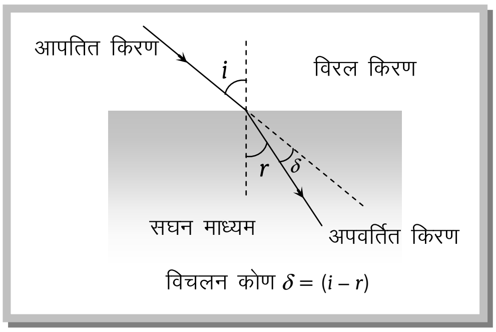
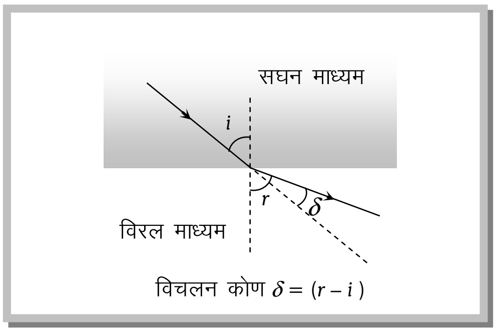
एक माध्यम से दूसरे माध्यम में प्रवेश करते समय प्रकाश किरण का मार्ग से विचलित हो जाना प्रकाश का अपवर्तन कहलाता है।





स्नैल का नियम

आपतन कोण की ज्या एवं अपवर्तन कोण की ज्या का अनुपात एक नियतांक है इसे अपवर्तनांक कहते हैं।

अर्थात् $\frac{\sin i}{\sin r} = \mu$ (नियतांक) स्नैल के नियम को ${}_1\mu_2 = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{\sin i}{\sin r}$ भी लिखा जा सकता है।

$\Rightarrow \mu_1 \times \sin i = \mu_2 \times \sin r$ अर्थात् $\mu \sin\theta =$ नियतांक

स्नैल नियम का सदिश रूप : $\hat{\boldsymbol{i}} \times \hat{\boldsymbol{n}} = \mu(\hat{\boldsymbol{r}} \times \hat{\boldsymbol{n}})$

अपवर्तनांक

अपवर्तनांक माध्यम का वह गुण है जो माध्यम में प्रकाश की चाल निर्धारित करता है यह एक अदिश एवं विमाहीन राशि है।

(1) **प्रकार :** यह दो प्रकार का होता है

fuji{k viorukd	lki{k viorukd
(i) जब प्रकाश वायु से किसी पारदर्शी माध्यम में गमन करता है तब वायु के सापेक्ष माध्यम का अपवर्तनांक इसका निरपेक्ष अपवर्तनांक कहलाता है अर्थात् ${}_{\text{वायु}}\mu_{\text{माध्यम}} = \frac{c}{v}$	(i) जब प्रकाश माध्यम (1) से माध्यम (2) में गमन करता है तब माध्यम (1) के सापेक्ष माध्यम (2) का अपवर्तनांक इसका सापेक्ष अपवर्तनांक कहलाता है अर्थात् ${}_1\mu_2 = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{v_1}{v_2}$
(ii) कुछ निरपेक्ष अपवर्तनांक $\mu_{\text{काँच}} = \frac{3}{2} = 1.5$, $\mu_{\text{जल}} = \frac{4}{3} = 1.33$ $\mu_{\text{हीरा}} = 2.4$, $\mu_{Cs_2} = 1.62$ $\mu_{\text{क्राउन}} = 1.52$, $\mu_{\text{निर्वात्}} = 1$, $\mu_{\text{वायु}} = 1.0003 \approx 1$	(ii) कुछ सापेक्ष अपवर्तनांक (a) जब प्रकाश जल से काँच में प्रवेश करता है ${}_w\mu_g = \frac{\mu_g}{\mu_w} = \frac{3/2}{4/3} = \frac{9}{8}$ (b) जब प्रकाश काँच से हीरे में प्रवेश करता है ${}_g\mu_D = \frac{\mu_D}{\mu_g} = \frac{2.4}{1.5} = \frac{8}{5}$

