \frac{B^2vl^2}{R}$$



(3) चालक की गति के कारण व्यय शक्ति

चालक छड़ PQ, की एकसमान गति के लिये बाहरी स्रोत द्वारा छड़ पर यांत्रिक कार्य करने की दर या बाहरी स्रोत के द्वारा प्रदान की गई यांत्रिक (mechanical) शक्ति $P_{यांत्रिक} = P_{बाह्य} = \frac{dW}{dt} = F_{बाह्य}.v = \frac{B^2vl^2}{R} \times v \Rightarrow P_{यांत्रिक} = \frac{B^2v^2l^2}{R}$

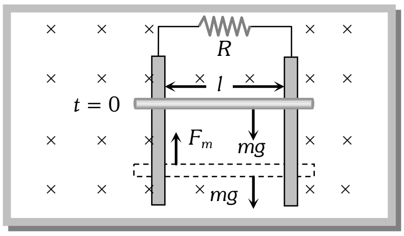
प्रतिरोध में व्यय विद्युत शक्ति या प्रतिरोध में व्यय ऊष्मा की दर

$$P_{तापीय} = \frac{H}{t} = i^2R = \left(\frac{Bvl}{R}\right)^2.R\,;\quad P_{तापीय} = \frac{B^2v^2l^2}{R}$$

❒ यह स्पष्ट है कि $P_{mech.} = P_{thermal}$ जो कि ऊर्जा संरक्षण को स्पष्ट करता है।

(4) **चालक छड़ की ऊर्ध्वतल में गति** : यदि चालक छड़ को चित्र में दिखाये अनुसार (t = 0 समय पर) चालक पटरियों पर फिसलने के लिये मुक्त किया जाये तो छड़ की चाल (v), बढ़ने के साथ, प्रेरित वि.वा.बल (e), प्रेरित धारा (i), चुम्बकीय बल (F_m) बढ़ते हैं किन्तु छड़ का भार नियत रहता है।

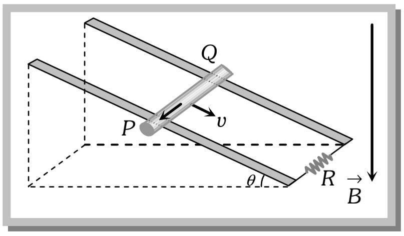
विराम से गिरने के कुछ समय पश्चात् छड़ एक निश्चित अधिकतम (सीमान्त) वेग v_T प्राप्त कर लेती है। यदि $F_m = mg$



अतः $$\frac{B^2 v_T^2 l^2}{R} = mg$$

$$\Rightarrow \quad v_T = \frac{mgR}{B^2 l^2}$$

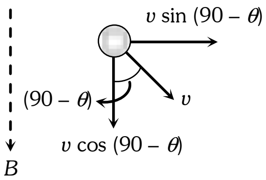
(5) **नत-तल पर चालक छड़ की गति** : यदि दो चालक पटरियों को प्रतिरोध R के साथ जोड़कर चित्र में दिखाये अनुसार नत-तल बनाया जाये एवं चालक छड़ को नत-तल पर ऊपर से फिसलाया जाता है। छड़ अपनी लम्बाई के लम्बवत् एवं चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा से θ कोण पर गति करती है। अतः छड़ के सिरों पर निम्न विभवान्तर उत्पन्न हो जाता है।



$$e = Bv\sin(90 - \theta)l = Bvl\cos\theta$$

अतः प्रेरित धारा $i = \dfrac{Bvl\cos\theta}{R}$

(Q से P की ओर)

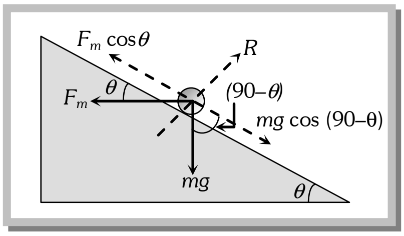


चालक छड़ पर निम्न चित्र में दिखाये अनुसार बल कार्य करते हैं। छड़ नीचे की ओर नियत वेग से फिसलेगी यदि

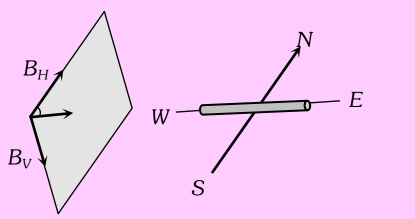
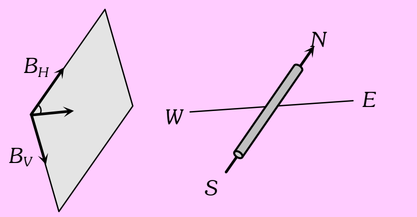
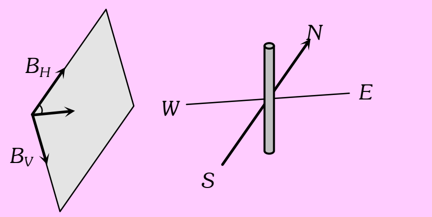
$$F_m\cos\theta = mg\cos(90-\theta) = mg\sin\theta$$

$$Bil\cos\theta = mg\sin\theta$$

$$B\left(\frac{Bv_T l\cos\theta}{R}\right)l\cos\theta = mg\sin\theta \Rightarrow v_T = \frac{mgR\sin\theta}{B^2 l^2\cos^2\theta}$$



(6) **चालक छड़ की पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र मे गति** : माना l लम्बाई की एक चालक छड़ पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र में v चाल से स्थानान्तरणीय गति कर रही है।

स्थिति I			स्थिति II			स्थिति III		
जब चालक छड़ पूर्व-पश्चिम दिशा में क्षैतिज रखकर चलायी जाये			जब चालक छड़ उत्तर-दक्षिण दिशा में क्षैतिज रखकर चलायी जाये			जब चालक छड़ ऊर्ध्वाधर रखकर चलायी जाये		
								
पूर्व या पश्चिम की ओर	उत्तर या दक्षिण की ओर	ऊर्ध्वाधर ऊपर या नीचे	पूर्व या पश्चिम की ओर	उत्तर या दक्षिण की ओर	ऊर्ध्वाधर ऊपर या नीचे की ओर	पूर्व या पश्चिम की ओर	उत्तर या दक्षिण की ओर	ऊर्ध्वाधर ऊपर या नीचे की ओर
इस स्थिति में चालक अपनी लम्बाई के अनुदिश गतिमान है अतः उत्पन्न क्षेत्रफल $A = 0$ अतः $e = 0$	चालक के द्वारा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का ऊर्ध्वाधर घटक (B_V) लम्बवत् कटेगा अतः $\boldsymbol{e = B_V vl}$	चालक के द्वारा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक (B_H) लम्बवत् कटेगा अतः $\boldsymbol{e = B_H vl}$	चालक के द्वारा ऊर्ध्वाधर घटक कटेगा अतः $\boldsymbol{e = B_V vl}$	चालक अपनी लम्बाई के अनुदिश गतिमान है। अतः $\boldsymbol{e = 0}$	चालक चुम्बकीय यामोत्तर में गतिमान है अतः पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का कोई घटक नहीं कटेगा अतः $e = 0$	चालक के द्वारा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक कटेगा अतः $\boldsymbol{e = B_H vl}$	चालक चुम्बकीय यामोत्तर में गतिमान है अतः $\boldsymbol{e = 0}$	चालक अपनी लम्बाई के अनुदिश गतिमान है अतः $\boldsymbol{e = 0}$

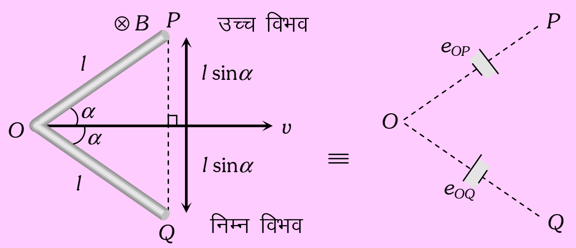
(7) **पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र में ट्रेन की गति :** जब ट्रेन पटरियों पर चलती है तो इसके पहियों की धुरी के मध्य एक प्रेरित वि.वा. बल उत्पन्न हो जाता है, क्योंकि ट्रेन के पहियों की धुरी (Axel) द्वारा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का ऊर्ध्वाधर घटक लम्बवत् रूप से काटा जाता है। अतः प्रेरित वि.वा.बल $e = B_V l v$; यहाँ l पहियों के बीच की दूरी (धुरी की लम्बाई) एवं v = ट्रेन की चाल।

(8) **पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र में हवाई जहाज की गति :** यदि कोई हवाई जहाज किसी ऊँचाई पर क्षैतिज उड़ रहा है तो इसके पंखों के द्वारा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का ऊर्ध्वाधर घटक B_V कटेगा अतः हवाई जहाज के पंखों के नोंकों के बीच उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल $e = B_V l v$ *volt* होगा यहाँ l = पंखों के नोंकों के बीच की दूरी, v = हवाई जहाज की चाल।

(9) **कक्षीय उपग्रह :** यदि धात्विक सतह का बना हुआ कृत्रिम उपग्रह का कक्षीय तल पृथ्वी के विषुवत् तल के संपाती है तो इसमें कोई वि.वा.बल उत्पन्न नहीं होगा और यदि कक्षीय तल विषुवत् तल से कुछ कोण बनाए तो प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न होगा।

(10) **धात्विक फ्रेम की एकसमान/असमान चुम्बकीय क्षेत्र में स्थानान्तरणीय गति**

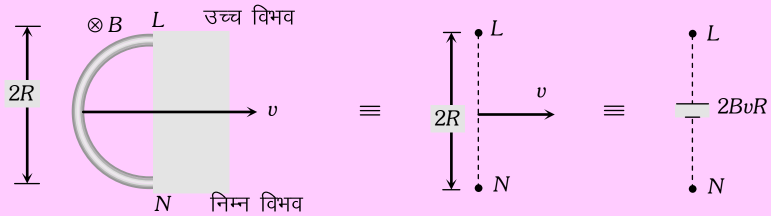
(i) विभिन्न धात्विक आकृतियाँ एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान है



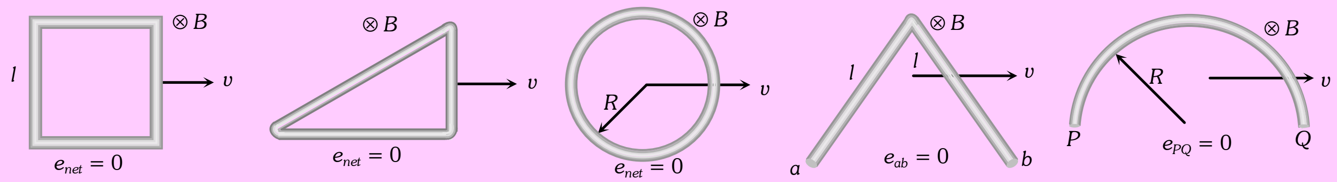
OP भाग के लिए $e_{OP} = V_P - V_O = Bv\,(l \sin\alpha)$

QO भाग के लिए $e_{QO} = V_O - V_Q = Bv\,(l \sin\alpha)$

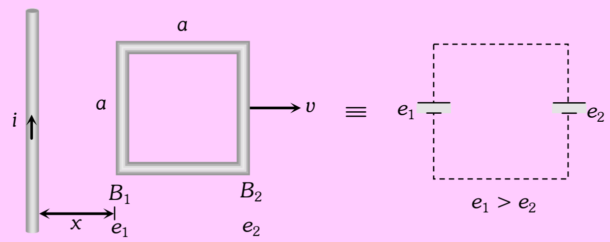
$e_{QP} = V_P - V_Q = 2Bv\,(l \sin\alpha)$



$\boldsymbol{e_{LN} = 2BvR}$



(ii) असमान चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान धात्विक फ्रेम



$e_1 = B_1 av$ $e_2 = B_2 av$ लूप के लिए $e_{net} = (e_1 - e_2)$

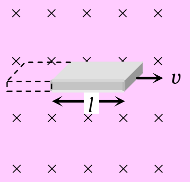
$e_{net} = av(B_1 - B_2)$

अब $B_1 = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi x}$ तथा $B_2 = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi(x+a)}$

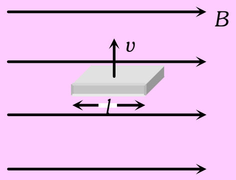
$$e_{net} = \frac{\mu_0 iav}{2\pi}\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x+a}\right] = \boldsymbol{\frac{\mu_0 ia^2 v}{2\pi\,(x)\,(x+a)}}$$

Concepts

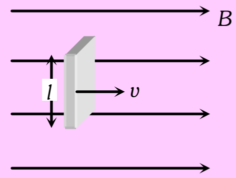
- *गतिक वि.वा.बल में B, v एवं l तीन सदिश हैं, यदि कोई भी दो सदिश समान्तर हों तो– कोई फ्लक्स नहीं कटेगा*



$v \,||\, l$ अतः $e = 0$
या उत्पन्न क्षेत्रफल $A = 0$
अतः $e = 0$



$B \,||\, l$ अतः $e = 0$
या उत्पन्न क्षेत्रफल का अभिलम्ब B के साथ 90° का कोण बनाता है
अतः $\phi = 0; e = 0$



$v \,||\, B$ अतः $e = 0$
या उत्पन्न क्षेत्रफल का अभिलम्ब B की दिशा से 90° का कोण बनाता है
अतः $\phi = 0; e = 0$

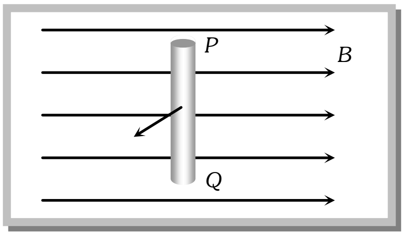
- *एक धात्विक पदार्थ का टुकड़ा और एक अधात्विक पदार्थ का टुकड़ा पृथ्वी की सतह के नज़दीक एकसमान ऊँचाई से गिराये जाने पर, अधात्विक पदार्थ का टुकड़ा जमीन पर पहले पहुँचेगा, क्योंकि इसमें कोई प्रेरित धारा नहीं होगी।*
- *यदि किसी हवाई जहाज के पंख पूर्व-पश्चिम दिशा में हो तो उड़ान भरते समय या उतरते समय इसके पंखों के मध्य एक प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न हो जाता है और यदि इसके पंख उत्तर-दक्षिण दिशा में हों तो कोई प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न नहीं होता।*
- *यदि पृथ्वी की विषुवत् रेखा पर एक चालक छड़ क्षैतिज रूप से गतिमान हो तो पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के ऊर्ध्वाधर घटक की अनुपस्थिति के कारण छड़ में कोई वि.वा.बल प्रेरित नहीं होगा, किन्तु ध्रुवों पर B_V के अधिकतम होने के कारण छड़ के सिरों पर प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न होगा।*
- *जब कोई चालक छड़ पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र में इस प्रकार गिरायी जाये कि इसकी लम्बाई पूर्व-पश्चिम दिशा में रहे तो छड़ में उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल समय के साथ लगातार बढ़ता जाता है और इसमें पश्चिम से पूर्व की ओर प्रेरित धारा बहती है। (यदि परिपथ को बंद किया जाये)*

Example: 25 एक 2 *metre* लम्बा चालक तार 1 *m/sec* के वेग से 0.5 *weber/m*^{2} के चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् गतिमान है। इस चालक में उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल होगा

(a) 0.5 *volt* (b) 0.1 *volt* (c) 1 *volt* (d) 2 *volt*

Solution: (c) $e = Bvl = 0.5 \times 1 \times 2 = 1 volt$

Example: 26 चित्र में दिखाये अनुसार एक ताँबे की छड़ को चुम्बकीय क्षेत्र B से लम्बवत् बाहर की ओर खींचा जाता है तब



(a) P और Q पर समान विभव उत्पन्न होगा जो कि धनात्मक होगा

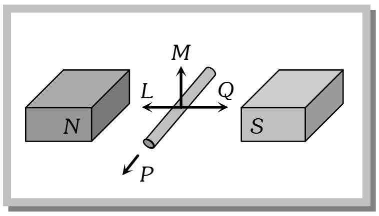
(b) P और Q पर समान विभव उत्पन्न होगा जो कि ऋणात्मक होगा

(c) P का विभव Q से ज्यादा होगा

(d) P का विभव Q से कम होगा

Solution: (c) फ्लेमिंग के दाँये हाथ के नियम से PQ में प्रेरित धारा की दिशा Q से P की ओर है। अतः P उच्च विभव पर होगा।

Example: 27 निम्न चित्र में दिखाये गये चालक पर एक विभवान्तर उत्पन्न होगा यदि चालक निम्न दिशा में गति करे [AIIMS 1982]



(a) P

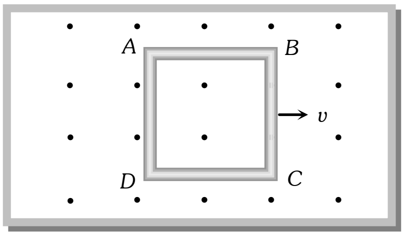
(b) Q

(c) L

(d) M

Solution: (d) जब चालक P, Q या L में से किसी भी दिशा में चलता है। यह चुम्बकीय बल रेखाओं को नहीं काटता है। अतः चालक में विभवान्तर सिर्फ तभी उत्पन्न होगा जब यह M की दिशा में गति करेगा।

Example: 28 एक धात्विक तार का वर्गाकार लूप *ABCD* स्वयं के तल में v वेग से किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में क्षेत्र के लम्बवत् गति करता है। एक वि.वा.बल प्रेरित होगा [IIT-JEE (Screening) 2001]



(a) AD में किन्तु BC में नहीं

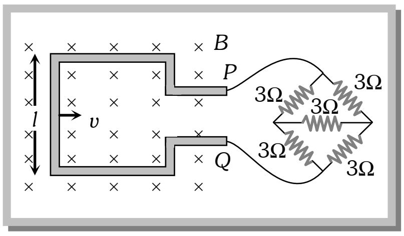
(b) BC में किन्तु AD में नहीं

(c) न ही AD में और न ही BC में

(d) AD और BC दोनों में

Solution: (d) AD और BC दोनों सरलरेखीय चालक हैं जो कि चुम्बकीय क्षेत्र और अपनी लम्बाई के लम्बवत् गतिमान है। अतः इन दोनों में प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न होगा, परिणामस्वरूप दोनों में विद्युत क्षेत्र उत्पन्न होगा। किन्तु याद रहे कि परिपथ में कोई धारा नहीं बहेगी।

Example: 29 एक धात्विक तार के बने हुये वर्गाकार लूप के प्रत्येक भुजा की लम्बाई 0.1 m है एवं इस लूप का प्रतिरोध 1Ω है। यह लूप $2\ wb/m^2$ के चुम्बकीय क्षेत्र में नियत वेग से गतिमान है। लूप को प्रतिरोधों के एक संयोजन के साथ चित्र में दिखाये अनुसार जोड़ दिया गया है। लूप का वेग क्या होगा जिससे इसके परिपथ में 1mA की स्थायी धारा प्रवाहित हो सके



(a) 1 cm/sec

(b) 2 cm/sec

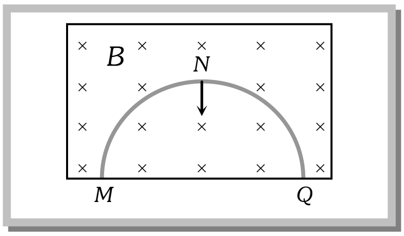
(c) 3 cm/sec

(d) 4 cm/sec

Solution: (b) दिये गये प्रतिरोधों के संतुलित व्हीटस्टोन का तुल्य प्रतिरोध = 3Ω अतः परिपथ का कुल प्रतिरोध $R = 3 + 1 = 4\Omega$ लूप में उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल $e = Bvl$

अतः प्रेरित धारा $i = \frac{e}{R} = \frac{Bvl}{R} \Rightarrow 10^{-3} = \frac{2 \times v \times (10 \times 10^{-2})}{4} \Rightarrow v = 2cm/sec$

Example: 30 एक पतली अर्द्धवृत्ताकार चालक वलय की त्रिज्या R है जो कि किसी क्षैतिज चुम्बकीय क्षेत्र B में इस प्रकार गिर रही है। कि इसका तल ऊर्ध्वाधर तल में हो। MNQ स्थिति पर वलय की चाल v है। वलय के सिरों पर उत्पन्न विभवान्तर होगा



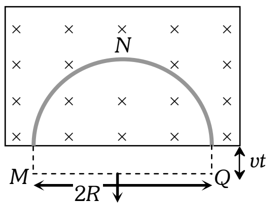
(a) शून्य

(b) $\frac{Bv\pi R^2}{2}$ एवं M उच्च विभव पर होगा

(c) πRBv एवं Q उच्च विभव पर होगा

(d) $2RBv$ एवं Q उच्च विभव पर होगा

Solution: (d) t समय में वलय के द्वारा तय की गई ऊर्ध्वाधर दूरी $v \times t$ होगी; अतः क्षेत्रफल में परिवर्तन $\frac{dA}{dt} = 2Rvt$



$\therefore \quad e = -\frac{d\phi}{dt} = -B\frac{dA}{dt}$

$\Rightarrow \quad |e| = 2RBv$

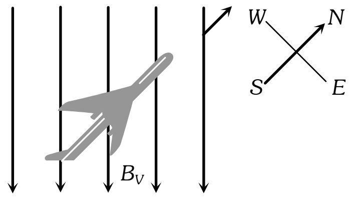
एवं फ्लेमिंग के दाँये हाथ के नियम से Q उच्च विभव पर होगा।

Example: 31 एक धात्विक हवाई जहाज के पंखों के नोकों के बीच की दूरी 50 $meter$ है एवं यह हवाई जहाज क्षैतिजतः 360 $km/hour$ की रफ्तार से उड़ रहा है। उड़ान स्थल पर पृथ्वी का कुल चुम्बकीय क्षेत्र 4.0×10^{-5} $weber/meter^2$ है एवं नति कोण $30°$ है। पंखों के नोंकों के बीच उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल होगा

(a) 0.1 V (b) 0.01 V (c) 1 V (d) 10 V

Solution: (a) हवाई जहाज की उड़ान को निम्न चित्र में दर्शाया गया है। इसके पंख पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के ऊर्ध्वाधर घटक को काट रहे हैं। इसलिए पंखों के बीच एक विभवान्तर *V* (माना) उत्पन्न होगा। यदि पृथ्वी के सम्पूर्ण चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता *B* एवं नमन कोण θ हो तब पृथ्वी का ऊर्ध्वाधर घटक $B_V = B\sin\theta = (4.0 \times 10^{-5}) \times \sin 30^\circ = 2.0 \times 10^{-5}$ *wb/metre*^{2}

हम जानते हैं कि जब *l* लम्बाई का एक चालक υ मीटर/सैकण्ड के वेग से चुम्बकीय क्षेत्र *B weber/metre*^{2} के लम्बवत् गति करता है तब इसके सिरों पर उत्पन्न विभवान्तर $V = B\upsilon l = B_V \upsilon l$



यहाँ $l = 50$ *meter*, $\upsilon = 360$ *km/hour* $= \dfrac{360 \times 1000}{60 \times 60} = 100\, meter/second$

एवं $B = B_V = 2.0 \times 10^{-5}$ *weber/meter*^{2} ; $V = (2.0 \times 10^{-5}) \times 100 \times 50 = 0.1\, volt$

Example: 32 किसी रेल्वे पथ पर दो पटरियाँ एक-दूसरे से तथा जमीन से विच्छेदित हैं। रेल की पटरियों के मध्य 1 *millivoltmetre* को जोड़ा गया है। यदि कोई ट्रेन इन पटरियों पर 20 *m/sec* की चाल से गति करे तो *millivoltmetre* का पाठ्यांक क्या होगा। जबकि इस स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का ऊर्ध्वाधर घटक 0.2×10^{-4} *wb/m*^{2} तथा पटरियों के बीच की दूरी 1 *metre* है [CPMT 1981]

(a) 4 *mV* (b) 0.4 *mV* (c) 80 *mV* (d) 10 *mV*

Solution: (b) जब ट्रेन पटरियों पर दौड़ती है तो इसके पहियों की धुरी के द्वारा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का ऊर्ध्वाधर घटक काटा जायेगा अतः धुरी (Axle) के सिरों पर उत्पन्न विभवान्तर $= B_V \upsilon l$

ट्रेन की गति $\upsilon = 36\dfrac{km}{hour} = \dfrac{36 \times 1000}{3600} = 10\, m/sec$

$e = B\upsilon l$; $e = 0.2 \times 10^{-4} \times 20 \times 1 = 4 \times 10^{-4}\, volt = 0.4\, mV$

Example: 33 किसी स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक $3 \times 10^{-4}\, T$ है एवं नतिकोण $\tan^{-1}\left(\dfrac{4}{3}\right)$ है। 0.25 *m* लम्बाई की एक धात्विक छड़ उत्तर-दक्षिण दिशा में रखकर पूर्व की ओर चलायी जाती है। छड़ में उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल होगा

(a) शून्य (b) $1\mu V$ (c) $5\,\mu V$ (d) $10\,\mu V$

Solution: (d) छड़ पूर्व की ओर गतिमान है। अतः छड़ के सिरों पर उत्पन्न वि.वा.बल $e = B_V \upsilon l$, परन्तु पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का ऊर्ध्वाधर घटक

$B_V = B_H \tan\phi$ (B_H – पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक; ϕ – नति कोण), $B_V = 3 \times 10^{-4} \times \dfrac{4}{3} = 4 \times 10^{-4}\, T$

$\therefore\ e = 4 \times 10^{-4} \times (10 \times 10^{-2}) \times 0.25 = 10^{-5}\, V = 10\mu V$

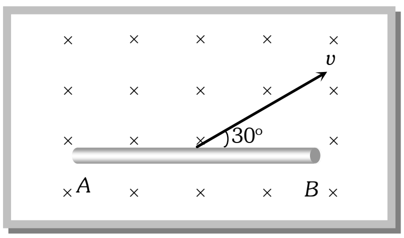
Example: 34 एक चालक छड़ *AB* की लम्बाई $l = 1\ m$ है। यह चालक छड़ एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $B = 2T$ में क्षेत्र के लम्बवत् किन्तु लम्बाई से 30° कोण की दिशा में $\upsilon = 4\ m/s$ के वेग से गतिमान है। तब

(a) $V_A - V_B = 8\,V$

(b) $V_A - V_B = 4\,V$

(c) $V_B - V_A = 8\,V$

(d) $V_B - V_A = 4\,V$

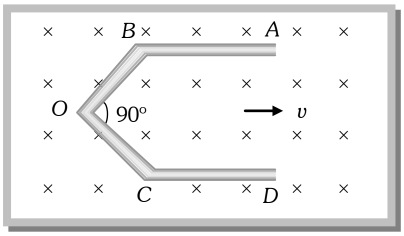


Solution: (b) छड़ *AB* के सिरों पर उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल $e = B\upsilon_\perp l$

यहाँ $\upsilon_\perp = \upsilon \sin 30^\circ$ = लम्बाई के लम्बवत् वेग का घटक। अतः $e = B\upsilon l \sin 30^\circ = (2)(4)(1)\left(\dfrac{1}{2}\right) = 4V$

चालक छड़ के मुक्त इलेक्ट्रॉन बल $q(v \times B)$ के कारण दाँयी ओर विस्थापित हो जाते हैं। अतः छड़ का बाँया सिरा उच्च विभव पर होगा अतः $V_A - V_B = 4V$

Example: 35 एक चालक *ABOCD* इसके कोणार्द्धक के अनुदिश 1 *m/s* के वेग से 1 wb/m^2, के चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् गतिमान है। यदि इसकी चारों भुजायें समान लम्बाई 1*m* की हैं तो *A* और *D* के मध्य उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल होगा



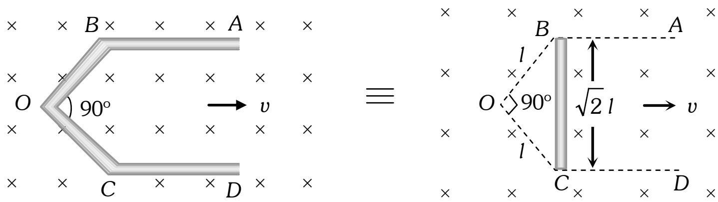
(a) 0

(b) 1.41 *volt*

(c) 0.71 *volt*

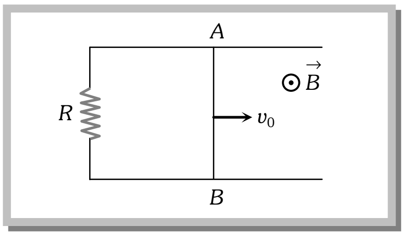
(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Solution: (b) भाग *AB* और *CD* में कोई प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न नहीं होगा क्योंकि ये लम्बाई के अनुदिश गतिमान हैं जबकि *B* और *C* के मध्य (अर्थात् *A* और *D* के मध्य) प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न होगा जो कि निम्न प्रकार से ज्ञात किया जा सकता है।



B और *C* के मध्य प्रेरित वि.वा.बल = *A* और *D* के मध्य प्रेरित वि.वा.बल = $Bv(\sqrt{2}\,l) = 1 \times 1 \times 1 \times \sqrt{2} = 1.41\, volt$

Example: 36 दो लम्बे समान्तर धात्विक तार प्रतिरोध *R* के साथ एक क्षैतिज तल बनाते हैं। एक चालक छड़ *AB* चित्र में दिखाये अनुसार तारों पर स्थित है। इस स्थान पर कागज के तल के लम्बवत् एक चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न किया गया है। एवं छड़ को एक प्रारम्भिक वेग v_0 प्रदान किया गया है। यदि तारों और छड़ के मध्य कोई घर्षण न हो तो *t* समय पश्चात् छड़ का वेग *v* होगा इस प्रकार कि [MP PMT 1995]



(a) $v > v_0$

(b) $v < v_0$

(c) $v = v_0$

(d) $v = -v_0$

Solution: (b) जब छड़ *AB* अपनी गति प्रारम्भ करती है। इसमें *A* से *B* की ओर एक प्रेरित धारा उत्पन्न हो जाती है। जिसके कारण छड़ पर बाँयी ओर एक चुम्बकीय बल लगने लगता है। (फ्लेमिंग के बाँये हाथ के नियमानुसार) जो कि छड़ की गति का विरोध करता है। अतः $v < v_0$ ।

Example: 37 एक खिलाड़ी 3*m* लम्बी लोहे की छड़ लेकर 30 *km/hr* की चाल से पूर्व की ओर दौड़ता है। पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक $4 \times 10^{-5}\ wb/m^2$ है। यदि वह छड़ को पहले क्षैतिज (पूर्व-पश्चिम दिशा में) एवं फिर ऊर्ध्वाधर स्थिति में लेकर दौड़ता है। तो दोनों स्थितियों में छड़ के सिरों पर उत्पन्न विभवान्तर होगा [MP PET 1993]

(a) ऊर्ध्वाधर स्थिति में शून्य एवं क्षैतिज स्थिति में $1 \times 10^{-3}\ V$

(b) ऊर्ध्वाधर स्थिति में $1 \times 10^{-3}\ V$ एवं क्षैतिज स्थिति में शून्य

(c) दोनों स्थितियों में शून्य

(d) दोनों स्थितियों में $1 \times 10^{-3}\ V$

Solution: (b) क्षैतिज अवस्था में छड़ अपनी लम्बाई के अनुदिश चल रही है। अतः $e = 0$

ऊर्ध्वाधर स्थिति में, छड़ के द्वारा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक कटेगा अतः प्रेरित वि.वा.बल $e = B_H vl$

$$\therefore \quad e = 4 \times 10^{-5} \times 30 \times \frac{1000}{3600} \times 3 = 10^{-3}\, V$$

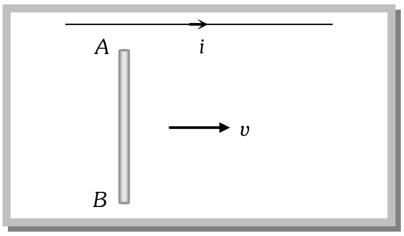
Example: 38 किसी स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक $H = 3 \times 10^{-5}$ *weber*/m^2 है। एक 2 *m* लम्बी धात्विक छड़ पूर्व-पश्चिम दिशा में इस प्रकार स्थित है कि इसका *A* सिरा पूर्व की ओर है। यह छड़ 50 *m/s* के नियत वेग से ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर गिर रही है। छड़ का कौन सा सिरा धनावेशित हो जायेगा एवं छड़ के सिरों पर उत्पन्न विभवान्तर क्या होगा

(a) सिरा *A*, 3×10^{-3} *mV* (b) सिरा *A*, 3 *mV* (c) सिरा *B*, 3×10^{-3} *mV* (d) सिरा *B*, 3 *mV*

Solution: (b) फ्लेमिंग के दाँये हाथ के नियमानुसार *AB* में उत्पन्न प्रेरित धारा की दिशा *B* से *A* की ओर है अर्थात् *A* सिरा धनावेशित होगा

छड़ के सिरों पर उत्पन्न वि.वा.बल $e = Hvl = 3 \times 10^{-5} \times 50 \times 2 = 3 \times 10^{-3}\ volt = 3mV$

Example: 39 एक अनन्त लम्बा धारावाही तार एवं एक चालक छड़ *AB* एक ही तल में हैं। छड़ एक नियत वेग *v* से तार के समान्तर गतिमान है। छड़ में उत्पन्न वि.वा.बल के संदर्भ में निम्न में से क्या सही है



(a) छड़ का सिरा *A*, *B* की तुलना में कम विभव पर होगा

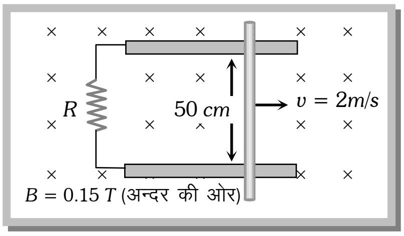
(b) *A* और *B* दोनों सिरे समान विभव पर होंगे

(c) छड़ में कोई वि.वा.बल प्रेरित नहीं होगा

(d) छड़ का सिरा *A*, *B* की तुलना में अधिक विभव पर होगा

Solution: (d) फ्लेमिंग के दाँये हाथ के नियमानुसार छड़ का सिरा *A* धनात्मक होगा।

Example: 40 दिखायी गयी आकृति में एक धात्विक छड़ विद्युत परिपथ पूर्ण करता है। परिपथ चुम्बकीय क्षेत्र *B* = 0.15 *Tesla* के लम्बवत् है। यदि प्रतिरोध का मान 3Ω है, तो छड़ को 2*m/sec* के नियत वेग से चलने के लिये आवश्यक बल होगा [MP PET 1994]



(a) $3.75 \times 10^{-3}\ N$

(b) $3.75 \times 10^{-2}\ N$

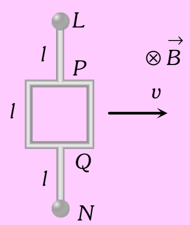
(c) $3.75 \times 10^{2}\ N$

(d) $3.75 \times 01^{-4}\ N$

Solution: (a) छड़ को चलाने के लिये आवश्यक बल $F = \dfrac{B^2vl^2}{R} = \dfrac{(0.15)^2 \times 2 \times (0.5)^2}{3} = 3.75 \times 10^{-3}\ N$

Tricky example: 5

धात्विक तार की बनी हुयी एक वर्गाकार फ्रेम को कागज तल के लम्बवत् अंदर की ओर चुम्बकीय क्षेत्र में क्षेत्र के लम्बवत् चलाया जाता है। *LP* और *QN* भी धात्विक तार हैं। बिन्दुओं *L* और *N* के मध्य विभवान्तर होगा



(a) शून्य

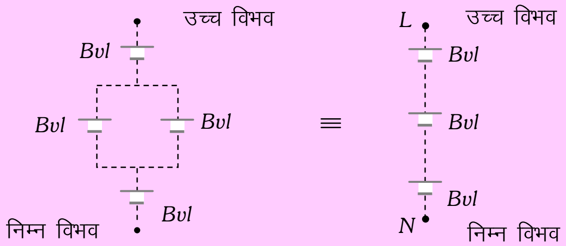
(b) *Bvl*

(c) 2*Bvl*

(d) 3*Bvl*

Solution : (d) हम जानते हैं कि फ्लक्स को काटने वाले चालक को एक सेल से प्रतिस्थापित किया जा सकता है। अतः दी गयी

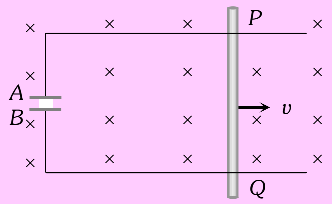
आकृति को निम्नानुसार पुनः बनाने पर



$\Rightarrow V_{LN} = 3Bvl$

Tricky example: 6

एक चालक छड़ PQ की लम्बाई $L = 1.0\ m$ है। यह छड़ एकसमान चाल $v = 2\ m/s$ से किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $B = 4.0\,T$ के लम्बवत् गतिमान है। एक संधारित्र $C = 10\ \mu F$ को चित्र में दिखाये अनुसार जोड़ा गया है। तब



(a) $q_A = +\,80\ \mu C$ एवं $q_B = -\,80\ \mu C$

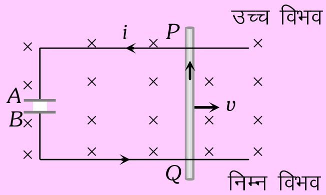
(b) $q_A = -\,80\ \mu C$ एवं $q_B = +\,80\ \mu C$

(c) $q_A = 0 = q_B$

(d) संधारित्र में संचित आवेश समय के साथ चरघातांकी रूप से बढ़ता है

Solution : (a) $Q = CV = C\,(Bvl) = 10 \times 10^{-6} \times 4 \times 2 \times 1 = 80\ \mu C$

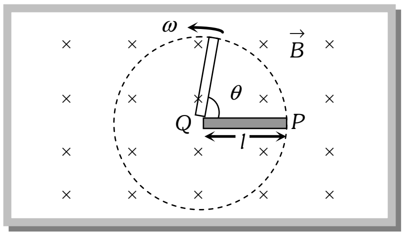
फ्लेमिंग के दाँयें हाथ के नियमानुसार छड़ में प्रेरित धारा Q से P की ओर बहेगी। अतः P उच्च विभव पर एवं Q निम्न विभव पर होगा। अर्थात् सिरा A धनावेशित एवं सिरा B ऋणावेशित होगा



घूर्णी गति के कारण गतिक वि. वा. बल

(1) चालक छड़

l लम्बाई की एक चालक छड़ के एक सिरे को स्थिर रखकर दूसरे सिरे से ω कोणीय चाल से घुमाया जाता है। चुम्बकीय क्षेत्र (B) कागज के तल के लम्बवत् अंदर की ओर है।

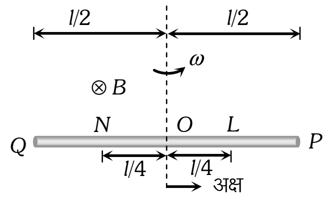


छड़ के सिरों पर उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल $e = \frac{1}{2}Bl^2\omega = Bl^2\pi\nu = \frac{Bl^2\pi}{T}$

यहाँ ν = आवृति (चक्कर प्रति सैकण्ड) एवं T = आवर्तकाल

❒ यदि उपरोक्त छड़ को उसके मध्य बिन्दु से जाने वाली एवं इसकी लम्बाई के लम्बवत् अक्ष के परितः घूर्णन कराया जाये तो घूर्णी अक्ष के दोनों ओर समान दूरी पर स्थित किन्हीं भी बिन्दुओं के जोड़ों के मध्य विभवान्तर सदैव शून्य होगा

यह स्पष्ट है कि दर्शाये गये चित्र में भाग OP तथा OQ एकसमान हैं।

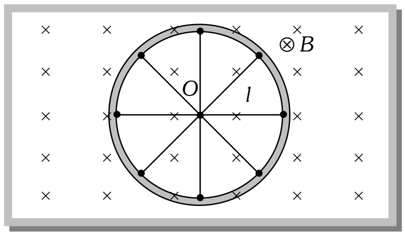


अतः $e_{OP} = e_{OQ}$ अर्थात् $e_{PQ} = 0$

इसीप्रकार $e_{LN} = 0 (V_L = V_N)$

(2) साइकिल का पहिया

एक साइकिल का पहिया, जिसके प्रत्येक तान की लम्बाई l है, ω कोणीय वेग से किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में चित्र में दिखाये अनुसार घुमाया जाता है।



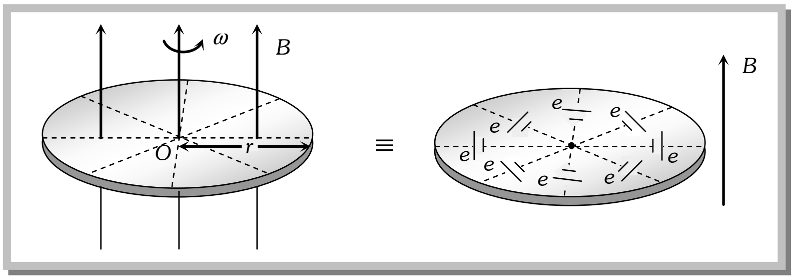
प्रत्येक तान के द्वारा फ्लक्स कटने के फलस्वरूप प्रत्येक तान e वि.वा.बल वाले एक सेल की भाँति व्यवहार करती है। ये सभी एकसमान सेल समान्तर क्रम में होने के कारण $e_{तुल्य} = e$ (प्रत्येक सेल का वि.वा.बल)। यदि पहिये में तानों की संख्या N है तब $e_{तुल्य} = \frac{1}{2}Bwl^2; \omega = 2\pi v$

यहाँ $e_{तुल्य} \propto N^o$ अर्थात् कुल वि.वा.बल तानों की संख्या पर निर्भर नहीं करता।

❒ यदि पहिया पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र में क्षैतिज तल में घूमता है। तब $B = B_V$ और यदि पहिया ऊर्ध्वतल में घूमता है। तब $B = B_H$ (B_H - पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक, B_V - पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का ऊर्ध्वाधर घटक)

(3) फैराडे का ताँबे की चकती का जनित्र

यदि किसी ताँबे की चकती को चित्र में दिखाये अनुसार चुम्बकीय क्षेत्र में घुमाया जाये तो घूर्णी गति के दौरान यह चकती चुम्बकीय बल रेखाओं को काटती है।



धात्विक चकती को बहुत सारे त्रैज्यीय चालकों से बना हुआ मान सकते हैं। जब चकती घूमती है, ये त्रैज्यीय चालक चुम्बकीय क्षेत्र को काटते हैं। अतः प्रत्येक त्रैज्यीय चालक में समान वि.वा.बल $e = \frac{1}{2}B\omega r^2$, उत्पन्न हो जाता है। चकती की सतह समविभवी हो जाती है।