- कॉशी (Cauchy's) का समीकरण : $\mu = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + ...$ $(\lambda_{\text{लाल}} > \lambda_{\text{नीला}} \therefore \mu_{\text{लाल}} < \mu_{\text{नीला}})$
- यदि प्रकाश किरण माध्यम (1) से माध्यम (2) में गमन करती है तब ${}_1\mu_2 = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$ → $\mu \propto \frac{1}{\lambda}$, $\mu \propto \frac{1}{v}$, $v \propto \lambda$

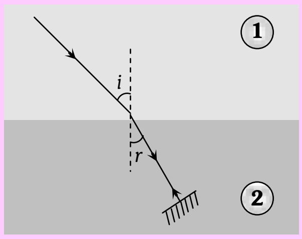
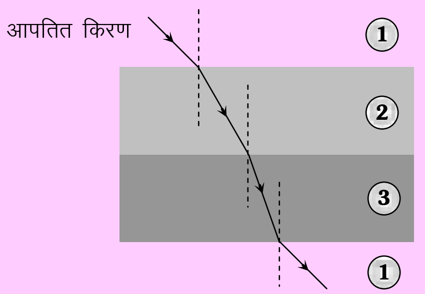
(2) **अपवर्तनांक को प्रभावित करने वाले कारक**

(i) माध्यम की प्रकृति

(ii) प्रकाश का रंग या तरंगदैर्ध्य

(iii) ek/;e dk rki ¼ ताप बढ़ाने पर माध्यम का अपवर्तनांक घटता है।

(3) उत्क्रमणीयता का सिद्धान्त एवं विभिन्न माध्यमों से प्रकाश का अपवर्तन

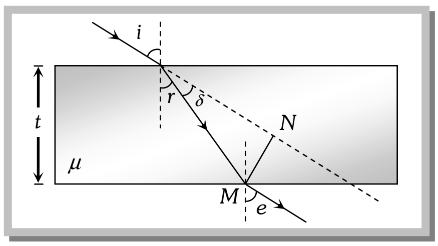
mRØe.kh;rk dk fl)kUr	fofHkUu ek/;eks ls idk'k dk vioru
	
$_1\mu_2 = \frac{1}{_2\mu_1}$	$_1\mu_2 \times {_2\mu_3} \times {_3\mu_1} = 1$

काँच के आयाताकार गुटके से प्रकाश का अपवर्तन एवं प्रकाशिक पथ

Topperseducations.co.in

(1) पार्श्व विस्थापन

काँच के गुटके पर आपतित प्रकाश किरण जब इसकी दो समान्तर सतहों से अपवर्तित होती है, तो निर्गत प्रकाश किरण, आपतित प्रकाश किरण के समान्तर होगी अर्थात् इसमें कोई विचलन नहीं होगा अर्थात् $\delta = 0$ निर्गत कोण (e), आपतन कोण (i) के तुल्य होगा।

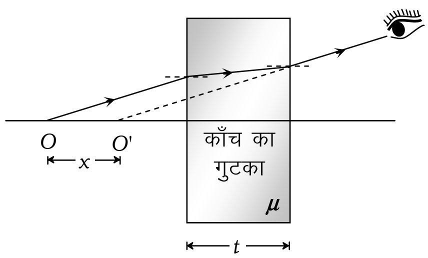


प्रकाश किरण का पार्श्विक विस्थापन आपतित किरण और निर्गत किरण के बीच की लम्बवत् दूरी के तुल्य होगा एवं इसका मान $\boldsymbol{MN = t \sec r \sin (i - r)}$ होगा।

सामान्य विस्थापन

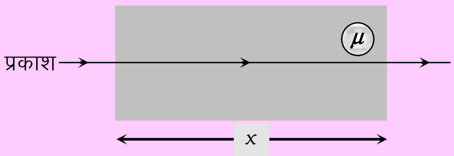
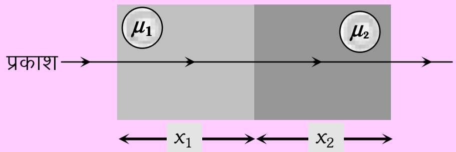
सामान्य विस्थापन $OO' = x = \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)t$