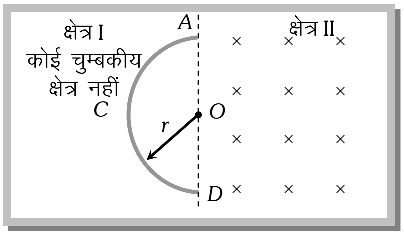
सभी एकसमान सेल समान्तर क्रम में जुड़े हैं। अतः चकती के केन्द्र और परिधि (rim) के मध्य उत्पन्न कुल वि.वा.बल

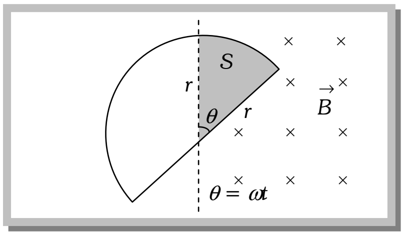
$$e_{net} = e = \frac{1}{2}B\omega r^2 = B(\pi r^2)v$$

❒ यदि एक धारामापी चकती के दो सतही बिन्दुओं या व्यास के विपरीत सिरों के मध्य लगाया जाये तो इसका पाठ शून्य होगा।

(4) अर्द्धवृत्ताकार चालक लूप

निम्न चित्र में एक अर्द्धवृत्ताकार चालक लूप (ACD) जिसकी त्रिज्या r तथा केन्द्र O है। कागज के तल में स्थित है। लूप को केन्द्र O से होकर जाने वाली एवं कागज के तल के लम्बवत् अक्ष के परितः कोणीय वेग ω से घूर्णन कराया जाता है।





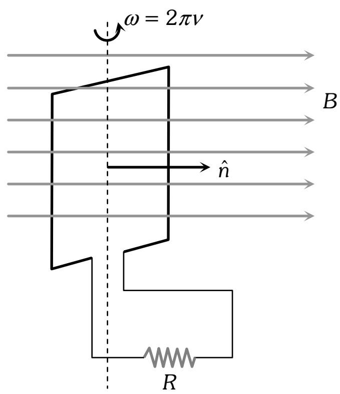
t समय में लूप के द्वारा क्षेत्र II में उत्पन्न क्षेत्रफल (अर्थात् वह क्षेत्रफल जिससे फ्लक्स सम्बद्ध हो) $A = \frac{1}{2}r(r\theta) = \frac{1}{2}r^2\omega t$; $\frac{dA}{dt} = \frac{r^2\omega}{2}$

घूर्णित लूप से सम्बद्ध फ्लक्स $\phi = BA$

अतः उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल $|e| = \frac{d\phi}{dt} = B\frac{dA}{dt} = \frac{B\omega r^2}{2}$ एवं प्रेरित धारा $i = \frac{|e|}{R} = \frac{B\omega r^2}{2R}$

आवर्ती विद्युत चुम्बकीय प्रेरण

माना कि N- फेरों वाली एक आयताकार कुण्डली किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र 'B' में इस प्रकार स्थित है कि चुम्बकीय क्षेत्र इसके तल के अभिलम्बवत् (चित्रानुसार) है



ω – कोणीय चाल

ν – कुण्डली की घूर्णन आवृत्ति

R – कुण्डली का प्रतिरोध

यदि कुण्डली को चित्रानुसार एकसमान कोणीय वेग ω से घुमायें तब किसी समय t पर कुण्डली से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स

$$\phi = NBA\cos\theta = NBA\cos\omega t \quad (\because \theta = \omega t)$$

$\phi = \phi_0 \cos \omega t$ यहाँ $\phi_0 = NBA$ = अधिकतम फ्लक्स या फ्लक्स का आयाम

(इस सम्बन्ध से स्पष्ट है कि कुण्डली से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स आवर्ती रूप से परिवर्तित होता है)

(1) कुण्डली में प्रेरित विद्युत वाहक बल

फैराडे के विद्युत चुम्बकीय प्रेरण के नियमानुसार कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल भी आवर्ती रूप से परिवर्तित होता रहता है। इस परिघटना को आवर्ती विद्युत चुम्बकीय प्रेरण कहते हैं।

$e = -\frac{d\phi}{dt} = NBA\omega\sin\omega t \Rightarrow e = e_0 \sin \omega t$ यहाँ e_0 = अधिकतम वि.वा.बल या वि.वा.बल का आयाम $= NBA\omega = \phi_0\omega$

(2) प्रेरित धारा

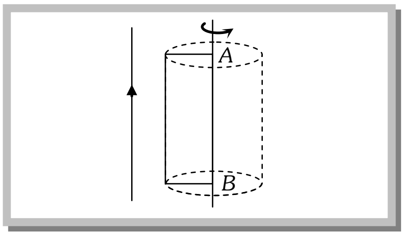
किसी भी समय t पर धारा $i = \frac{e}{R} = \frac{e_0}{R}\sin\omega t = i_0 \sin\omega t$ यहाँ i_0 = धारा आयाम या अधिकतम धारा $= \frac{e_0}{R} = \frac{NBA\omega}{R} = \frac{\phi_0\omega}{R}$

- कुण्डली में प्रेरित वि.वा.बल एवं इससे सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स के बीच $\frac{\pi}{2}$ का कलान्तर होता है अर्थात् जब कुण्डली का तल चुम्बकीय क्षेत्र B के लम्बवत् होता है तब इससे सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स अधिकतम एवं प्रेरित वि.वा.बल $e = 0$ तथा जब कुण्डली का तल चुम्बकीय क्षेत्र B के समान्तर होता है तब इससे सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स न्यूनतम $\phi_{न्यूनतम} = 0$ होता है एवं प्रेरित वि.वा.बल अधिकतम $e_{अधिकतम} = e_0$ होता है।
- किसी भी प्रेरित राशि की आवर्ती = कुण्डली की घूर्णन आवर्ती = ν

- कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल एवं प्रेरित धारा समय के साथ ज्यावक्रीय (sinusoidal funcion) रूप में परिवर्तित होती रहती हैं अतः ये राशियाँ समय की ज्यावक्रीय फलन हैं।

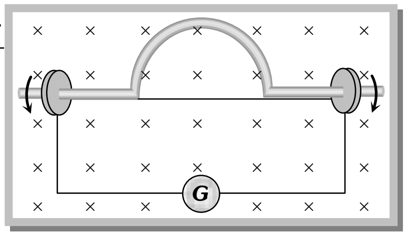
(3) विशिष्ट स्थितियाँ

(i) एक आयताकार कुण्डली एकसमान कोणीय वेग से अपनी एक भुजा AB के परितः घूम रही है। भुजा AB एक लम्बे धारावाही चालक के समान्तर (चित्र) है।



धारावाही चालक कागज-तल में स्थित है एवं इसके कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र (कुण्डली पर) कागज-तल के अभिलम्बवत् अन्दर की ओर है। जब कुण्डली का तल इस चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् है अर्थात् चालक के तल में स्थित है तब इसमें उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल न्यूनतम अर्थात् प्रेरित धारा भी न्यूनतम होगी। इसी प्रकार जब कुण्डली का तल चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर है (अर्थात् चालक तल के लम्बवत् है) तब इसमें उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल अधिकतम होगा।

(ii) एक तार को r त्रिज्या अर्द्धवृत्त में मोड़कर इसे एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र B में आवृत्ति ν से (चित्रानुसार) घुमाया जा रहा है।



यदि सम्पूर्ण परिपथ का प्रतिरोध R हो तब धारा का आयाम $i_0 = \dfrac{BA\omega}{R} = \dfrac{B(2\pi\nu)}{R}\dfrac{(\pi r^2)}{2} = \dfrac{\pi^2 r^2 B\nu}{R}$

लूप का क्षेत्रफल $= \dfrac{\pi r^2}{2}$

(प्रेरित धारा की आवृत्ति = लूप की घूर्णन आवृत्ति = ν)

Example: 41 — 1 m लम्बी चालक छड़ अपने एक सिरे से गुजरते ऊर्ध्वाधर अक्ष के परितः 5 rad/sec के कोणीय वेग से घूमता है। यदि पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक $0.2\times10^{-4}T$ हो, तो छड़ के दोनों सिरों के बीच प्रेरित वि.वा.बल का मान होगा [AIEEE 2004]

(a) $5 mV$ (b) $50\mu V$ (c) $5\mu V$ (d) $50 mV$

Solution: (b) प्रेरित वि.वा.बल $e = \dfrac{1}{2}B_H l^2\omega = \dfrac{1}{2}\times0.2\times10^{-4}\times(1)^2\times5 = 5\times10^{-5}V = 50\mu V$

Example: 42 — एक आयताकार कुण्डली में फेरों की संख्या 300 है तथा इसका औसत क्षेत्रफल 25 cm × 10 cm है। यह कुण्डली $4\times10^{-2}T$ के समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में क्षेत्र के लम्बवत् अक्ष के परितः 50 चक्कर प्रति सैकण्ड के वेग से घूमती है, प्रेरित वि.वा.बल का शिखर मान (वोल्ट में) होगा [KCET 2004]

(a) 3000 π (b) 300 π (c) 30 π (d) 3 π

Solution: (c) प्रेरित वि.वा.बल $= e_0 = \omega NBA = 2\pi\nu NBA = 2\pi\times50\times300\times4\times10^{-2}\times(25\times10^{-2}\times10\times10^{-2}) = 30\,\pi\, volt$

Example: 43 — 0.50 m त्रिज्या वाले एक पहिये में 10 धात्विक तानें हैं। किसी स्थान पर इसे चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् 120 rev/min की दर से घुमाया जा रहा है। यदि चुम्बकीय क्षेत्र का मान 0.04 G हो तब पहिए के रिम और धुरी के बीच उत्पन्न वि.वा. बल होगा [AMU 2002]

(a) $1.256\times10^{-3}V$ (b) $6.28\times10^{-3}V$ (c) $1.256\times10^{-4}V$ (d) $6.28\times10^{-6}V$

Solution: (d) $e = \dfrac{1}{2}Bl^2\omega = Bl^2\pi\nu = (0.04\times10^{-4})\times(0.5)^2\times3.14\times\dfrac{120}{60} = 6.28\times10^{-6}V.$

Example: 44 — ताँबे की एक वृत्ताकार चकती, जिसकी त्रिज्या 0.1 m है, 0.1 *Tesla* के समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में अपने केन्द्र से गुजरने वाले ऊर्ध्वाधर अक्ष के परितः 10 चक्कर प्रति सैकण्ड की आवृत्ति से घूमती है तो त्रिज्या के परितः प्रेरित वि.वा.बल का मान होगा

(a) $\dfrac{\pi}{10}V$ (b) $\dfrac{2\pi}{10}V$ (c) 10 πmV (d) 20 πmV

Solution: (c) चकती के केन्द्र तथा रिम के बीच प्रेरित वि.वा.बल

$$E = \frac{1}{2}B\omega R^2 = \frac{1}{2}\times 0.1\times 2\pi\times 10\times (0.1)^2 = 10\pi\times 10^{-3}\,volt = 10\pi\, mV$$

Example: 45 एक आयताकार कुण्डली में जिसका आकार 10 *cm* × 5 *cm* है फेरों की संख्या 100 है। यह 5 *Tesla* के चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् तल में 314 *rad/sec* के कोणीय वेग से घूमती है, जिस क्षण कुण्डली से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स अधिकतम मान का आधा हो उस क्षण पर प्रेरित वि.वा.बल का मान होगा

(a) $785\,V$ (b) $\frac{785}{2}V$ (c) $\frac{785\sqrt{3}}{2}V$ (d) 0

Solution: (c) $\phi = \phi_0 \cos\theta \Rightarrow \frac{\phi_0}{2} = \phi_0\cos\theta;\ \ \theta = 60°$

$\therefore\ \ e = e_0 \sin\theta \Rightarrow e_0 = \omega NBA = 314\times 100\times 5\times 50\times 10^{-4} = 785\,V \Rightarrow e = 785\sin 60° = \frac{785\sqrt{3}}{2}V$

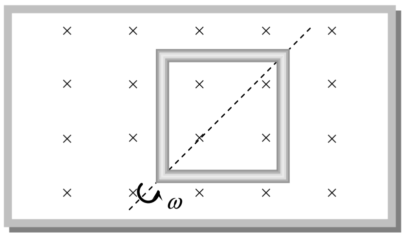
Example: 46 एक लूप 0.4 *Tesla* के चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् अक्ष के परितः 60 चक्कर प्रति सैकण्ड की दर से घूमता है। यदि कुण्डली का क्षेत्रफल 0.1 m^2 तथा कुण्डली में फेरों की संख्या 100 हो तो कुण्डली में प्रेरित अधिकतम वोल्टेज का मान होगा

[MP PMT 1995]

(a) 15.07 *V* (b) 150.7 *V* (c) 1507 *V* (d) 250 *V*

Solution: (c) अधिकतम वोल्टेज $e_0 = \omega NBA = 2\pi\nu NBA = 2\times 3.14\times 60\times 100\times 0.4\times 0.1 = 1507\,V$

Example: 47 एक वर्गाकार लूप की प्रत्येक भुजा की लम्बाई *a* है यह लूप अपने विकर्ण के परितः समरूप चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् तल में कोणीय वेग ω से घूमती है जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। यदि कुण्डली में कुल फेरों की संख्या 10 हो तो किसी क्षण कुण्डली से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स का मान होगा



(a) $10\,Ba^2\cos\omega t$

(b) $10\,Ba$

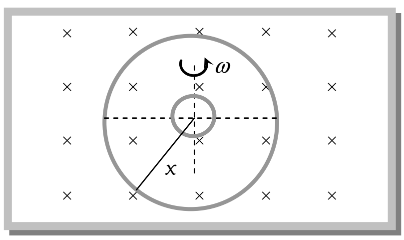
(c) $10\,Ba^2$

(d) $20\,Ba^2$

Solution: (a) किसी समय *t sec* पर लूप से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स $\phi = BAN\cos\omega t$ or $\phi = 10\,Ba^2\cos\omega t$

यहाँ $N = 10,\ A = a^2$

Example: 48 *R* प्रतिरोध एवं *A* क्षेत्रफल का एक छोटा लूप (नगण्य प्रेरकत्व) एवं *x* त्रिज्या का एक बड़ा लूप प्रारम्भ में संकेन्द्रीय एवं समतलीय हैं। यदि बड़े लूप से एक नियत धारा *i* प्रवाहित हो एवं छोटा लूप व्यास के परितः एक निश्चित कोणीय वेग ω से घूर्णन करे तो छोटे लूप में प्रेरित धारा समय के फलन के रूप में होगी



(a) $\frac{\mu_0 iA}{2xR}\sin\omega t$

(b) $\frac{\mu_0 iA\omega}{2xR}\sin\omega t$

(c) $\frac{\mu_0 iA\omega}{2xR}\sin 2\omega t$

(d) 0

Solution: (b) किसी क्षण *t sec* पर छोटे लूप से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स $\phi = BA\cos\omega t$ जहाँ *B* = बड़े लूप के कारण केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $= \frac{\mu_0 i}{2x}$ अतः $\phi = \frac{\mu_0 iA}{2x}\cos\omega t$; $e = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 i}{2x}\omega A\sin\omega t \Rightarrow i = \frac{e}{R} = \frac{\mu_0 i\omega A}{2xR}\sin\omega t$

Example: 49 एक समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में किसी कुण्डली के आवर्त गति करने पर किसी समय t पर उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल $e = 10\sin 314t$ है अतः $t = \frac{1}{300} sec$ पर प्रेरित वि.वा.बल

(a) $5\,V$ (b) $5\sqrt{2}\,V$ (c) $5\sqrt{3}\,volt$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Solution: (c) $e = 10\sin 314t = 10\sin(3.14\times 100)t = 10\sin 100\pi t$

$t = \frac{1}{300} sec;\ e = 10\sin\frac{\pi}{3} = 10\sin 60^\circ = \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\,V$

Example: 50 उपर्युक्त प्रश्न में किस समय (सैकण्ड में) पर प्रेरित वि.वा. बल का मान अधिकतम वि.वा.बल का आधा होगा

(a) $\frac{1}{300} sec$ (b) $\frac{1}{400} sec$ (c) $\frac{1}{500} sec$ (d) $\frac{1}{600} sec$

Solution: (d) दिया है $e = 10\sin 314t = 10\sin 100\pi t$;

$\frac{10}{2} = 10\sin 314t \Rightarrow \frac{1}{2} = \sin 100\pi t \Rightarrow 100\pi t = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6},\ t = \frac{1}{600} sec$

Example: 51 $B = 10^{-2}$ *Tesla* के एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में 30 *cm* त्रिज्या और π^2 *ohm* प्रतिरोध वाली कुण्डली B की दिशा के लम्बवत् अक्ष के परितः घूर्णन कर रही है। यदि कुण्डली की घूर्णन आवृत्ति 200 चक्कर प्रति मिनिट है। तो कुण्डली से बहने वाली धारा का आयाम होगा [CBSE 1990]

(a) $4\pi^2\,mA$ (b) $30\,mA$ (c) $6\,mA$ (d) $200\,mA$

Solution: (c) $i_0 = \frac{BAN\omega}{R} = \frac{10^{-2}\times\pi\times(30\times 10^{-2})^2\times 1\times 2\pi\times 200}{\pi^2\times 60} = 6\times 10^{-3}A = 6\,mA$

स्थैतिक चुम्बकीय प्रेरण

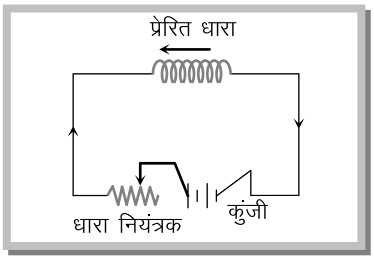
प्रेरकत्व किसी भी विद्युत परिपथ का वह गुण है। जो इसमें प्रवाहित होने वाली धारा के परिवर्तन का विरोध करता है।

प्रेरकत्व विद्युत परिपथ का आन्तरिक गुण है। यह सदैव परिपथ मे निहित होता है एवं हमारी स्वेच्छा पर निर्भर नहीं करता है। जब किसी परिपथ में प्रवाहित धारा में एक निश्चित परिवर्तन करने पर अत्यधिक वि.वा.बल प्रेरित होता है तब ये कहा जाता है कि इसका प्रेरकत्व उच्च है। एक सीधे धारावाही चालक (इसमें लोहे की क्रोड नहीं है) का प्रेरकत्व अल्प होता है। जबकि इसी तार की कुण्डली एक लोहे की क्रोड पर बनाई जाये तो इसका प्रेरकत्व उच्च होता है

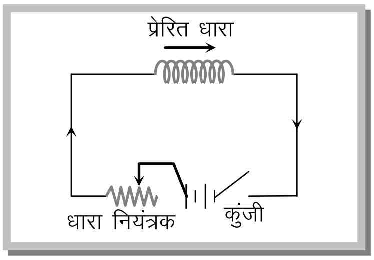
प्रेरकत्व वैद्युत जड़त्व कहलाता है: यांत्रिकी के जड़त्व की तरह विद्युत में प्रेरकत्व होता है। हम जानते हैं कि जड़त्व के कारण वस्तु इसकी गति में होने वाले परिवर्तन का विरोध करती है, इसी प्रकार प्रेरकत्व भी विद्युतीय परिपथ में प्रवाहित धारा में होने वाले परिवर्तन का विरोध करता है। इसी कारण प्रेरकत्व को वैद्युत जड़त्व कहते है।

(1) स्वप्रेरण

जब किसी कुण्डली या परिपथ में बहने वाली धारा में परिवर्तन किया जाता है तब इससे सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स में भी परिवर्तन होता है। परिणामस्वरूप फैराडे के विद्युत चुम्बकीय प्रेरण के नियमानुसार कुण्डली या परिपथ में एक प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न हो जाता है जो उस परिवर्तन का विरोध करता है जिससे यह उत्पन्न होता है। इस परिघटना को ''स्वप्रेरण'' एवं प्रेरित वि.वा.बल को विरोधी (back) वि.वा.बल तथा इससे उत्पन्न धारा को प्रेरित धारा कहते हैं।



मुख्य धारा बढ़ रही है



मुख्य धारा घट रही है

(i) स्वप्रेरण गुणांक : यदि कुण्डली के पास कोई चुम्बकीय पदार्थ न हो, कुण्डली से सम्बद्ध कुल चुम्बकीय फ्लक्स उसमें प्रवाहित धारा के अनुक्रमानुपाती होता है अर्थात् $N\phi \propto i$ या $N\phi = Li$ (N फेरों की संख्या $N\phi$ – कुल सम्बद्ध फ्लक्स) यहाँ $\boldsymbol{L} = \dfrac{\boldsymbol{N\phi}}{\boldsymbol{i}}$ = स्वप्रेरण गुणांक

यदि i = 1amp, N = 1 हो, तब $L = \phi$ अर्थात् एक फेरे वाली कुण्डली में एक एम्पीयर की धारा प्रवाहित करने पर इससे सम्बद्ध फ्लक्स का संख्यात्मक मान इसके स्वप्रेरण गुणांक के तुल्य होता है।

फैराडे के द्वितीय नियमानुसार $e = -N\dfrac{d\phi}{dt}$ इससे हमें $\boldsymbol{e} = -\boldsymbol{L}\dfrac{\boldsymbol{di}}{\boldsymbol{dt}}$ प्राप्त होता है ; यदि $\dfrac{di}{dt} = 1\,Amp/sec$ हो तब $|e| = L$

अर्थात् किसी कुण्डली या परिपथ में धारा परिवर्तन की दर एक एम्पियर प्रति सैकण्ड होने पर इसमें उत्पन्न प्रेरित वि.वा.बल का संख्यात्मक मान इसके स्वप्रेरकत्व के बराबर होता है।