वस्तु गुटके की ओर x दूरी से विस्थापित हुई प्रतीत होगी।



(2) प्रकाशिक पथ

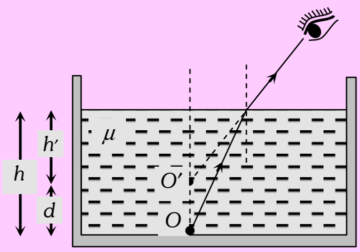
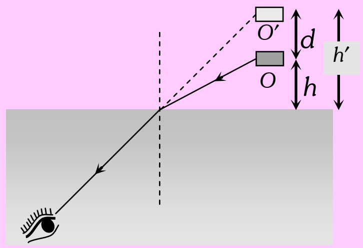
निर्वात में प्रकाश के द्वारा उस समय में तय दूरी जितने समय में प्रकाश किसी माध्यम में दी गई पथ लम्बाई तय करता है। प्रकाशिक पथ कहलाता है।

	माध्यम को पार करने में प्रकाश को लगा समय $= \frac{\mu x}{c}$; जहाँ x = ज्यामितीय पथ एवं μx = प्रकाशिक पथ
	सम्पर्क में रखे दो माध्यमों के लिए प्रकाशिक पथ $= \mu_1 x_1 + \mu_2 x_2$

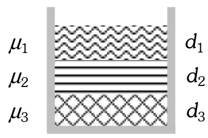
❑ सभी माध्यमों के लिए $\mu > 1$, इसलिए प्रकाशिक पथ की लम्बाई (μx) सदैव ज्यामितीय लम्बाई से अधिक होगी।

वास्तविक एवं आभासी गहराई

यदि वस्तु एवं प्रेक्षक भिन्न–भिन्न माध्यमों में स्थित हैं तो अपवर्तन के कारण वस्तु अपनी वास्तविक स्थिति से विस्थापित हुई प्रतीत होती है। दो स्थितियाँ संभव हैं।

(1) जब वस्तु सघन माध्यम में एवं प्रेक्षक विरल माध्यम में स्थित हैं 	(1) जब वस्तु विरल माध्यम में एवं प्रेक्षक सघन माध्यम में स्थित है 
(2) $\mu = \frac{\text{वास्तविक गहराई}}{\text{आभासी गहराई}} = \frac{h}{h'}$	(2) $\mu = \frac{\text{आभासी गहराई}}{\text{वास्तविक गहराई}} = \frac{h'}{h}$
(3) विस्थापन $d = h - h' = \left(1 - \frac{1}{\mu}\right)h$	(3) $d = (\mu - 1)h$
(4) जल के लिए $\mu = \frac{4}{3} \Rightarrow d = \frac{h}{4}$ काँच के लिए $\mu = \frac{3}{2} \Rightarrow d = \frac{h}{3}$	(4) जल के लिए विस्थापन $d_w = \frac{h}{3}$ काँच के लिए विस्थापन $d_g = \frac{h}{2}$

❑ यदि एक पात्र में विभिन्न द्रव (आपस में न मिलने वाले) चित्रानुसार भरे हुए हैं तब



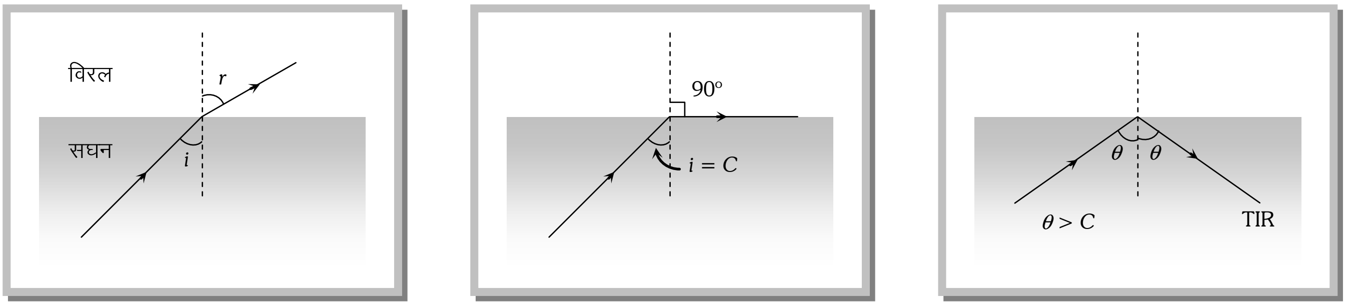
तली की आभासी गहराई $= \frac{d_1}{\mu_1} + \frac{d_2}{\mu_2} + \frac{d_3}{\mu_3} + \ldots.$