❒ हमें यहाँ पर यह ध्यान रखना चाहिए कि यदि प्रश्न में प्रेरक के सिरों पर प्रेरित वि.वा.बल पूछा गया है तब इसका मान $e = -L\dfrac{di}{dt}$ होगा, परन्तु यदि प्रेरकत्व के सिरों पर विभवान्तर पूछा गया है तब $V = |e| = \dfrac{di}{dt} \times L$

(ii) स्वप्रेरण गुणांक 'L' के मात्रक एवं विमा

S.I. मात्रक : $\dfrac{\text{बेबर}}{\text{एम्पीयर}} = \dfrac{\text{टेसला} \times \text{मीटर}^2}{\text{एम्पीयर}} = \dfrac{\text{न्यूटन} \times \text{मीटर}}{\text{एम्पीयर}^2} = \dfrac{\text{जूल}}{\text{एम्पीयर}^2} = \dfrac{\text{कूलॉम} \times \text{वोल्ट}}{\text{एम्पीयर}^2} = \dfrac{\text{वोल्ट} \times \text{सैकण्ड}}{\text{एम्पीयर}^2} = \text{ओम} \times \text{सैकण्ड}$

परन्तु इसका व्यवहारिक मात्रक हेनरी (H) है एवं इसका विमीय सूत्र $[L] = [ML^2T^{-2}A^{-2}]$

❒ 1 हेनरी = 10^9 विद्युत चम्बकीय मात्रक (emu) या 10^9 ऐब-हेनरी

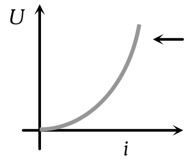
Topperseducations.co.in

(iii) स्वप्रेरण गुणांक (L) की निर्भरता : 'L' का मान परिपथ में प्रवाहित धारा या आवेश पर निर्भर नहीं करता है परन्तु इसका मान फेरों की संख्या (N), अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल (A) एवं माध्यम की चुम्बकशीलता (μ) पर निर्भर करता है। (नरम लोहे की चुम्बकशीलता अपेक्षाकृत अधिक होती है इसलिए स्वप्रेरकत्व L का मान भी अधिक होता है)

जब तक परिपथ में नियत धारा प्रवाहित होती है, L का कोई योगदान नहीं होता है परन्तु जैसे ही धारा में परिवर्तन होता है परिपथ में L अस्तित्व में आ जाता है।

(iv) प्रेरक की चुम्बकीय स्थितिज ऊर्जा : किसी परिपथ या कुण्डली में एक स्थायी धारा स्थापित करने के दौरान स्रोत को स्वप्रेरकत्व के विरुद्ध कार्य करना पड़ता है, इस कार्य में व्यय ऊर्जा कुण्डली के चुम्बकीय क्षेत्र में संचित हो जाती है, इसी ऊर्जा को कुण्डली की चुम्बकीय स्थितिज ऊर्जा (U) कहते हैं।

$$U = \int_0^i Lidi = \frac{1}{2}Li^2 \; ; \text{ एवं } \; U = \frac{1}{2}(Li)i = \frac{N\phi i}{2}$$



❒ चुम्बकीय क्षेत्र में ऊर्जा घनत्व $U = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$

(v) धारावाही कुण्डली के स्वप्रेरकत्व की गणना : यदि N फेरों वाली किसी कुण्डली से प्रवाहित धारा i है तब कुण्डली से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स $N\phi = Li$

परन्तु $\phi = BA\cos\theta$; यहाँ B = कुण्डली मे प्रवाहित धारा के कारण इसके केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र; A = प्रत्येक लपेटे का क्षेत्रफल एवं θ = चुम्बकीय क्षेत्र B की दिशा एवं कुण्डली के तल के अभिलम्ब के बीच कोण

$$\therefore \quad L = \frac{N\phi}{i} = \frac{NBA\cos\theta}{i} \; ; \text{ यदि } \theta = 0^\circ, \; \phi_{max} = BA \text{ इसलिए } \boldsymbol{L = \frac{NBA}{i}}$$

वृत्ताकार कुण्डली

यदि एक वृत्ताकार कुण्डली में फेरों की संख्या N, इसके प्रत्येक फेरे की त्रिज्या r एवं इसमें प्रवाहित धारा i हो तब इसके प्रेरकत्व की गणना निम्न प्रकार की जा सकती है

कुण्डली के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B = \frac{\mu_0}{4\pi}.\frac{2\pi Ni}{r} \Rightarrow L = \frac{N\left(\frac{\mu_0}{4\pi}.\frac{2\pi Ni}{r}\right)(\pi r^2)}{i} = \frac{\mu_0 \pi N^2 r}{2}$

$$\Rightarrow \quad \boldsymbol{L \propto N^2} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \quad (r \text{ नियत है})$$

❒ यदि कुण्डली की त्रिज्या (r) दोगुनी कर दें तो इसका प्रेरकत्व भी दोगुना हो जाऐगा ($L \propto r$) (यदि N = नियत)

❒ यदि अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल दोगुना कर दें (N = नियत) अर्थात् $A' = 2A \Rightarrow \pi r'^2 = 2 \times \pi r^2 \Rightarrow r' = \sqrt{2}r$

$\therefore \quad L' = \sqrt{2}L$ तब स्वप्रेरकत्व में वृद्धि 41.4% होगी।

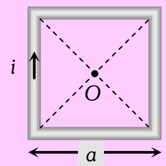
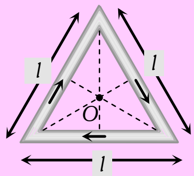
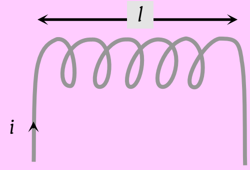
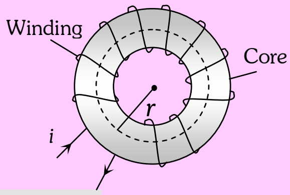
❒ यदि एक नियत लम्बाई के धारावाही तार (त्रिज्या-नियत) को एक N-फेरो वाली कुण्डली में मोड़ दें तब $N(2\pi r) = l$; $N \propto \frac{l}{r}$

एवं $L \propto N^2 r$ ⟶ यदि N – दिया है $\qquad$ यदि r – दिया है

$$L \propto N^2\left(\frac{l}{N}\right) \Rightarrow \boldsymbol{L \propto N} \qquad L \propto \frac{l}{r^2}(r) \Rightarrow \boldsymbol{L \propto \frac{l}{r}}$$

अर्थात् यदि l लम्बाई के एक तार को पहले एक फेरे वाली कुण्डली रूप में मोड़ें इसके बाद इसी तार को दो फेरे वाली संकेन्द्रीय एवं समतलीय कुण्डली के रूप में मोड़ें तब $L \propto N$ से हम कह सकते हैं कि दूसरी स्थिति में L का मान पहली स्थिति की तुलना में दोगुना होगा।

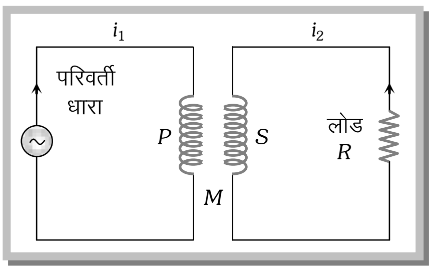
अन्य महत्वपूर्ण स्थितियाँ

वर्गाकार कुण्डली	त्रिभुजाकार कुण्डली	परिनालिका	टॉराइड (वृत्तीय परिनालिका)
 $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{8\sqrt{2}\, i}{a} N$ $L = \frac{N\left(\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{8\sqrt{2} Ni}{a}\right) a^2}{i}$ $L = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 N^2 a}{\pi} \Rightarrow L \propto N^2$	 $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{18Ni}{l}$ $L = \frac{N\left(\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{18Ni}{l}\right) \times \left(\frac{\sqrt{3}}{4} l^2\right)}{i}$ $L = \frac{9\sqrt{3}\, \mu_0 N^2 l}{8\pi} \Rightarrow L \propto N^2$	 $B = \mu_0 ni = \frac{\mu_0 Ni}{l}$ $L = \frac{N\left(\frac{\mu_0 Ni}{l}\right) A}{i}$; $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \Rightarrow L \propto N^2$ लोहे की क्रोड की स्थिति में $L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 A}{l} = \frac{\mu N^2 A}{l} (\mu = \mu_0 \mu_r)$	 $B = \frac{\mu_0 Ni}{2\pi r}$ $L = \frac{N\left(\frac{\mu_0 Ni}{2\pi r}\right)\pi r^2}{i} = \frac{\mu_0 N^2 r}{2}$

❒ परिनालिका के सिरों पर प्रेरकत्व का मान इसके केन्द्र पर प्रेरकत्व के मान का आधा होता $\left(L_{end} = \frac{1}{2} L_{centre}\right)$ है

(2) अन्योन्य प्रेरण

जब समीप में रखी दो कुण्डलियों (या परिपथों) में से किसी एक कुण्डली (प्राथमिक) में धारा परिवर्तित होती है तो दूसरी कुण्डली (द्वितीयक) से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स में भी परिवर्तन होता है। परिणामस्वरूप द्वितीयक कुण्डली में एक प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न हो जाता है। इस परिघटना को अन्योन्य प्रेरण कहते हैं। जिस कुण्डली या परिपथ में धारा परिवर्तित होती है उसे ''प्राथमिक'' एवं दूसरी कुण्डली (या परिपथ) जिसमें प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न होता है उसे ''द्वितीयक'' कहते हैं।



एक दूसरे के पास स्थित कुण्डलियों में से यदि प्राथमिक कुण्डली में प्रवाहित धारा i_1 हो तब द्वितीयक कुण्डली से सम्बद्ध फ्लक्स $N_2\phi_2 \propto i_1 \Rightarrow \boldsymbol{N_2\phi_2 = Mi_1}$ यहाँ N_1 – प्राथमिक में फेरों की संख्या; N_2 – द्वितीयक में फेरों की संख्या; ϕ_2 – द्वितीयक के प्रत्येक फेरे सम्बद्ध फ्लक्स एवं M-अन्योन्य प्रेरण गुणांक

फैराडे के द्वितीय नियम से, द्वितीयक में प्रेरित वि.वा.बल $e_2 = -N_2 \frac{d\phi_2}{dt}$; $\boldsymbol{e_2 = -M \frac{di_1}{dt}}$; यदि $\frac{di_1}{dt}$ (प्राथमिक में धारा परिवर्तन की दर) $= \frac{1 Amp}{sec}$ हो तब $|e_2| = M$ अतः प्राथमिक कुण्डली में धारा परिवर्तन की दर इकाई होने पर द्वितीयक कुण्डली मे उत्पन्न प्रेरित वि.वा. बल का संख्यात्मक मान अन्योन्य प्रेरण गुणांक के तुल्य होता है।

अन्योन्य प्रेरण गुणांक (M) के मात्रक एवं विमा स्वप्रेरकत्व (L) के समान ही है।

(i) अन्योन्य प्रेरण गुणांक की निर्भरता

इसका मान निम्नलिखित कारकों पर निर्भर करता है

(a) दोनों कुण्डलियों में फेरों की संख्या (N_1, N_2) पर

(b) दोनों कुण्डलियों के स्वप्रेरकत्व (L_1, L_2) पर

(c) दोनों कुण्डलियों के अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल पर

(d) दोनों कुण्डलियों के क्रोडों के पदार्थ की आपेक्षिक चुम्बकशीलता (μ_r) पर

(e) दोनों कुण्डलियों के बीच की दूरी पर $(d \uparrow \Rightarrow M \downarrow)$

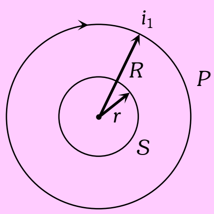
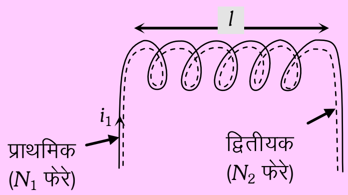
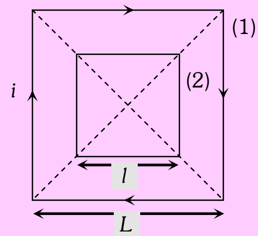
(f) दोनों कुण्डलियों की आपेक्षिक कोणीय स्थिति पर (90° कोणीय स्थिति पर कुण्डलियों के बीच सम्बद्ध फलक्स $= 0$ अर्थात् $M = 0$)

(g) दोनों कुण्डलियों के युग्मन गुणांक पर

(ii) दो कुण्डलियों के बीच अन्योन्य प्रेरण गुणांक की गणना

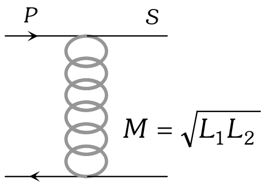
यदि दो कुण्डलियाँ (1 एवं 2) एक-दूसरे के नज़दीक स्थित हों (अर्थात् अधिकतम युग्मन की स्थिति में); N_1, N_2 = प्राथमिक एवं द्वितीयक में क्रमशः फेरों की संख्या ϕ_2 = द्वितीयक कुण्डली के प्रति फेरे से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स, $N_2\phi_2$ = द्वितीयक कुण्डली से सम्बद्ध कुल फ्लक्स; M = दोनों कुण्डलियों के बीच अन्योन्य प्रेरण गुणांक

अतः $N_2\phi_2 = Mi_1 \Rightarrow N_2(B_1A_2) = Mi_1 \Rightarrow \boldsymbol{M = \dfrac{B_1N_2A_2}{i_1}}$

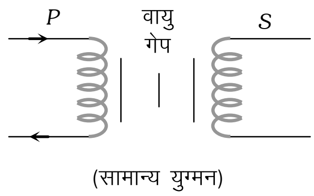
दो समतलीय सकेन्द्रीय वृत्ताकार कुण्डलियाँ	दो परिनालिकायें	दो समतलीय सकेंद्रीय वर्गाकार कुण्डलियाँ
		
बाहरी कुण्डली में बहने वाली धारा के कारण उभयनिष्ठ केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B_1 = \dfrac{\mu_0}{4\pi}.\dfrac{2\pi N_1 i_1}{R}$ अतः ऊपर दिये गये सूत्र से $M = \dfrac{\pi\mu_0 N_1 N_2 r^2}{2R} \Rightarrow \boldsymbol{M \propto \dfrac{r^2}{R}}$	यदि दो वायु परिनालिकायें चित्र में दिखाये अनुसार दृढ़ता से युग्मित हों तो प्राथमिक परिनालिका के अन्दर चुम्बकीय क्षेत्र $B_1 = \mu_0 n_1 i_1$ $\left\{n_1 = \dfrac{N_1}{l}\right.$ अतः ऊपर दिये गये सूत्र से $\boldsymbol{M = \dfrac{\mu_0 N_1 N_2 A}{l}}$ A = प्रत्येक परिनालिका का क्षेत्रफल	बाहरी कुण्डली में बहने वाली धारा के कारण उभयनिष्ठ केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B_1 = \dfrac{\mu_0}{4\pi}.\dfrac{8\sqrt{2}\,\pi N_1 i_1}{L}$ अतः ऊपर दिये गये सूत्र से $M = \dfrac{\mu_0 2\sqrt{2} N_1 N_2 l^2}{\pi L} \Rightarrow \boldsymbol{M \propto \dfrac{l^2}{L}}$

(iii) दो कुण्डलियों के स्वप्रेरण गुणांक (L_1, L_2) एवं अन्योन्य प्रेरण गुणांक (M) में सम्बन्ध :

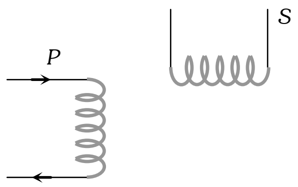
$$M = k\sqrt{L_1L_2}\ ;\ \text{यहाँ } k = \text{युग्मन गुणांक} = \frac{\text{द्वितीयक कुण्डली से सम्बद्ध फलक्स}}{\text{प्राथमिक कुण्डली से सम्बद्ध फ्लक्स}} \quad (0 \le k \le 1)$$



कुण्डलियाँ दृढ़ता से युग्मित हैं ($k = 1$)



कुण्डलियाँ कम दृढ़ता से युग्मित हैं ($0 < k < 1$)

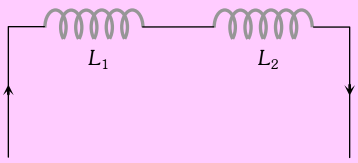
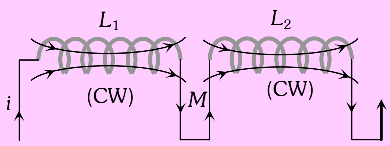
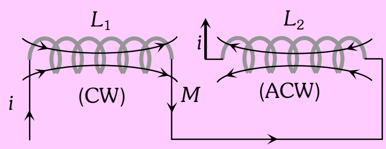


युग्मन नहीं है ($k = 0$)

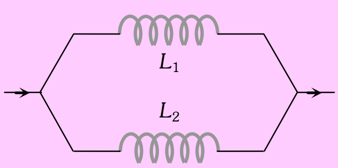
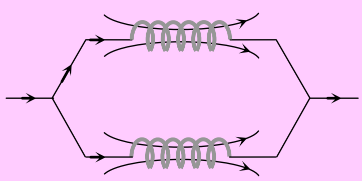
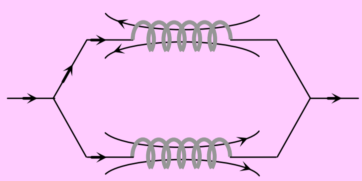
❒ मुख्यतः आदर्श ट्राँसफार्मर की स्थिति में, $M = \frac{N_2}{N_1} L_1$ एवं $M = \frac{N_1}{N_2} L_2$; $\frac{\boldsymbol{L_1}}{\boldsymbol{L_2}} = \left(\frac{\boldsymbol{N_1}}{\boldsymbol{N_2}}\right)^2$

(3) प्रेरक कुण्डलियों का संयोजन

(i) श्रेणीक्रम संयोजन

कोई अन्योन्य प्रेरण नहीं ($k = 0$)	अन्योन्य प्रेरण, दोनों कुण्डलियों के स्वप्रेरणों के अनुकूल हो	अन्योन्य प्रेरण, दोनों कुण्डलियें के स्वप्रेरणों के प्रतिकूल हो
 $\boldsymbol{L_{eq} = L_1 + L_2}$	 धाराओं की दिशा समान है कुण्डलियों को समान प्रकार से लपेटा गया है इनके फ्लक्स एक ही दिशा में हैं $\boldsymbol{L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M}$	 धारायें परस्पर विपरीत हैं कुण्डलियों को विपरीत प्रकार से लपेटा गया है इनके फ्लक्स एक-दूसरे के विपरीत हैं $\boldsymbol{L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M}$

(ii) समान्तर क्रम संयोजन

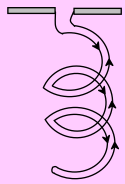
कोई अन्योन्य प्रेरण नहीं ($k = 0$)	अन्योन्य प्रेरण, दोनों कुण्डलियों के स्वप्रेरणों के अनुकूल हो	अन्योन्य प्रेरण, दोनों कुण्डलियें के स्वप्रेरणों के प्रतिकूल हो
 $\boldsymbol{L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}}$	 $\boldsymbol{L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M}}$	 $\boldsymbol{L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}}$

❒ यदि कुछ नहीं कहा गया हो तो अन्योन्य प्रेरण (M) को शून्य मानें।

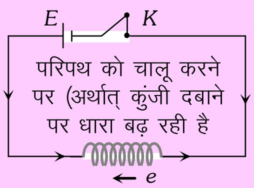
Concepts

- एक उच्च प्रतिरोधकता के पदार्थ से बना लम्बा एवं सीधा तार मुख्यतः एक प्रतिरोधक (Resistance) की तरह व्यवहार करता है, परन्तु यह अल्प प्रेरकत्व एवं अल्प धारिता भी रखता है। अतः एक शुद्ध प्रतिरोधक (Resistance) बनना कठिन है। इसी प्रकार एक शुद्ध प्रेरक एवं संधारित्र बनाना भी कठिन है।
- स्वप्रेरकत्व विद्युत परिपथ में अन्तर्निहित होने के कारण, एक प्रतिरोधी परिपथ में धारिता एवं प्रेरकत्व अवयव न होने पर भी इसमें कुछ मात्रा में प्रेरकत्व उपस्थित रहता है

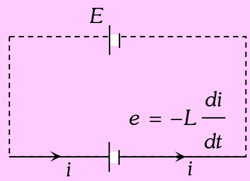
  प्रतिरोध बॉक्स में कुण्डलियों को दोहरा लपेटकर इनके स्वप्रेरकत्व को समाप्त कर सकते हैं



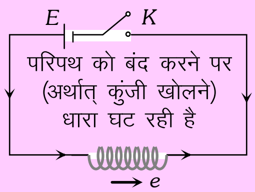
- बिना स्वप्रेरकत्व के अन्योन्य प्रेरकत्व प्राप्त करना असम्भव है, परन्तु बिना अन्योन्य प्रेरकत्व के स्वप्रेरकत्व हो सकता है और नहीं भी।
- यदि कुण्डली से प्रवाहित मुख्य धारा बढ़ (i ↑) रही हो तब $\frac{di}{dt}$ धारा परिवर्तन की दर धनात्मक होगी, अतः प्रेरित वि.वा.बल e ऋणात्मक होगा [अर्थात् मुख्य वि.वा.बल (स्रोत) के विपरीत]$\Rightarrow E_{net} = E - e$



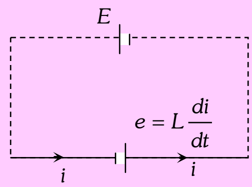
⇒



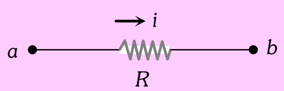
- यदि परिपथ से प्रवाहित धारा घट (i ↓) रही हो तब $\frac{di}{dt}$ (धारा परिवर्तन की दर) ऋणात्मक होगी, अतः प्रेरित वि.वा.बल (e) धनात्मक होगा [अर्थात् मुख्य वि.वा.बल (स्रोत) की दिशा में] $\Rightarrow E_{net} = E + e$



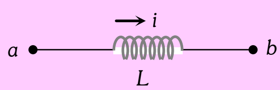
⇒



- कभी-कभी कुंजी को अचानक खोलने पर, परिपथ का प्रेरकत्व उच्च होने के कारण प्रेरित वि.वा.बल का मान भी उच्च होता है जिससे कुंजी पर चिंगारी (sparking) उत्पन्न होती है। चिन्गारी को समाप्त करने के लिए कुंजी के सिरों पर एक संधारित्र जोड़ दिया जाता है।
- प्रतिरोध प्रेरकत्व रहित हो सकता है, परन्तु प्रेरकत्व प्रतिरोध रहित नहीं हो सकता है।
- व्हीटस्टोन सेतु में सन्तुलन का परीक्षण करते समय, परिपथ में जुड़े सेल की कुंजी को पहले दबाते हैं उसके बाद धारामापी की कुंजी दबाते हैं ताकि स्वप्रेरकत्व के कारण धारामापी की कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित धारा (क्षणिक) शून्य हो जाये अर्थात् समाप्त हो जाये।
- एक प्रेरक परिपथ का व्यवहार एक प्रतिरोधक परिपथ से भिन्न होता है। प्रतिरोधक धारा (i) का विरोध करता है जबकि प्रेरक धारा परिवर्तन की दर $\frac{di}{dt}$ का विरोध करता है



$V_{ab} = iR$



$V_{ab} = L\frac{di}{dt}$

Example: 52 5 cm त्रिज्या की एक वृत्ताकार कुण्डली में 500 फेरे हैं। इसके स्वप्रेरण गुणांक का मान होगा लगभग [MP PET 1996]

(a) 25 mH (b) 25×10^{-3} mH (c) 50×10^{-34} mH (d) 50×10^{-3} H

Solution: (a) सूत्र $L = \frac{\pi\mu_0 N^2 r}{2}$ से; $L = \frac{(3.14)\times 4\times(3.14)\times 10^{-7}\times(500)^2\times 5\times 10^{-2}}{2} \approx 25\times 10^{-3} H \approx 25 mH$

Example: 53 एक परिनालिका की लम्बाई 0.30 मीटर तथा अनुप्रस्थकाट का क्षेत्रफल 1.2×10^{-3} मीटर^2 है। इसमें कुल फेरों की संख्या 2000 है एवं इसके मध्य भाग में 300 फेरों की कुण्डली लिपटी हुयी है। यदि परिनालिका में प्रारम्भिक धारा $2A$ को 0.25 *sec* में विपरीत कर दिया जाये तब प्रेरित वि.वा.बल होगा [NCERT 1982]

(a) $6 \times 10^{-4}\, V$ (b) $4 \times 10^{-3}\, V$ (c) $6 \times 10^{-2}\, V$ (d) $48\, mV$

Solution: (d) $M = \dfrac{\mu_0 N_1 N_2 A}{l}$ एवं $|e| = M\dfrac{di}{dt}$; $M = 3.01 \times 10^{-3} H \Rightarrow e = 3.01 \times 10^{-3} \times \dfrac{\{2-(-2)\}}{0.25}$; $e = 48\, mV$

Example: 54 किसी परिनालिका का स्वप्रेरण गुणांक $0.18\, mH$ है। यदि नर्म लोहे के एक क्रोड जिसकी आपेक्षिक चुम्बकशीलता 900 है, को परिनालिका के अन्दर रख दिया जाये तो स्वप्रेरण गुणांक का मान होगा

(a) $5.4\, mH$ (b) $162\, mH$ (c) $0.006\, mH$ (d) $0.0002\, mH$

Solution: (b) हम जानते हैं कि $L = \dfrac{\mu_0 N^2 A}{l}$

तथा नर्म लोहे की क्रोड की स्थिति में $L' = \dfrac{\mu_0 \mu_r N^2 A}{l}$; $L' = \mu_r L$ अतः यहाँ $L' = 900 \times 0.18 = 162\, mH$

❒ नर्म लोहे की क्रोड का उपयोग करके किसी परिनालिका का स्वप्रेरकत्व बढ़ा सकते हैं क्रोड का कार्य परिनालिका के फेरों से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स को बढ़ाना है।

Example: 55 किसी प्रेरण कुण्डली में प्रवाहित विद्युत धारा का मान $i = 2 + 3t$ *amp* है, जहाँ t सैकण्ड में है। स्वप्रेरित वि.वा.बल 9 mV है। $t = 1$ सैकण्ड पर कुण्डली की संचित ऊर्जा होगी

(a) $10\, mJ$ (b) $37.5\, mJ$ (c) $75\, mJ$ (d) Zero

Solution: (b) $t = 1$ *sec* पर $i = 2 + 3 \times 1 = 5A$ एवं $|e| = L\dfrac{di}{dt} \Rightarrow 9 \times 10^{-6} = L \times \dfrac{d}{dt}(2+3t) \Rightarrow L = 3 \times 10^{-3}\, H$

अतः ऊर्जा $U = \dfrac{1}{2}Li^2 = \dfrac{1}{2}(3 \times 10^{-3}) \times (5)^2 = 37.5\, mJ$

Example: 56 दो कुण्डली A तथा B एक-दूसरे के नज़दीक स्थित है, जिनमें फेरों की संख्या क्रमशः 300 तथा 400 है एवं इनके बीच अन्योन्य प्रेरण गुणांक $24\, mH$ है। यदि कुण्डली A में बहने वाली धारा $2A$ हो तो B से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स होगा

(a) $24\, mwb$ (b) $12 \times 10^{-5}\, wb$ (c) $48\, mwb$ (d) $48 \times 10^{-5}\, wb$

Solution: (c) सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स $= N_2\phi_2 = Mi_1 = 24 \times 2 = 48\, mwb$

Example: 57 एक निश्चित त्रिज्या की कुण्डली में फेरों की संख्या 600 है तथा इसका स्वप्रेरकत्व $108\, mH$ है। किसी दूसरी समरूप कुण्डली जिसमें फेरों की संख्या 500 है, का स्वप्रेरकत्व होगा [MP PMT 1990]

(a) $74\, mH$ (b) $75\, mH$ (c) $76\, mH$ (d) $77\, mH$

Solution: (b) $L \propto N^2 \Rightarrow \dfrac{L_1}{L_2} = \left(\dfrac{N_1}{N_2}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{108}{L_2} = \left(\dfrac{600}{500}\right)^2$; $L_2 = 75 mH$

Example: 58 दो भिन्न-भिन्न कुण्डलियों के स्वप्रेरकत्व क्रमशः $L_1 = 8mH$, $L_2 = 2mH$ है। दोनों कुण्डलियाँ में नियत दर से धारा बढ़ती है। किसी निश्चित समय पर दोनों कुण्डलियों को दी गई शक्ति समान है, इसी समय इन दोनों में धारा, प्रेरित वोल्टेज तथा संचित ऊर्जा क्रमशः i_1, V_1, W_1 एवं i_2, V_2, W_2 है, तो सही विकल्प चुनें [IIT-JEE 1994]

(a) $\dfrac{i_1}{i_2} = \dfrac{1}{4}$ (b) $\dfrac{i_1}{i_2} = 4$ (c) $\dfrac{W_2}{W_1} = 4$ (d) $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{1}{4}$

Solution: (b) $|e| = L\dfrac{di}{dt} \Rightarrow \dfrac{e_1}{e_2} = \dfrac{L_1}{L_2}$ $\left\{\dfrac{di}{dt} - \text{समान}\right\}$ $\Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{8}{2} = 4$

शक्ति $P = ei \Rightarrow i \propto \dfrac{1}{e}$ $\{P - \text{समान}\}$ $\Rightarrow \dfrac{i_1}{i_2} = \dfrac{e_2}{e_1} = \dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{L_2}{L_1} = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$

संचित ऊर्जा $W = \frac{1}{2}Li^2$; $\frac{W_1}{W_2} = \frac{L_1}{L_2} \times \left(\frac{i_1}{i_2}\right)^2 = 4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4}$.

Example: 59 10 *mH* प्रेरकत्व वाली कुण्डली में विद्युत धारा 0.01 *sec* में शून्य मान से बढ़कर 1*A* हो जाती है तो प्रेरित वि.वा.बल का मान होगा

(a) 1 *V* (b) 2 *V* (c) 3 *V* (d) 4 *V*

Solution: (a) $e = -L\frac{dI}{dt} = -10 \times 10^{-3}\frac{1.0}{0.01} = -1\,volt \quad \therefore \quad |e| = 1\,volt$

Example: 60 किसी कुण्डली में धारा का समय के साथ परिवर्तन $I = 3t^2 + 2t$, *A* दिया गया है यदि कुण्डली या प्रेरकत्व 10 *mH* हो तो $t = 2sec$ पर प्रेरित वि.वा.बल का मान होगा

(a) 0.14 *V* (b) 0.12 *V* (c) 0.1 *V* (d) 0.13 *V*

Solution: (a) $e = -L\frac{dI}{dt} = -\frac{d}{dt}[3t^2 + 2t] \quad = -L[6t + 2] = -10 \times 10^{-3}[6t + 2]$

$(e)_{t=2\,sec} = -10 \times 10^{-3}(6 \times 2 + 2) \quad = -10 \times 10^{-3}(14) = -0.14\,volt$; $|e| = 0.14\,volt$

Example: 61 किसी कुण्डली जिसमें 200 *A* की धारा प्रवाहित होती है, 1*KWh* की ऊर्जा संचित करने के लिए आवश्यक प्रेरकत्व का मान होगा

(a) 100 *H* (b) 180 *H* (c) 200 *H* (d) 450 *H*

Solution: (b) $U = 1KWH = 3.6 \times 10^6\,J$ अत: $U = \frac{1}{2}Li^2 \Rightarrow 3.6 \times 10^6 = \frac{1}{2} \times L \times (200)^2 \Rightarrow L = 180\,H$

Example: 62 एक कुण्डली का स्वप्रेरकत्व *L* है, इसकी लम्बाई तथा क्षेत्रफल को नियत रखकर इसमें फेरों की संख्या चार गुनी कर दी जाती है तो कुण्डली के स्वप्रेरकत्व का मान होगा [MP PMT 1997]

(a) $\frac{1}{4}L$ (b) *L* (c) 4 *L* (d) 16 *L*

Solution: (d) $L \propto N^2$

Example: 63 प्राथमिक एवं द्वितीयक कुण्डली के बीच अन्योन्य प्रेरण गुणांक 0.5 *H* है, एवं इनके प्रतिरोधों के मान क्रमश: 20Ω तथा 5Ω हैं। द्वितीयक कुण्डली में 0.4 *A* की धारा उत्पन्न करने के लिए प्राथमिक कुण्डली में विद्युत धारा के परिवर्तन की दर होगी [MP PMT 1997]

(a) 4.0 *A/s* (b) 16.0 *A/s* (c) 1.6 *A/s* (d) 8.0 *A/s*

Solution: (a) सूत्र $|e_2| = M\frac{di_1}{dt}$ का उपयोग करने पर $i_2 = \frac{e_2}{R_2} = \frac{M}{R_2}\frac{di_1}{dt} \Rightarrow 0.4 = \frac{0.5}{5} \times \frac{di_1}{dt}$; $\frac{di_1}{dt} = 4\,A/sec$

Example: 64 एक कुण्डली जिसमें 0.05 *sec* में विद्युत धारा शून्य से परिवर्तित होकर 2*A* हो जाती है, प्रेरित वि.वा.बल का मान 8*V* है, कुण्डली का स्वप्रेरकत्व होगा [CPMT 1999]

(a) 0.1 *H* (b) 0.2 *H* (c) 0.4 *H* (d) 0.8 *H*

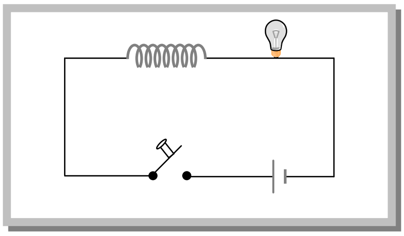
Solution: (b) $|e| = L\frac{di_1}{dt}$; $8 = L \times \frac{(2-0)}{0.05} \quad \Rightarrow L = 0.2H$

Example: 65 एक ताँबे के तार की कुण्डली (जिसकी त्रिज्या *r* एवं स्वप्रेरकत्व *L* है), को दो संकेन्द्रीय फेरों में मोड़ दिया जाता है। प्रत्येक फेरे की त्रिज्या $\frac{r}{2}$ है, तो अब स्वप्रेरकत्व का मान होगा

(a) 2*L* (b) *L* (c) 4 *L* (d) *L* / 2

Solution: (a) $L \propto N^2 r$; $\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \times \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \frac{L}{L_2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{r}{r/2}\right) = \frac{1}{2}$; $L_2 = 2L$

Example: 66 दिये गये परिपथ में बल्व अचानक तेज प्रकाशित हो जायेगा, यदि [CBSE 1989]



(a) सम्पर्क जोड़ा या तोड़ा जाता है

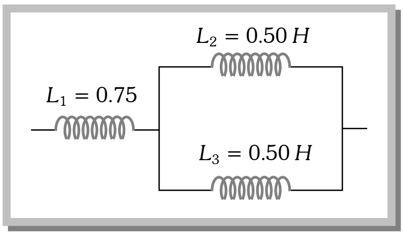
(b) सम्पर्क जोड़ा जाता है

(c) सम्पर्क तोड़ा जाता है

(d) बल्ब कभी भी तेज प्रकाशित नहीं होगा

Solution: (c) परिपथ को तोड़ते समय प्रेरित धारा की दिशा मुख्य धारा की दिशा में होने के कारण, परिपथ में कुल धारा बढ़ जाती है। जिससे बल्ब क्षण भर के लिये तीव्र प्रकाशित होगा।

Example: 67 तीन प्रेरक कुण्डलियाँ चित्रानुसार परिपथ में है, यदि इनके बीच युग्मन नहीं हो तो परिणामी प्रेरकत्व का मान होगा



(a) $0.25\,H$

(b) $0.75\,H$

(c) $0.01\,H$

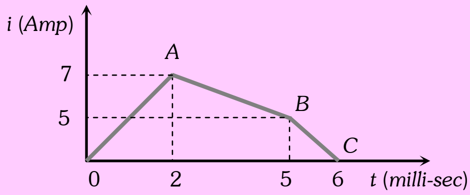
(d) $1\,H$

Solution: (d) चूँकि कुण्डलियाँ L_2 एवं L_3 समानान्तर क्रम में है इसलिए इनके संयोजन का तुल्य प्रेरकत्व $L' = \dfrac{L_2L_3}{L_2+L_3} = 0.25\,H$

पुनः L' एवं L_1 श्रेणीक्रम में हैं, इसलिए सम्पूर्ण समायोजन का तुल्य प्रेरकत्व $L = L_1 + L' = 0.75 + 0.25 = 1H$

Tricky example: 7

4.6 *H* के कुण्डली में प्रवाहित धारा निम्न ग्राफ के अनुसार परिवर्तित होती है, समयान्तराल t = 5 *milli-sec* से 6 *milli-sec* में प्रेरित वि.वा.बल का मान होगा



(a) $10^3\ V$

(b) $-23\times10^3\ V$

(c) $23\times10^3\ V$

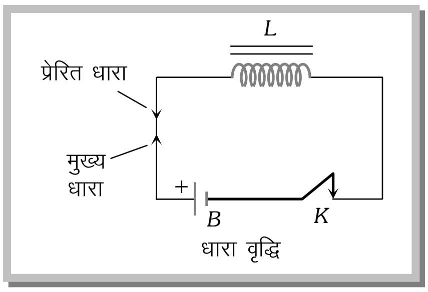
(d) शून्य

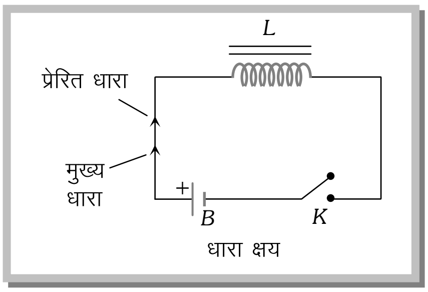
Solution : (c) समयन्तराल t = 5 *ms* से 6 *ms* में धारा के घटने की दर $= \dfrac{di}{dt} = -$ (सरल रेखा *BC* की ढाल)

$= -\left(\dfrac{5}{1\times10^{-3}}\right) = -5\times10^3\,A/s$; इसलिए प्रेरित वि.वा.बल $e = -L\dfrac{di}{dt} = -4.6\times(-5\times10^3) = 23\times10^3\,V$

L-R परिपथ में धारा वृद्धि एवं क्षय

यदि किसी dc परिपथ में शुद्ध प्रेरक (*L*) और एक प्रतिरोधक (*R*) श्रेणीक्रम में एक बैटरी के साथ जोड़े जायें तो परिपथ को चालू (on) करने पर परिपथ में धारा चरघातांकी रूप से बढ़ती है एवं कुछ समय पश्चात् एक स्थायी मान को प्राप्त कर लेती है। अब यदि परिपथ को स्थायी अवस्था से भंग (off) कर दें तब धारा चरघातांकी रूप से घटने लगती है।

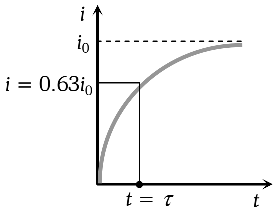


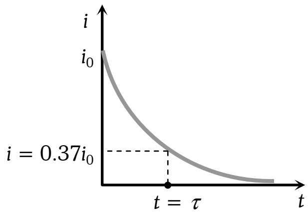


परिपथ की कुंजी दबाने (on) के बाद (अर्थात् धारा-वृद्धि के दौरान) किसी क्षण t पर धारा का मान $\boldsymbol{i = i_0\left[1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right]}$; यहाँ $i_0 = i_{max} = \frac{E}{R} =$ स्थायी धारा। परिपथ की कुंजी खोलने (off) के बाद किसी क्षण t पर (अर्थात् धारा-क्षय के दौरान) धारा का मान $\boldsymbol{i = i_0 e^{-\frac{R}{L}t}}$

(1) समय स्थिरांक (τ)

इस परिपथ के लिये समय स्थिरांक $\tau = \frac{L}{R}$; इसका मात्रक सैकण्ड है। शब्दों में, समय स्थिरांक वह समय है जिसमें धारा वृद्धि के दौरान धारा का मान स्थाई धारा का 63% हो जाता है। या धारा-क्षय के दौरान वह समय जिसमें धारा का मान स्थाई धारा का 37% रह जाता है।



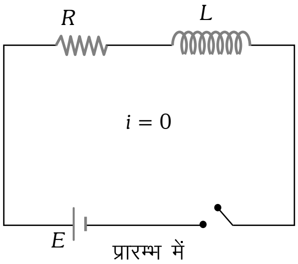


- समय स्थिरांक $\frac{L}{R}$ की विमा वही है जो समय की है अर्थात् $M^0L^0T^1$
- अर्द्ध आयु (T) : इस समय में धारा का मान अपने अधिकतम मान (स्थायी मान) से घटकर 50% रह जाता है; अर्थात् यदि $t = T$ तब $i = \frac{i_0}{2}$ अर्द्धआयु (T) को L एवं R के पदों में निम्न प्रकार व्यक्त कर सकते हैं $T = 0.693\,\frac{L}{R}$ या $T =$ समय स्थिरांक $\left(\frac{L}{R}\right)$ का 70%

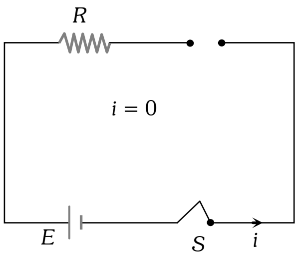
  प्रेरक में स्थित चुम्बकीय ऊर्जा $U = \frac{1}{2}Li^2$ से, एक अर्द्धआयु में $i_0 \to \frac{i_0}{2}$ अतः ऊर्जा $U_0 \to \frac{U_0}{4}$

(2) प्रेरक का व्यवहार

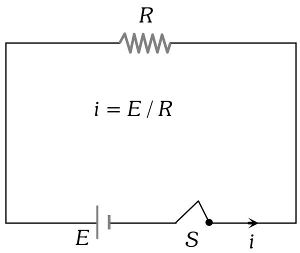
परिपथ में धारा समय के साथ शून्य से अपने अधिकतम मान $i\left(=\frac{E}{R}\right)$ तक चरघातांकी रूप से बढ़ती है। कुंजी बंद (closing) करने के तुरन्त बाद $i = 0$, अर्थात् प्रेरक खुले (open) परिपथ की तरह व्यवहार करता (अर्थात् टूटा हुआ तार) है एवं कुंजी बन्द करने के पर्याप्त समय बाद $i = i_0$, अर्थात् प्रेरक लघु परिपथ (short) की तरह व्यवहार करता है (अर्थात् सामान्य चालक तार की तरह)