$\mu_{\text{संयोजन}} = \frac{d_{\text{वास्तविक}}}{d_{\text{आभासी}}} = \frac{d_1 + d_2 + \ldots..}{\frac{d_1}{\mu_1} + \frac{d_2}{\mu_2} + \ldots.}$ (दो द्रवों के लिए यदि $d_1 = d_2$ तब $\mu = \frac{2\mu_1\mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$)

पूर्ण आन्तरिक परावर्तन

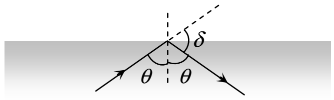
जब कोई प्रकाश किरण सघन माध्यम से विरल माध्यम में प्रवेश करती है, तो अभिलम्ब से दूर हट जाती है। यदि सघन माध्यम में आपतन कोण का मान बढाया जाये तो विरल माध्यम में अपवर्तन कोण का मान भी बढ़ता जायेगा और आपतन कोण के एक निश्चित मान पर अपवर्तन कोण का मान 90° हो जायेगा। आपतन कोण के इस निश्चित मान को क्रांतिक कोण (C) कहा जाता है।

जब आपतन कोण का मान क्रांतिक कोण से अधिक कर दिया जाये तो प्रकाश किरण अंतरापृष्ठ से परावर्तन के पश्चात् वापस सघन माध्यम में लौट आती है। यह घटना पूर्ण आंतरिक परावर्तन (TIR) कहलाती है।



महत्वपूर्ण सूत्र $\mu = \dfrac{1}{\sin C} = \text{cosec}\, C$; जहाँ $\mu \rightarrow {}_{\text{विरल}}\mu_{\text{सघन}}$

- जब एक प्रकाश किरण सघन माध्यम से विरल माध्यम में प्रवेश करती है तब इसका अधिकतम विचलन
  $\delta = \pi - 2\theta$, जब $\theta \rightarrow$ न्यूनतम $= C$ तब $\delta \rightarrow$ अधिकतम
  अर्थात् $\delta_{max} = (\pi - 2C)$; $C \rightarrow$ क्रान्तिक कोण



(1) क्रान्तिक कोण की निर्भरता

(i) प्रकाश का रंग (या प्रकाश की तरंगदैर्ध्य) $\lambda \propto \dfrac{1}{\mu} \propto \sin C$

(a) $\lambda_R > \lambda_V \Rightarrow C_R > C_V$

(b) $\sin C = \dfrac{1}{{}_R\mu_D} = \dfrac{\mu_R}{\mu_D} = \dfrac{\lambda_D}{\lambda_R} = \dfrac{v_D}{v_R}$ (दो माध्यमों के लिए)

(c) पूर्ण आन्तरिक परावर्तन के लिए $i > \sin^{-1}\left(\dfrac{\mu_R}{\mu_D}\right)$

(ii) माध्यम के जोड़े की प्रकृति पर

(a) काँच – वायु $\rightarrow C_{\text{काँच}} = 42^o$

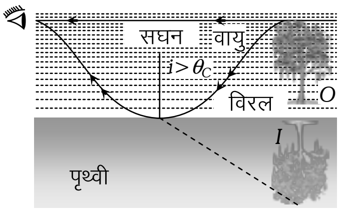
(b) जल – वायु $\rightarrow C_{\text{जल}} = 49^o$