प्रारम्भ में



कुंजी बंद करने के तुरन्त बाद

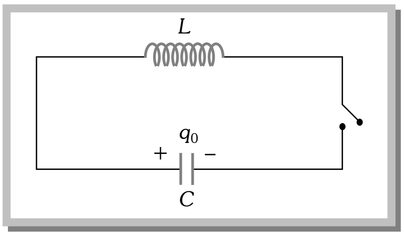


कुंजी बन्द करने के पर्याप्त समय बाद

LC दोलन

जब q_0 आवेश से आवेशित संधारित्र C को एक प्रेरक L से होकर विसर्जित करते हैं तब परिपथ में आवेश एवं धारा के मान सरल आवर्ती रूप से परिवर्तित होते हैं। अर्थात् आवेश एवं धारा सरल आवर्ती दोलन करने लगते हैं। यदि परिपथ का प्रतिरोध शून्य हो तब परिपथ

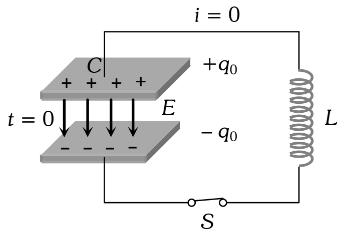
में ऊर्जा ऊष्मा के रूप में अपव्यय नहीं होती है। यहाँ पर हम यह भी मान रहे हैं कि ऊर्जा वि.चुम्बकीय विकिरण के रूप में उत्सर्जित नहीं होती है (अर्थात् आदर्श में परिपथ से बद्ध ऊर्जा नियत रहती है।



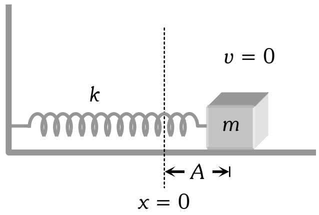
दोलनों की आवृत्ति

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}\frac{rad}{sec} \text{ एवं } \nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} Hz$$

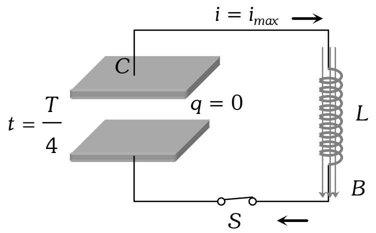
L-C परिपथ के दोलन (विद्युत चुम्बकीय दोलन) गुटका (द्रव्यमान)- स्प्रिंग निकाय के यांत्रिक दोलनों के अनुरूप होते हैं।



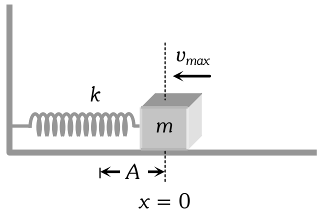
$t = 0$ पर, संधारित्र का विसर्जन प्रारम्भ होता है



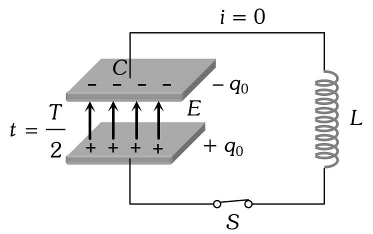
$t = 0$ पर, गुटका गति प्रारम्भ करता है



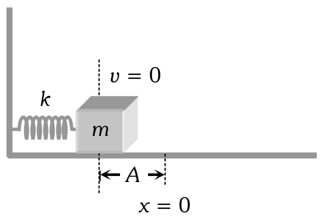
$t = \frac{T}{4}$ पर, संधारित्र पूर्णतः विसर्जित हो जाता है अर्थात् $q = 0$ एवं परिपथ में धारा अधिकतम होती है



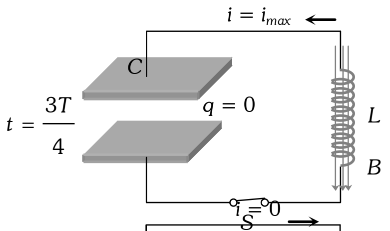
$t = \frac{T}{4}$ पर, गुटका अपनी साम्यावस्था पर आ जाता है अर्थात् $x = 0$ एवं गुटके का वेग अधिकतम हो जाता है



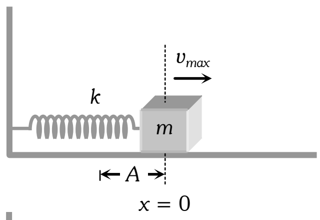
$t = \frac{T}{2}$ पर, संधारित्र पुनः विपरीत दिशा मे आवेशित हो जाता है एवं $i = 0$



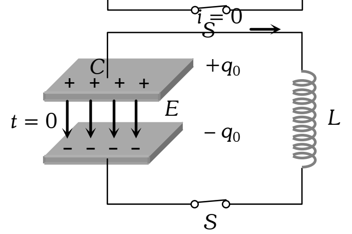
$t = \frac{T}{2}$ पर, गुटका अपने आयाम की स्थिति में (दूसरी ओर) पहुँच जाता है एवं $v = 0$



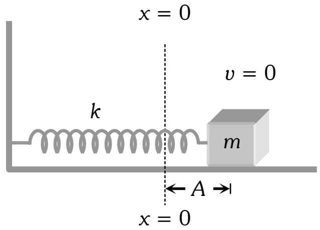
$t = \frac{3T}{4}$ पर, संधारित्र पुनः पूर्ण विसर्जित हो जाता है एवं $i = i_{max}$



$t = \frac{3T}{4}$ पर, गुटका अपनी साम्यावस्था पर पहुँच जाता है एवं इसका वेग (v) अधिकतम हो जाता है



$t = T$ पर संधारित्र पूर्ण (प्रारम्भिक दिशा में) आवेशित हो जाता है अर्थात् पुनः संधारित्र विसर्जन प्रारम्भ करता है $i = 0$



$t = T$ पर, गुटका अपनी अधिकतम आयाम की स्थिति (प्रारम्भिक स्थिति) में पहुँच जाता है एवं गति को दोहराता है

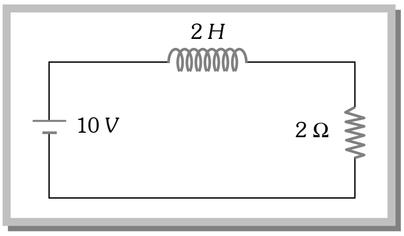
Concepts

☞ *द्रव्यमान-स्प्रिंग निकाय एवं LC के दोलनों में अनुरूपता*

द्रव्यमान-स्प्रिंग निकाय	v/s	*LC परिपथ*
विस्थापन (x)		*आवेश (q)*

वेग (v)	धारा (i)
त्वरण (a)	धारा परिवर्तन की दर $\left(\frac{di}{dt}\right)$
द्रव्यमान (m) [जड़त्व]	प्रेरकत्व (L) [वैद्युत-जड़त्व]
संवेग ($p = mv$)	चुम्बकीय फ्लक्स ($\phi = Li$)
अवमंदक बल $\left(-m\frac{dv}{dt}\right)$	स्व-प्रेरित वि.वा.बल $\left(-L\frac{di}{dt}\right)$
स्वतंत्र दोलनों का समीकरण :	स्वतंत्र दोलनों का समीकरण:
$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$; यहाँ $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$	$\frac{d^2q}{dt^2} = -\left(\frac{1}{LC}\right)q$; यहाँ $\omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
बल-नियतांक K,	धारिता C
गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mv^2$	चुम्बकीय ऊर्जा $= \frac{1}{2}Li^2$
प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}Kx^2$	वैद्युत स्थितिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$

Example: 68 चित्र में दिखाये गये परिपथ में कुण्डली में संचित ऊर्जा होगी [RPET 2000]



(a) शून्य
(b) अनन्त
(c) 25 J
(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Solution: (c) $U = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\times 2\left(\frac{10}{2}\right)^2 = 25J$

Example: 69 एक परिपथ मे 5 हेनरी का प्रेरकत्व तथा 10 Ω का प्रतिरोध है एवं 15 V का एक वि.वा.बल जुड़ा है। समय $t = \infty$ तथा $t = 1$ सैकण्ड पर धाराओं का अनुपात होगा [MP PMT 1994]

(a) $\frac{e^{1/2}}{e^{1/2}-1}$ (b) $\frac{e^2}{e^2-1}$ (c) $1-e^{-1}$ (d) e^{-1}

Solution: (b) सूत्र $i = i_0\left(1-e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$ से, जब $t = \infty$, $i = i_0$ एवं जब $t = 1$ sec हो, तो $i = i_0\left(1-e^{-\frac{10\times 1}{5}}\right)$;

$i = i_0(1-e^{-2}) = i_0\left(\frac{e^2-1}{e^2}\right)$; $\frac{i_0}{i} = \frac{e^2}{e^2-1}$

Example: 70 10 हेनरी की एक आदर्श कुण्डली 5 *ohm* के प्रतिरोध तथा 5 वोल्ट की एक बैटरी से श्रेणीबद्ध है। बैटरी जुड़ने के 2 सैकण्ड के बाद परिपथ में धारा (ऐम्पियर में) होगी [MP PET 1995]

(a) e^{-1} (b) $(1-e^{-1})$ (c) $(1-e)$ (d) e

Solution: (b) सूत्र $i = i_0\left(1-e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$ से, $i = \frac{5}{5}\left(1-e^{-\frac{5\times 2}{10}}\right)$ या $i = (1-e^{-1})$

Example: 71 50 हेनरी प्रेरकत्व की एक कुण्डली 2 वोल्ट वि.वा.बल के सेल के सिरों के बीच एक 10Ω के प्रतिरोध से होकर जुड़ी है और परिपथ से एक नियत धारा प्रवाहित हो रही है। यदि बैटरी को परिपथ से हटा दिया जाये तो कितने समय में परिपथ की धारा अपने स्थायी मान का $1/e$ भाग रह जाएगी [MP PET 1996]

(a) 500 *sec* (b) 50 *sec* (c) 5 *sec* (d) 0.5 *sec*

Solution: (c) सूत्र $i = i_0\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$ से, यदि $t = \tau = \frac{L}{R}$ हो तो $i = i_0 e^{-\frac{R}{L}\times\frac{L}{R}} = i_0 e^{-1} = \frac{i_0}{e}$ $\therefore$ $t = \frac{L}{R} = \frac{50}{10} = 5\,sec$

Example: 72 एक परिनालिका का प्रेरकत्व 50 *mH* तथा प्रतिरोध 0.025 Ω है। यदि इसे एक बैटरी से जोड़ा जाये तो कितने समय से परिपथ की धारा स्थायी मान का आधा हो जायेगी

(a) 1.34 *ms* (b) 1.2 *ms* (c) 6.32 *ms* (d) 0.23 *ms*

Solution: (a) $i = i_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$; यहाँ $i = \frac{1}{2}i_0$ एवं $\tau = \frac{L}{R}$ अतः $\frac{1}{2}i_0 = i_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ एवं $\frac{1}{2} = e^{-\frac{t}{\tau}}$ एवं $2 = e^{+\frac{t}{\tau}}$

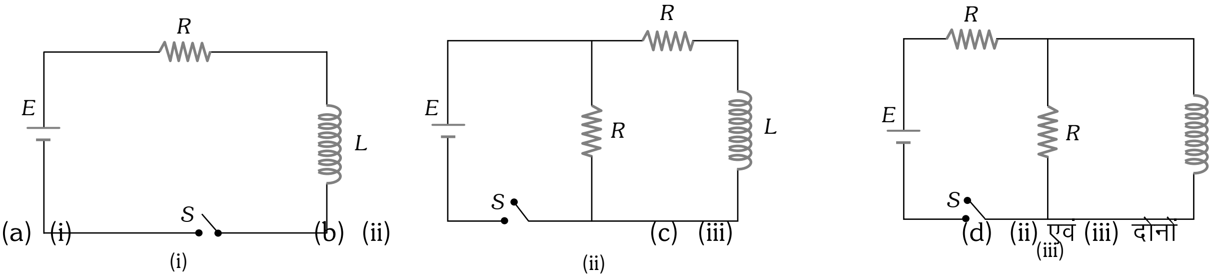
अतः $t = \tau \log_e 2 = \frac{50\times 10^{-3}}{0.025}\times 0.693 = 1.34\times 10^{-3}\,s = 1.34\,milli\,second$

Example: 73 एक कुण्डली, जिसका प्रेरकत्व $L = 5\times 10^{-3}$ *henry* एवं प्रतिरोध R = 180 *ohm* है, के सिरों पर अचानक 50 *volt* का विभवान्तर आरोपित किया जाता है तो 0.001 *sec* के बाद धारा के बढ़ने की दर होगी [MP PET 1994]

(a) 27.3 *amp /sec* (b) 27.8 *amp/sec* (c) 2.73 *amp/sec* (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

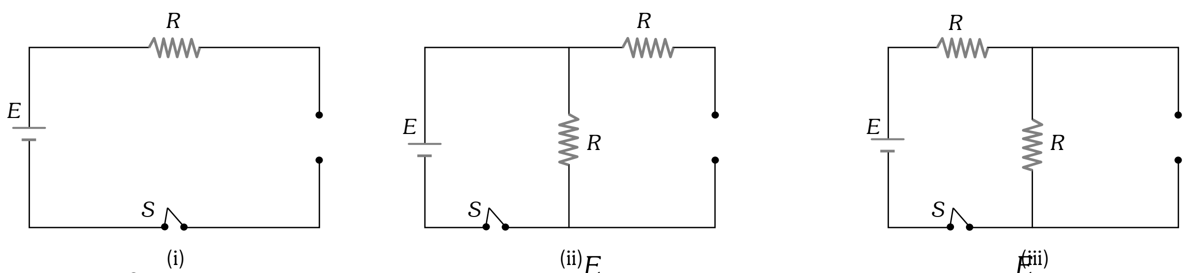
Solution: (d) $i = i_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \Rightarrow \frac{di}{dt} = i_0 e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{R}\cdot\frac{R}{L}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{L}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{50}{5\times 10^{-3}}.e^{-\frac{180}{5\times 10^{-3}}\times 10^{3}} = 10^{-2}\times e^{-36}$

Example: 74 दिये गये किस परिपथ के लिए स्विच S को दबाने पर परिपथ की धारा महत्तम होगी



(a) (i) (b) (ii) (c) (iii) (d) (ii) एवं (iii) दोनों

Solution: (b) चूँकि समय t = 0 *sec* पर L से प्रवाहित धारा शून्य है, इसलिए यह खुले परिपथ की भांति व्यवहार करता है। अतः दिये परिपथ निम्न प्रकार से पुनः बनाये जा सकते हैं।



$i_1 = 0$ $i_2 = \frac{E}{R}$ $i_3 = \frac{E}{2R}$

अतः $i_2 > i_3 > i_1$

Example: 75 एक दोलित्र परिपथ का प्रेरकत्व 0.5 *mH* एवं धारिता 20μF है, तो परिपथ की अनुनादी आवृत्ति होगी [Kerala (Engg.) 2002]

(a) 15.92 *Hz* (b) 159.2 *Hz* (c) 1592 *Hz* (d) 15910 *Hz*

Solution: (c) $\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.5\times 10^{-3}\times 20\times 10^{-6}}} \approx 1592 Hz$

Tricky example: 8

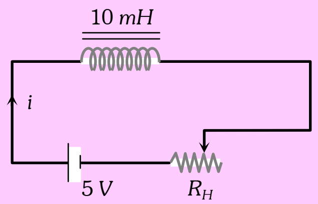
निम्न परिपथ का प्रतिरोध बढ़ रहा है। यदि किसी क्षण परिपथ का प्रतिरोध 10Ω हो तो परिपथ में धारा होगी

(a) $i = 0.5\,A$

(b) $i > 0.5\,A$

(c) $i < 0.5\,A$

(d) $i = 0$



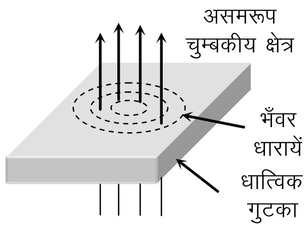
Solution : (b) यदि परिपथ का प्रतिरोध (10Ω) नियत हो तो परिपथ की नियत धारा $i = \frac{5}{10} = 0.5\,A$ लेकिन प्रतिरोध बढ़ रहा है अर्थात् परिपथ की धारा घट रही है। अतः परिपथ में प्रेरकत्व उत्पन्न होगा परिणामस्वरूप प्रेरित धारा, मुख्य धारा की दिशा में होगी। अतः परिपथ में प्रवाहित कुल धारा $i > 0.5\,A$

विद्युत चुम्बकीय प्रेरण के अनुप्रयोग

(1) भंवर धारायें

जब किसी चालक पदार्थ से बनी मोटी पट्टिका पर एक परिवर्ती चुम्बकीय फ्लक्स आरोपित किया जाता है तो इसमें जल में उत्पन्न भंवर के समान चक्करदार प्रेरित धारायें उत्पन्न हो जाती है। इन्हें भँवर धारायें कहते हैं। चालक पट्टिका के अल्प प्रतिरोध के कारण भँवर धाराओं का परिमाण प्रायः बहुत अधिक होता है। अतः ये चालक पट्टिका को गर्म कर देती है।

भँवर धाराओं का प्रायोगिक अध्ययन सर्वप्रथम फोको ने किया था इसलिए इन्हें फोको धारायें भी कहते हैं।



(i) भँवर धाराओं से हानियाँ

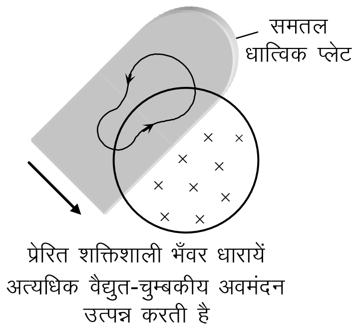
(a) धात्विक गुटके में उत्पन्न भँवर धाराओं के कारण विद्युत ऊर्जा ऊष्मा के रूप में अपव्यय होती है।

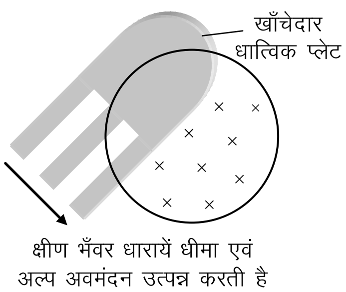
(b) भँवर धाराओं के कारण उत्पन्न ऊष्मा से विद्युत मशीनों एवं उपकरणों में लगा विद्युतरोधी पदार्थ (insulaton) खराब हो जाता है।

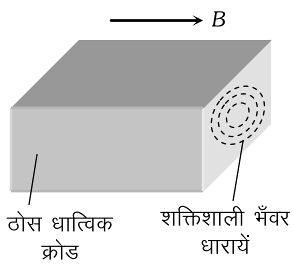
(c) भँवर धारायें अनावश्यक अवमन्दन उत्पन्न करती हैं।

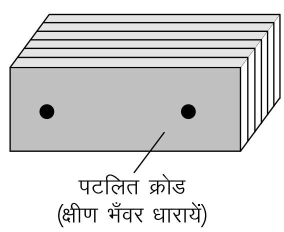
(ii) भँवर धाराओं के कारण होने वाली हानियाँ को कम करना

धात्विक पट्टिका को पटलित या खाँचेदार बनाकर इसका प्रतिरोध बढ़ाते हैं परिणामस्वरूप भँवर धाराओं का परिमाण कम हो जाता है अर्थात् इनके कारण होने वाली हानियाँ कम हो जाती है। खाँचे (slots) एवं पट्टन (lamination) (विद्युतरोधी पदार्थ) भँवर धाराओं के चालन-मार्ग को कम कर देते हैं परिणामस्वरूप भँवर धाराओं का परिमाण कम हो जाता है।









(iii) भँवर धाराओं के अनुप्रयोग : यद्यपि अधिकांशतः भँवर धारायें अनावश्यक होती है परन्तु इनके कुछ महत्वपूर्ण अनुप्रयोग निम्न प्रकार हैं

(a) रुदद्धोल धारामापी : वह धारामापी जिसका संकेतक (धारा प्रवाहित होने पर) तुरन्त बिना दोलनों के अपनी अन्तिम सन्तुलन स्थिति में पहुँच जाये।

हम जानते हैं कि चलकुण्डल धारामापी की कुण्डली एल्युमीनियम के एक हल्की क्रोड पर लिपटी रहती है। जब इसमें प्रवाहित धारा के कारण उत्पन्न बल-आघूर्ण के फलस्वरूप कुण्डली घूमती है तो एल्युमीनियम क्रोड भी चुम्बकीय क्षेत्र में घूमती है। परिणामस्वरूप क्रोड में भँवर धारायें उत्पन्न होती है जो लैन्ज नियमानुसार उस परिवर्तन का विरोध करती है जिसके कारण वे उत्पन्न होती है। अतः (भँवर धारायें) साम्य स्थिति के परितः होने वाले दोलनों को अवमंदित कर देती है।

(b) विद्युत ब्रेक : विद्युत ट्रेनों को रोकने के लिए विद्युत ब्रेकों का उपयोग किया जाता है। पहिए की धुरी के साथ एक ड्रम लगा रहता है जो पहिए के साथ-साथ घूमता है।

जब ट्रेन को रोकना होता है तो ड्रम के पास तीव्र चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न कर दिया जाता है जिससे ड्रम में तीव्र भँवर धारायें उत्पन्न हो जाती हैं जो ड्रम के साथ-साथ पहिए को भी रोक देती हैं।

(c) प्रेरण भट्टी : यदि किसी धातु को तीव्र परिवर्तनशील चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाये तो उसमें प्रबल भँवर धारायें उत्पन्न हो जाती हैं। जिससे इतनी अधिक ऊष्मा उत्पन्न होती है कि धातु पिघल जाती है। यही प्रेरण भट्टी का सिद्धान्त है।

(d) गतिमापी : वाहनों के गतिमापी में एक चुम्बक मुख्य शॉफ्ट (या पहिए की धुरी) से जुड़ी रहती है एवं यह पहिए की घूर्णी चाल के अनुसार घूमती है। यह चुम्बक बहुत हल्की स्प्रिंगों (hair springs) की सहायता से एल्युमीनियम के एक हल्के फ्रेम स्थित होती है। जब यह चुम्बक घूमती है तो इसके साथ जुड़ा ड्रम में भँवर धारायें उत्पन्न होती हैं, परिणामस्वरूप ड्रम एक निश्चित कोण से घूम जाता है, यह कोण अंशाकित स्केल पर वाहन की गति को दर्शाता है।

(*e*) ऊर्जामापी : ऊर्जामापी में आर्मेचर कुण्डली के रूप में एक एल्युमीनिमय चकती, स्थायी चाल चुम्बक के दो ध्रुवों के बीच में घूर्णन करती है। जैसे ही कुण्डली घूमती है इसमें प्रेरित धारायें इसकी गति का विरोध करती है इस अवमंदन के कारण उत्पन्न विक्षेप व्यय ऊर्जा के समानुपाती होता है।

(2) dc **मोटर**

यह विद्युत ऊर्जा को यांत्रिक ऊर्जा में परिवर्तित करती है।

(i) सिद्धान्त : इसकी कार्य प्रणाली इस सिद्धान्त पर आधारित है कि जब किसी धारावाही कुण्डली को चुम्बकीय क्षेत्र में रखा तो उसमें एक बल-आघूर्ण उत्पन्न हो जाता है यह बल-आघूर्ण कुण्डली को घुमाता है।

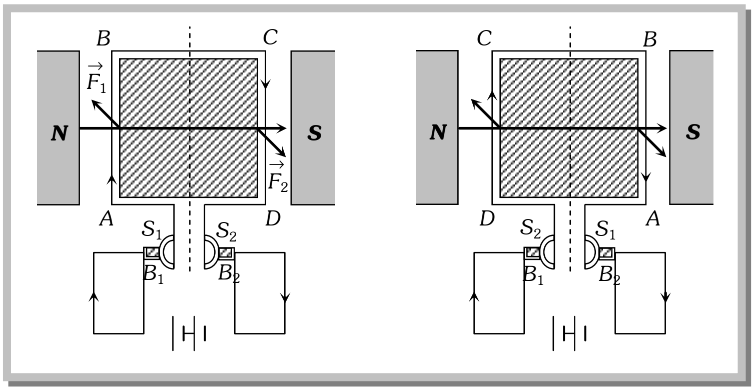
(ii) बनाबट : इसके मुख्य भाग (चित्र) हैं

ABCD = आर्मेचर

S_1, S_2 = विभक्त वलय दिक्परिवर्तक

B_1, B_2 = कार्बन ब्रुश

N, *S* = शक्तिशाली चुम्बकीय ध्रुव



(iii) कार्य-विधि : चित्रानुसार कुण्डली की किसी भी भुजा पर कार्यरत् चुम्बकीय बल सूत्र $F = i(l \times B)$ द्वारा निरुपित होता है। अतः भुजा *AB* पर कार्यरत् बल की दिशा कागज-तल के अभिलम्बवत् अन्दर की ओर है। इसी प्रकार भुजा *CD* पर कार्यरत् बल, *AB* के बराबर एवं दिशा में विपरीत हैं इसीलिए कुण्डली (ऊपर से देखने पर) दक्षिणावर्त दिशा में घूमती है। *AB* में धारा दिक्परिवर्तक द्वारा विपरीत दिशा में बहती है। जिसके फलस्वरूप *AB* और *CD* पर पहले की दिशा में ही बल लगते हैं परिणामस्वरूप कुण्डली एक ही दिशा में घूमती रहती है।

(iv) विरोधी वि.वा.बल (Back emf) : जब विद्युत् मोटर में विद्युत् धारा प्रवाहित की जाती है, तो उसका आर्मेचर चुम्बकीय क्षेत्र में घूमना प्रारम्भ कर देता है। इस समय आर्मेचर से बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन होता है।

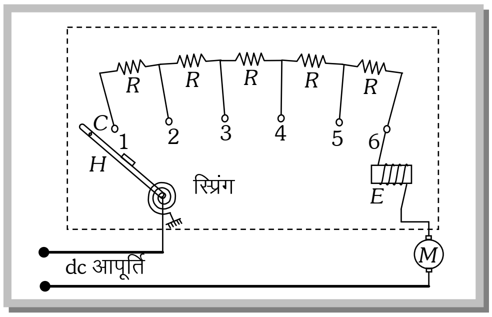
अतः उसमें मुख्य धारा के विपरीत दिशा में प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न हो जाता है। इस प्रेरित वि.वा.बल को विरोधी वि.वा.बल (Back e.m.f.) कहते हैं। अतः ओम के नियम से विरोधी वि.वा.बल $\boldsymbol{e = E - iR}$ जहाँ R आर्मेचर का प्रतिरोध है। विरोधी वि.वा.बल का मान कोणीय वेग एवं चुम्बकीय क्षेत्र B पर निर्भर करता है। $e \propto \omega$ यदि B नियत है, अर्थात् $e = k\omega\,(e = NBA\omega \sin\omega t)$

माना कि e = प्रेरित वि.वा.बल का परिमाण, E = आरोपित वोल्टेज का परिमाण, R = आर्मेचर प्रतिरोध, i = आर्मेचर धारा तब ओम नियम से $i = \dfrac{E+(-e)}{R} = \dfrac{E-e}{R}$ या $iR = E - e$

(v) मोटर में प्रवाहित धारा : $i = \dfrac{E-e}{R} = \dfrac{E-k\omega}{R}$ प्रारम्भ में $\omega = 0$ एवं $e = 0$ अतः $i = \dfrac{E}{R}$ = अधिकतम

इस तीव्र धारा से आर्मेचर क्षतिग्रस्त हो सकता है। इसी प्रकार यदि विद्युत् पूर्ति एकाएक बन्द हो जाती है, तो आर्मेचर में प्रबल वि. वा. बल उत्पन्न हो जाता है जो आर्मेचर को नुकसान पहुँचा सकता है।

अतः मोटर के आर्मेचर को क्षतिग्रस्त होने से बचाने के लिए उसके साथ श्रेणी क्रम में उच्च मान का एक परिवर्ती प्रतिरोध लगाया जाता है जिसे स्टार्टर कहते हैं। प्रतिरोध का मान धीरे-धीरे कम करते हैं परिणामस्वरूप मोटर पूर्ण गति को प्राप्त कर लेते हैं



प्रारम्भ में $t = 0$ पर प्रतिरोध का मान अधिकतम होता है इसका मान स्प्रिंग एवं विद्युत चुम्बकीय व्यवस्था द्वारा नियंत्रित होता है। मोटर जब सुरक्षित गति प्राप्त कर लेती है तो इसका मान शून्य कर देते हैं।

❑ छोटी मोटरों का प्रतिरोध बड़ी मोटरों की तुलना में उच्च होता है। अतः इन्हें चालू करने के लिये स्टार्टर की आवश्यकता नहीं होती।

(vi) यांत्रिक शक्ति एवं दक्षता : निवेशी विद्युत शक्ति $P_{in} = Ei$, ऊष्मा के रूप में व्यय शक्ति = i^2R एवं शेष शक्ति = $Ei - i^2R = ei$, इसे मोटर में उत्पन्न यांत्रिक शक्ति कहते हैं। अतः $P_{\text{यांत्रिक}} = ei$; मोटर की दक्षता $= \dfrac{\text{निर्गत शक्ति}}{\text{निवेशित शक्ति}} = \dfrac{ei}{Ei}$ या $\eta = \dfrac{e}{E}\,\dfrac{\text{विरोधी वि. वा. बल}}{\text{आरोपित वोल्टेज}}$

❑ यदि $e = \dfrac{E}{2}$ है तब ei (यांत्रिक शक्ति) अधिकतम होगी अर्थात् दक्षता भी अधिकतम होगी $\eta_{max.} = \dfrac{E/2}{E} \times 100 = 50\%$

(vii) dc मोटर के उपयोग : इसका उपयोग विद्युत ट्रेनों, रोलिंग मिल, विद्युत क्रेन, विद्युत उत्थापक (लिफ्ट), पंखों एवं ब्लोअर, अपकेन्द्रीय पंपों, एयर कम्प्रेशर आदि में किया जाता है।

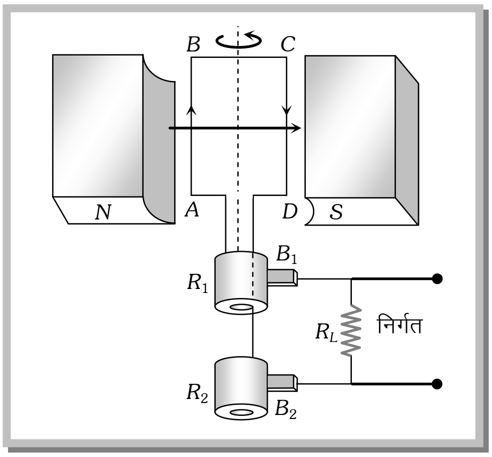
(3) ac जनित्र/डायनेमो

यह ऐसी युक्ति है जो यांत्रिक ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में परिवर्तित कर देती है।

(i) सिद्धान्त : यह विद्युत चुम्बकीय प्रेरण के सिद्धान्त पर कार्य करता है, अर्थात् जब किसी कुण्डली को एक समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में घुमाया जाता है तो इसमें एक प्रेरित वि.वा.बल उत्पन्न हो जाता है।

(ii) बनावट : इसके मुख्य भाग निम्न हैं

(a) आर्मेचर : यह एक आर्मेचर कुण्डली ($ABCD$) होती है जिसमें पृथक्कृत तारों के कई लपेटे होते हैं। यह कुण्डली नर्म लोहे के एक क्रोड पर लिपटी रहती हे। स्थायी चुम्बक के ध्रुवों के बीच इसे तीव्र गति से घुमाया जाता है।



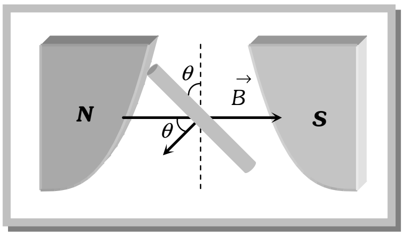
(b) शक्तिशाली चुम्बकीय क्षेत्र : यह एक अतिशक्तिशाली चुम्बक होता है जिसके ध्रुव अवतल होते हैं। इनके मध्य शक्तिशाली क्षेत्र में आर्मेचर को तीव्र गति से घुमाते हैं ताकि आर्मेचर की अक्ष चुम्बकीय बल-रेखाओं के लम्बवत् रहे।

(c) सर्पी वलय : कुण्डली के सिरे अलग-अलग पृथक्कृत धात्विक वलयों R_1 और R_2 से जोड़ दिये जाते हैं। ये वलय समअक्षीय होते हैं तथा कुण्डली के साथ-साथ घूमते हैं।

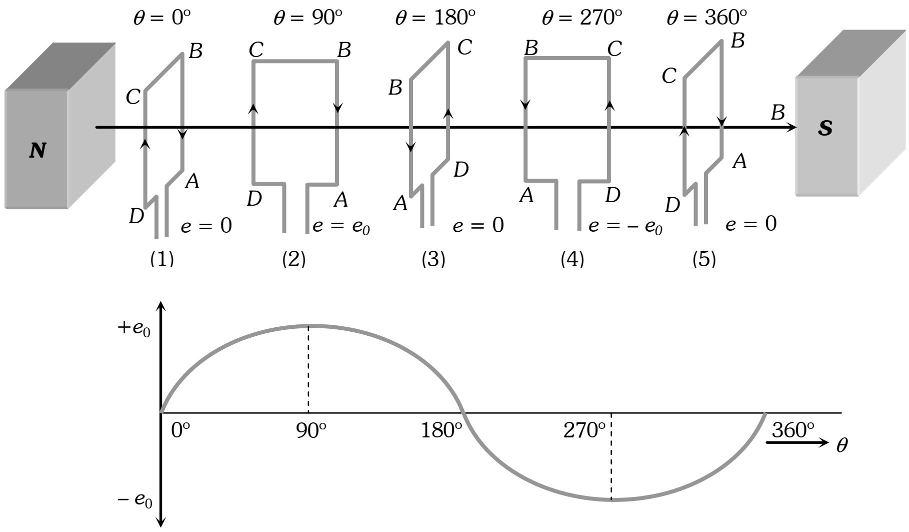
(d) ब्रुश : आर्मेचर से बाहय लोड प्रतिरोध (R) तक धारा ले जाने के लिए दो ब्रुश (B_1 और B_2) का उपयोग किया जाता है। जैसे वलय घूमते हैं वैसे ही ब्रुश इनके सम्पर्क में लगातार बने रहते हैं तथा उनके ऊपर दाब आरोपित किए रहते हैं।

(iii) कार्य-विधि : जब आर्मेचर $ABCD$ को किसी बाहरी स्रोत (Prime mover) से घुमाया जाता है तो इससे सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन होता है परिणाम स्वरूप इससे प्रेरित वि.वा.बल प्रेरित हो जाता है। कुण्डली $ABCD$ में प्रेरित वि.वा.बल एवं धारा की दिशा फ्लेमिंग के दाहिने हाथ के नियम से ज्ञात की जा सकती है। कुण्डली के आधे चक्र में धारा ब्रुश B_1 से B_2 की ओर एवं अगले आधे चक्र में विपरीत दिशा में (B_2 से B_1 की ओर) प्रवाहित होती है। यह प्रक्रिया चलती रहती है। अतः उत्पन्न वि.वा.बल प्रत्यावर्ती प्रकृति का होता है

$$e = -\frac{Nd\phi}{dt} = NBA\omega \sin \omega t = e_0 \sin\omega t \text{ जहाँ } e_0 = NBA\omega$$



$$i = \frac{e}{R} = \frac{e_0}{R}\sin \omega t = i_0 \sin \omega t \text{ ; } R \rightarrow \text{परिपथ का कुल प्रतिरोध}$$



❒ उत्पन्न ac की आवृत्ति $[f_{AC}] = \frac{NP}{2}$, यहाँ P = चुम्बकीय ध्रुवों की संख्या, N = आर्मेचर कुण्डली की घूर्णन आवृत्ति चक्र प्रति सैकण्ड में

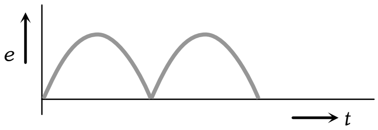
❒ (a) एक सरल जनरेटर के लिए $P = 2 \Rightarrow f_{ac} = N$ (b) व्यापक जनरेटर में $P > 2 \Rightarrow f_{ac} > N$

❒ एक निश्चित आवृत्ति की ac उत्पन्न करने के लिए बहु-पोलों (multiple pole-generator) जनरेटर अधिक मितव्ययी है।

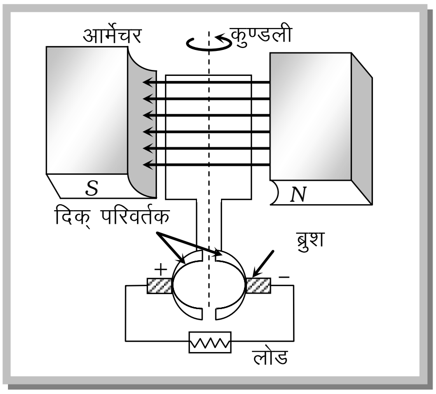
(4) dc जनरेटर

इसके निर्गत में प्राप्त वि.वा.बल (या धारा) dc होती है। इसके मुख्य घटक हैं – आर्मेचर कुण्डली, क्षेत्र चुम्बक *NS*, दिक् परिवर्तक एवं ब्रुश।

dc जनरेटर में सर्पी वलय के स्थान पर दिक् परिवर्तक (Commutator) का उपयोग किया जाता है। यह आर्मेचर के साथ-साथ घूमता है। इसकी सहायता से बाहरी परिपथ में धारा की दिशा निश्चित रहती है। अर्थात् dc प्राप्त होती है।



(एकल लूप *dc* जनरेटर के एक चक्र के लिए निर्गत)



❒ बड़े-बड़े जनरेटरों की व्यवहारिक दक्षता लगभग 92% से 95% तक होती है।

Concepts

- *dc मोटर एक बहुउपयोगी उपकरण है। यह ऐसे उपयोगों (Loads) में जहाँ उच्च प्रारम्भिक बल-आघूर्ण, उच्च त्वरण एवं उच्च मंदन की आवश्यकता होती है, अत्यधिक उपयोगी है।*
- *बनावट की दृष्टि से dc जनरेटर एवं dc मोटर में कोई अंतर नहीं है। वास्तव में dc मशीन को dc जनरेटर या मोटर की भाँति प्रयोग कर सकते हैं।*
- *सभी डायनेमों एवं मोटरों पर अंकित मान पूर्ण गति पर दिये जाते हैं उदाहरण के लिए 5 kW, 100 V, 1000 चक्कर प्रति मिनिट का एक डायनेमों, 100 वोल्टेज पर 5kW शक्ति प्रदान करता है एवं पूर्ण भारित होने पर इसकी घूर्णन चाल 1000 चक्र प्रति मिनिट होगी।*

Example: 76 एक dc मोटर के आर्मेचर का प्रतिरोध 20 Ω है एवं 220 *volts* dc सप्लाई पर 1.5 *A* की धारा प्रवाहित होती है। प्रेरित विरोधी वि.बा.बल का मान होगा

(a) 150 *V* (b) 170 *V* (c) 180 *V* (d) 190 *V*

Solution: (d) $e = E - iR = 220 - 1.5 \times 20 = 190\ V$

Example: 77 एक विद्युत मोटर के आर्मेचर का प्रतिरोध 1Ω है एवं यह 10 *V* dc स्त्रोत से जुड़ा है। जब परिपथ मे कोई लोड प्रतिरोध नहीं है तो 2 *A* की धारा प्रवाहित होती है, लेकिन जब परिपथ में लोड (Load) प्रतिरोध जोड़ा जाता है तो इसकी गति पूर्वमान का आधी हो जाती है। परिपथ में धारा होगी

(a) 7 *amp* (b) 6 *amp* (c) 2 *amp* (d) 4 *amp*

Solution: (a) वि.वा.बल $e \propto$ वेग एवं $e = E - iR = 12 - 2 \times 1 = 10\ V$

$$e' = \frac{e}{2} = E - i'R \Rightarrow 5 = 12 - i' \times 1 \Rightarrow i' = 7\ amp$$

Example: 78 यदि डायनेमो आर्मेचर (Dynamo armature) की घूर्णन गति दुगुनी कर दी जाये तो प्रेरित वि.वा.बल का मान होगा [MP PET/PMT 1998]

(a) आधा (b) दोगुना (c) चार गुना (d) अपरिवर्तित होगा

Solution: (b) $e \propto \omega$ अतः जब ω दोगुना होगा, तो वि.वा.बल '*e*' भी दोगुना हो जाएगा।

Example: 79 एक ac डायनेमो में प्रेरित वि.वा.बल का शिखर मान 60 *volts* है। प्रेरित वि.वा.बल का मान उस समय क्या होगा जब आर्मेचर कुण्डली के लम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा से 30° का कोण बनाता है

(a) 20 *volts* (b) $30\sqrt{3}$ *volts* (c) 30 *volts* (d) 45 *volts*

Solution: (c) $e = e_0 \sin \omega t = e_0 \sin \theta = 60 \sin 30^\circ = 30$ *volts*

Example: 80 एक ac डायनेमो के आर्मेचर (armature) में फेरों की संख्या चार गुनी कर दी जाती है एवं इसका कोणीय वेग 9 गुना कर दिया जाता है तो प्रेरित वि.वा.बल का अधिकतम मान होगा

(a) 36 गुना (b) 12 गुना (c) 6 गुना (d) 18 गुना

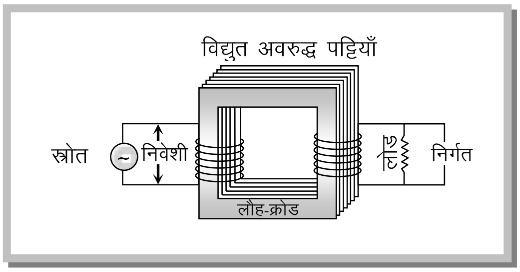
Solution: (a) $e = e_0 \sin \omega t$ यहाँ $e_0 = \omega NBA = e_0' = (9\omega)(4N)BA = 36e_0$

ट्रांसफॉर्मर

यह एक ऐसी वैद्युत युक्ति है जिसे प्रत्यावर्ती धारा के विभव को परिवर्तित करने के लिए प्रयुक्त किया जाता है। यह अन्योन्य प्रेरण (Mutual induction) के सिद्धान्त पर कार्य करता है। इसकी रचना सबसे पहले फैराडे ने की थी। इसमें तीन भाग होते हैं : प्राथमिक कुण्डली, द्वितीयक कुण्डली एवं पटलित क्रोड।

जो कुण्डली स्रोत से जुड़ी होती है उसे प्राथमिक एवं दूसरी कुण्डली को द्वितीयक कुण्डली कहते हैं, इससे लोड जोड़ा जाता है। एक कुण्डली में मोटे तार के कम फेरे तथा दूसरी कुण्डली में पतले तार के अधिक फेरे होते हैं

प्राथमिक कुण्डली में प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित करने पर यह एक परिवर्ती चुम्बकीय फ्लक्स उत्पन्न करती है। यह फ्लक्स क्रोड के माध्यम से द्वितीयक कुण्डली से सम्बद्ध होता है। यह परिवर्ती फ्लक्स फैराडे के नियमानुसार द्वितीयक में एक प्रत्यावर्ती वि.वा.बल उत्पन्न करता है। चूँकि चुम्बकीय बल रेखायें एक बन्द वक्र होती है अतः प्राथमिक के प्रति फेरे से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स द्वितीयक के प्रति फेरे से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स के तुल्य होता है।



(i) ट्रॉन्सफार्मर केवल ac पर कार्य करता है, dc पर नहीं।

(ii) यह वोल्टेज एवं धारा को एक साथ घटा या बढ़ा सकता है, परन्तु दोनों को नहीं।

(iii) ट्रॉंसफार्मर में निवेशित ac सप्लाई की आवृति नियत रहती है।

(iv) प्राथमिक एवं द्वितीयक कुण्डलियों के बीच कोई विद्युत सम्पर्क नहीं होता है, दोनों चुम्बकीय रूप से युग्मित होती हैं।

(v) प्राथमिक एवं द्वितीयक कुण्डली के बीच प्रभावी प्रतिरोध अनन्त होता है।

(vi) ट्रॉंसफार्मर की प्रत्येक कुण्डली में फ्लक्स प्रति फेरे समान होना चाहिए अर्थात् $\phi_S = \phi_P$; $-\frac{d\phi_S}{dt} = -\frac{d\phi_P}{dt}$

(vii) मान लीजिए

N_P = प्राथमिक में फेरों की संख्या ; N_S = द्वितीयक में फेरों की संख्या

V_P = प्राथमिक में आरोपित वोल्टेज; V_S = द्वितीयक में निर्गत वोल्टेज

e_P = प्राथमिक में प्रेरित वि.वा.बल ; e_S = द्वितीयक में प्रेरित वि.वा.बल

ϕ = प्राथमिक एवं द्वितीयक दोनों से सम्बद्ध फ्लक्स

i_P = प्राथमिक में धारा; i_S = द्वितीयक में धारा

R_P = प्राथमिक का प्रतिरोध; R_S = द्वितीयक का प्रतिरोध

t_P = प्राथमिक में फेरे की मोटाई; t_S = द्वितीयक में फेरे की मोटाई

एक आदर्श ट्राँसफार्मर में शक्ति हानि शून्य है अर्थात् $P_{\text{निर्गत}} = P_{\text{निवेशी}}$ एवं $e = V$

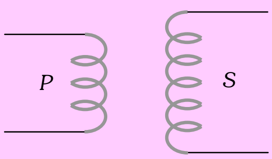
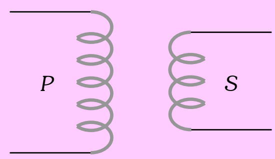
$\therefore \quad V_S i_S = V_P i_P$ एवं $V_P \approx e_P, \; V_S \approx e_S$

फैराडे के नियमानुसार $e_S = -N_S \dfrac{d\phi}{dt}, e_P = -N_P \dfrac{d\phi}{dt}$

अतः $\quad \dfrac{\boldsymbol{e_S}}{\boldsymbol{e_P}} = \dfrac{\boldsymbol{N_S}}{\boldsymbol{N_P}} = \dfrac{\boldsymbol{V_S}}{\boldsymbol{V_P}} = \dfrac{\boldsymbol{i_P}}{\boldsymbol{i_S}} = \boldsymbol{k}$; $\quad k$ = परिणमन अनुपात (फेरों का अनुपात)

उपरोक्त विवरण से स्पष्ट है ट्राँसफार्मर की जिस कुण्डली में फेरों की संख्या अधिक होती है उसमें प्रेरित वि.वा.बल अधिक परन्तु धारा कम होती है। चूँकि वोल्टेज बढ़ाने पर धारा घटती है, इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि वोल्टेज में वृद्धि धारा की कमी से पूर्ण होती है।

(viii) ट्राँसफार्मर के प्रकार : ट्राँसफार्मर दो प्रकार का होता है

उच्चायी ट्राँसफार्मर	अपचायी ट्राँसफार्मर
यह वोल्टेज को बढ़ाता है एवं धारा को कम करता है। उच्चायी ट्राँसफॉर्मर में प्राथमिक कुण्डली कम फेरों वाली (मोटी) होती है तथा द्वितीयक (secondary) अधिक फेरों वाली (पतली)।	यह वोल्टेज को कम करता है एवं धारा को बढ़ाता है। अपचायी ट्राँसफॉर्मर में अधिक फेरों वाली (पतली) कुण्डली प्राथमिक (primary) है तथा कम फेरों वाली (मोटी) द्वितीयक कुण्डली कहलाती है।
$V_S > V_P$ $N_S > N_P$ $E_S > E_P$ $i_S < i_P$ $R_S > R_P$ $t_S > t_P$ $k > 1$  	$V_S < V_P$ $N_S < N_P$ $E_S < E_P$ $i_S > i_P$ $R_S < R_P$ $t_S > t_P$ $k < 1$ 

(ix) ट्राँसफार्मर की दक्षता (η) : ट्राँसफार्मर की दक्षता ($\eta\%$) = $\dfrac{\text{द्वितीयक कुण्डली से प्राप्त ऊर्जा}}{\text{प्राथमिक कुण्डली को दी गयी ऊर्जा}} \times 100$

अर्थात् $\quad \eta\% = \dfrac{P_{out}}{P_{in}} \times 100 = \dfrac{V_S i_S}{V_P i_P} \times 100$

एक आदर्श ट्राँसफार्मर की दक्षता 1 (अथवा 100%) होती है परन्तु विभिन्न रूपों में ऊर्जा के ह्रास के कारण व्यवहार में सभी ट्राँसफार्मरों की दक्षता 100% से कम होती है। ट्राँसफार्मर में कोई भी भाग घूर्णन नहीं करता है अतः यांत्रिक ऊर्जा हानि कम होती है। इसलिए इसकी दक्षता बहुत अधिक (90 से 95%) होती है।

व्यवहारिक ट्राँसफार्मर के लिए $P_{\text{निवेशी}} = P_{\text{निर्गत}} + P_{\text{हानियाँ}} \quad \therefore \quad \eta = \dfrac{P_{\text{निर्गत}}}{P_{\text{निवेशी}}} \times 100 = \dfrac{P_{\text{निर्गत}}}{(P_{\text{निर्गत}} + P_L)} \times 100 = \dfrac{(P_{\text{निवेशी}} - P_L)}{P_{\text{निवेशी}}} \times 100$

(x) ट्राँसफार्मर में ऊर्जा क्षय : ट्राँसफार्मर में होने वाली ऊर्जा हानियाँ निम्न हैं

(a) ताम्र ह्रास (i^2R) : ट्रॉंसफार्मर की प्राथमिक तथा द्वितीयक कुण्डलियों में विद्युत्–धारा प्रवाहित होने से ताँबे के तारों में ($H = i^2Rt$) ऊष्मा उत्पन्न होती है जिससे ऊर्जा-क्षय होता है। इस प्रकार के ऊर्जा-क्षय को ताम्र ह्रास कहते हैं। इसको कम करने के लिए कुण्डलियों को ताँबे के मोटे तारों से बनाते हैं।

(b) लौह हानि : इसके दो प्रकार हैं

भँवर धाराओं के कारण ऊर्जा हानि : ट्रॉंसफार्मर की क्रोड में उत्पन्न भँवर धाराओं के कारण कुछ ऊर्जा, उष्मा के रूप में अपव्यय होती है। इसको कम करने के लिए इसकी क्रोड को पटलित करते हैं एवं क्रोड की प्रतिरोधकता बढ़ाने के लिए इसमें सिलिकॉन मिलाते हैं।

शैथिल्य : प्राथमिक कुण्डली में प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित होने के कारण लोहे की क्रोड़ बार–बार चुम्बकित एवं विचुम्बकित होती रहती है। इससे क्रोड़ गरम हो जाता है और ऊर्जा क्षय होता है। इस प्रकार के ऊर्जा–ह्रास को शैथिल्य ह्रास कहते हैं। इसको कम करने के लिए क्रोड़ कच्चे लोहे का या नरम लोहे का बनाया जाता है। आजकल ट्रॉंसफार्मर की क्रोड बनाने में परमलॉय (Permalloy) (*Fe*-22%, *Ni*-78%) का भी उपयोग करते हैं।

(c) चुम्बकीय फ्लक्स क्षरण : व्यवहार में, प्राथमिक कुण्डली से बद्ध समस्त चुम्बकीय फ्लक्स का द्वितीयक कुण्डली से सम्बद्ध नहीं हो पाता है। कुछ फ्लक्स हवा में क्षरण करता है। इसको कम करने के लिए द्वितीयक वाइडिंग को प्राथमिक वाइडिंग के ऊपर लपेटते हैं।

(d) कम्पनों के कारण हॉनियाँ : प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित होने के कारण ट्रॉंसफार्मर की क्रोड में कम्पन्न होने लगते हैं, जिसके काण भनभनाहट (humming) की ध्वनि उत्पन्न होती है

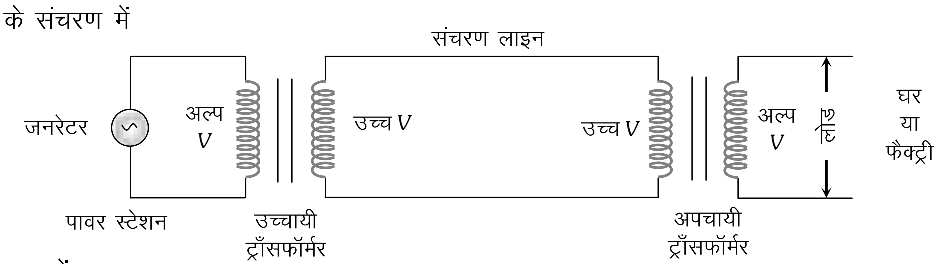
(xi) ट्रॉंसफार्मर के उपयोग : इसका उपयोग ac की सभी क्रियाओं में होता है।

(a) TV, रेफ्रीजरेटर कम्प्यूटर, एयर कण्डीश्नर आदि में वोल्टेज रेग्यूलेटर के रूप में

(b) प्रेरण भट्टी में

(c) वेल्डिंग कार्य में अपचायी ट्रॉंसफार्मर का उपयोग होता है।

(d) लम्बी दूरी तक ac के संचरण में



(e) विद्युत ऊर्जा के वितरण में

(f) श्रृव्य आवृत्ति ट्रॉंसफार्मर, रेडियोग्रॉफी, TV रेडियो टेलीफोन आदि में प्रयुक्त होते हैं

(g) रेडियो आवृत्ति ट्रॉंसफार्मर का उपयोग रेडियो संचार में होता है

(h) प्रतिबाधा सुमेलन (impedence matching) में

(xii) प्राथमिक एवं द्वितीयक प्रतिरोधों में सम्बन्ध : जब विद्युत वाहक बल का कोई स्त्रोत, केवल प्राथमिक कुण्डली मे सिरों के मध्य या केवल द्वितीयक कुण्डली के सिरों के मध्य जोड़ा जाए तो ओम का नियम लागू किया जा सकता है किन्तु ट्रॉंसफार्मर में ओम का नियम लागू नहीं किया जा सकता क्योंकि प्राथमिक तथा द्वितीयक कुण्डलियाँ एक-दूसरे से विद्युततः जुड़ी हुई नहीं होती। किन्तु जब भी कभी प्राथमिक तथा द्वितीयक कुण्डली से एक-दूसरे को आपस में जोड़कर अन्य दो सिरों के मध्य वि.वा.बल का स्त्रोत जोड़ जाए तब भी ओम का नियम लागू किया जा सकता है।

अतः यदि केवल प्राथमिक वोल्टेज को बढ़ाया जाए तो प्राथमिक धारा भी बढ़ती है। इसी प्रकार यदि द्वितीयक कुण्डली के सिरों पर वोल्टेज को बढ़ाया जाए तो द्वितीयक धारा भी बढ़ती है। किन्तु ट्रॉंसफार्मरों में जिस भुजा के सिरों पर अधिक वोल्टेज हो उसमें धारा कम प्रवाहित होती है। हम जानते हैं कि यदि उच्च वोल्टेज कुण्डली में वोल्टेज k गुना अधिक हो तो धारा k गुना कम होती है। यह तभी सम्भव है जब उच्च वोल्टेज कुण्डली का प्रतिरोध निम्न वोल्टेज कुण्डली के प्रतिरोध से k^2 गुना अधिक हो।

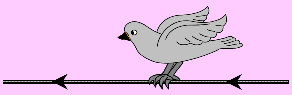
इस प्रकार $R_{H.V.} = k^2 R_{L.V.}$ (यहाँ $k > 1$)

अतः उच्च वोल्टेज कुण्डली में पतले तार के अधिक फेरे होते हैं।

इसी प्रकार निम्न वोल्टेज कुण्डली में फेरों की संख्या अधिक तथा तार मोटा होता है। इस तथ्य को इस प्रकार याद रखा जा सकता है कि उच्च वोल्टेज तथा निम्न वोल्टेज कुण्डलियाँ बनाने में समान मात्रा का ताँबा उपयोग में लाया जाता है।

Concepts

- *जब एक वि.वा.बल स्रोत को केवल प्राथमिक वाइडिंग के सिरों से जोड़े या केवल द्वितीयक वाइडिंग के सिरे पर जोड़े तब हम ओम नियम का उपयोग कर सकते हैं, परन्तु सम्पूर्ण ट्राँसफॉर्मर को एक इकाई मानकर इसमें ओम नियम का उपयोग नहीं कर सकते हैं, क्योंकि प्राथमिक एवं द्वितीयक के बीच कोई विद्युत सम्पर्क नहीं है।*
- *ट्राँन्सफॉर्मर में द्वितीयक परिपथ खुला होने पर भी प्राथमिक में कुछ धारा प्रवाहित होती है जिसे ट्राँन्सफॉर्मर की नो लोड धारा (No load current) कहते हैं। यह नो लोड पर होने वाले ताम्र हानि एवं लौह हानि की पूर्ति करती है।*
- *सभी वैद्युत मशीनों की तुलना में ट्राँन्सफॉर्मर की दक्षता अधिकतम होती है।*
- *जब किसी उच्च वोल्टेज संचरण लाइन (Transmission line) में धारा प्रवाहित करते हैं या इसे चालू (on) करते हैं तब इस पर बैठी चिड़िया के पंख प्रेरण के कारण प्रतिकर्षित होते हैं। परिणामस्वरूप चिड़िया को उड़ने में मदद मिलती है*



Example: 81 एक आदर्श ट्राँसफार्मर की प्राथमिक एवं द्वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या क्रमशः 500 एवं 5000 है। यदि प्राथमिक कुण्डली को 6 *V* बैटरी से जोड़ा जाये तो द्वितीयक कुण्डली के सिरे के बीच वोल्टेज होगा [Orissa JEE 2003]

(a) 0 (b) 60*V* (c) 0.6 *V* (d) 6.0 *V*

Solution: (a) शून्य, क्योंकि ट्राँसफार्मर ac पर कार्य करता है। dc पर नहीं।

Example: 82 एक अपचायी ट्राँसफार्मर (stop-down transformer) का परिणमन अनुपात 0.1 है एवं प्राथमिक कुण्डली में प्रवाहित विद्युत धारा 10 *mA* है तो द्वितीयक कुण्डली में प्रवाहित धारा होगा

(a) 10 *mA* (b) 1 *mA* (c) 1 *mA* (d) 0.1 *A*

Solution: (d) हम जानते हैं कि किसी आदर्श ट्राँसफार्मर में प्राथमिक से द्वितीयक या द्वितीयक से प्राथमिक कुण्डली के बीच धारा या वोल्टेज का परिवर्तन इसके परिणमन अनुपात पर निर्भर करता है चूँकि दिया गया ट्राँसफार्मर अपचायी है (अर्थात् द्वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या कम है) इसीलिए द्वितीयक कुण्डली में प्रवाहित धारा का मान अधिक होगा। अर्थात्

$i_s = \frac{1}{0.1} i_p \quad I_s = 10 \times 10\, mA = 100\, mA = 0.1\, amp$

Example: 83 एक ट्राँसफार्मर 220 *V* सप्लाई से जोड़ा गया है, इसकी प्राथमिक में प्रवाहित धारा का मान क्या होगा जब इसके द्वितीयक को 110 *V*, 550 *W* रेफ्रीजरेटर से जोड़ दिया जाये

(a) 2.5 *A* (b) 0.4 *A* (c) 4 *A* (d) 25 *A*

Solution: (a) $V_p = 220\,V,\ V_s = 110\,V, V_s I_s = 550\,W,$ अब $V_p I_p = V_s I_s$ या $I_p = \frac{V_s I_s}{V_p} = \frac{550}{220} = 2.5A$

Example: 84 एक अपचायी ट्राँसफॉर्मर 200*V* की मेन सप्लाई से जुड़ा है एवं इसकी द्वितीयक से 6*V*, 30*W* का बल्ब प्रकाशित करना है, प्राथमिक कुण्डली में धारा का मान होगा [AMU (Engg.) 1999]

(a) 3 *amp* (b) 1.5 *amp* (c) 0.3 *amp* (d) 0.15 *amp*

Solution: (d) $V_p = 200V,\ V_s = 6V \Rightarrow P_{out} = V_s i_s \Rightarrow 30 = 6 \times i_s \Rightarrow i_s = 5A$

$\frac{V_s}{V_p} = \frac{i_p}{i_s}$ से, $\Rightarrow \frac{6}{200} = \frac{i_p}{5} \Rightarrow i_p = 0.15A$

Example: 85 एक आदर्श ट्रॉंसफॉर्मर 220 Ω प्रतिबाधा के एक उपकरण को संचालित करने के लिए वोल्टेज को 220 *V* से 22 *V* तक कम करता है। प्राथमिक कुण्डली में प्रवाहित धारा होगी

(a) 0.01 *A* (b) 0.1 *A* (c) 0.5 *A* (d) 1.0 *A*

Solution: (a) $V_p = 220\ V,\ \ V_s = 22\ V,\ \ R_s = 220\ \Omega$ द्वितीयक धारा $i_s = \frac{V_s}{R_s} = \frac{22}{220} = \frac{1}{10} amp$

सूत्र $\frac{V_p}{V_s} = \frac{i_s}{i_p}$ से; $i_p = 0.01\,A$

Example: 86 एक ट्रॉंसफॉर्मर का प्राथमिक वोल्टेज V_p, तथा प्राथमिक कुण्डली का प्रतिरोध R_p एवं प्राथमिक व द्वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या क्रमशः N_p एवं N_s है तो प्राथमिक वोल्टेज तथा द्वितीयक वोल्टेज के पदों में द्वितीयक कुण्डली की धारा क्रमशः होगी

(a) $\frac{V_p N_p}{R_p N_s}, \frac{V_s N_p^2}{R_p N_s^2}$ (b) $\frac{V_p N_p^2}{R_p N_s}, \frac{V_s^2 N_p^2}{R_p N_s^2}$ (c) $\frac{V_p N_p}{R_p^2 N_s}, \frac{V_s N^2}{R_p^2 N_s^2}$ (d) $\frac{V_p N_p^2}{R_p N_s^2}, \frac{V_s^2 N_p}{R_p^2 N_s}$

Solution: (a) $\frac{i_s}{i_p} = \frac{N_p}{N_s}$, प्रश्न में दी गई जानकारी के अनुरूप i_p का मान सूत्र $V = iR$ से ज्ञात कर सकते हैं

अतः $i_s = \frac{V_p}{R_p} \times \frac{N_p}{N_s}$ (द्वितीयक धारा V_p के पदों में)

दिये गये परिणाम को द्वितीयक वोल्टेज के पदों में बदलने के लिये V_p के पदों में लिखना होगा अर्थात् $\frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s}$;

$V_p = \frac{V_s N_p}{N_s}$, अब $i_s = \frac{V_s}{R_p} \frac{N_p^2}{N_s^2}$ (द्वितीयक धारा V_s के पदों में)

Example: 87 एक ट्रॉंसफॉर्मर की सहायता से 140 *watt*, 24 के लैम्प को प्रकाशित करना है यदि प्राथमिक कुण्डली से जुड़ा ac सप्लाई वोल्टेज 240 *volts* एवं इसमें प्रवाहित धारा 0.7 *A* है तो ट्रॉंसफॉर्मर की दक्षता होगी

(a) 63.8% (b) 84% (c) 83.3% (d) 48%

Solution: (c) $P_{out} = V_s i_s = 140\,W, V_s = 24V, V_p = 240\,V, i_p = 0.7A$

$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100 = \frac{P_{out}}{V_p i_p} \times 100 = \frac{140}{240 \times 0.7} \times 100 = 83.3\%$

Tricky example: 9

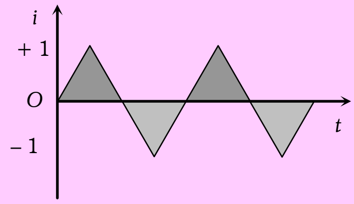
निम्न ग्राफ में शिखर मान $1A$ एवं $200\ rad/sec$ आवृत्ति की प्रत्यावर्ती धारा को दर्शाया गया है। यह प्रत्यावर्ती धारा ट्राँसफॉर्मर की प्राथमिक में आरोपित की जाती है यदि प्राथमिक एवं द्वितीयक के बीच अन्योन्य प्रेरण गुणांक $1.5\ H$ है। तब द्वितीयक में प्रेरित वि.वा.बल होगा

(a) $300\ V$

(b) $191\ V$

(c) $220\ V$

(d) $471\ V$



Solution : (b) $e = -M\dfrac{di}{dt} = -1.5\dfrac{(1-0)}{(T/4)} = -\dfrac{6}{T}$

परन्तु $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{200} = \dfrac{\pi}{100}\ \therefore\ |e| = \dfrac{600}{\pi} = 190.9\,V \simeq 191V$