(c) हीरा – वायु $\rightarrow C_{\text{हीरा}} = 24^o$

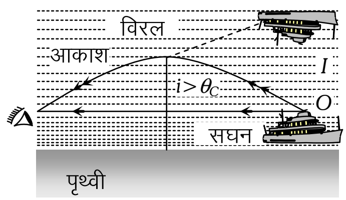
(iii) **rkieku :** ताप बढ़ने पर पदार्थ का अपवर्तनांक घटता है इसलिए क्रान्तिक कोण बढ़ता है।

(2) पूर्ण आन्तरिक परावर्तन (TIR) के उदाहरण

(i)



मृग मरीचिका : रेगिस्तान में प्रकाशीय भ्रम

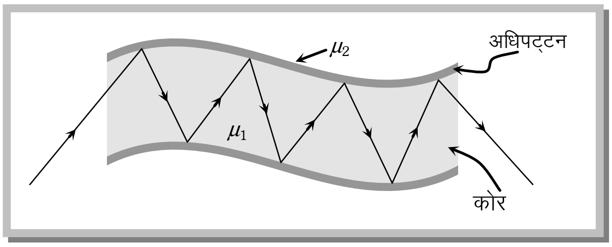


लूमिंग : ठण्डे प्रदेशों में प्रकाशीय भ्रम

(ii) **ghjs dk peduk :** उत्तरोत्तर पूर्ण आंतरिक परावर्तन के कारण हीरा चमकता हैं।

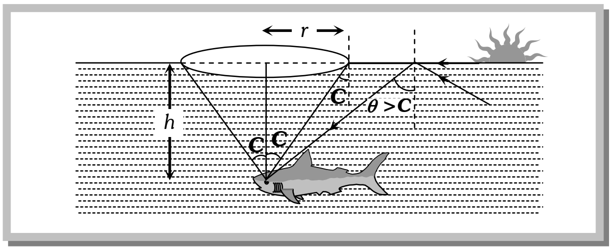
(iii) **çdkf'kd rarq :** प्रकाशिक तंतु, पूर्ण आंतरिक परावर्तन के सिद्धान्त पर आधारित एक ऐसी युक्ति है, जिसके द्वारा प्रकाश सिग्नल को इसकी तीव्रता में बिना क्षय हुए, एक स्थान से दूसरे स्थान तक टेड़े-मेड़े मार्ग से स्थानांतरित किया जा सकता है। प्रकाशिक तंतु में काँच/क्वार्टज के बने हुए बहुत सारे लम्बे तंतु होते हैं। प्रत्येक तंतु में क्रोड तथा इसके चारों ओर एक पर्त (जिसे अधिपट्टन (Cladding) कहा जाता है) होती है। क्रोड के पदार्थ का अपवर्तनांक (μ_1) अधिपट्टन के पदार्थ के अपवर्तनांक (μ_2) से अधिक होता है।

जब प्रकाश किरण तंतु के एक सिरे पर अल्प कोण बनाती हुई आपतित होती है, तो यह इसके अन्दर अपवर्तित हो जाती है। तंतु के अंदर यह किरण बार-बार पूर्ण आंतरिक परावर्तित होती हुई तंतु के दूसरे सिरे से बाहर निकल जाती है। आपतन कोण का मान सदैव क्रांतिक कोण (तंतु और पर्त के युग्म के लिए) से अधिक होता है। यदि तंतु को मोड़ भी दिया जाये तब भी प्रकाश किरण सुगमतापूर्वक दूसरे सिरे से बाहर निकल जाती है।



प्रकाशिक तंतुओं एक बण्डल (Bundle) मेडीकल एवं प्रकाशीय परीक्षणों में लाइट पाइप (Light pipe) के रूप में उपयोग में लाया जाता है। प्रकाशिक तंतुओं को विद्युतीय सिग्नलों के प्रेषण एवं अधिग्रहण में भी उपयोग में लाते हैं।

(iv) **eNyh ¼;k xksrk[kksj½ dk n`f"V{ks= :** एक मछली (या गोताखोर) सम्पूर्ण बाहरी दुनिया को एक शंकु में देखती हैं।



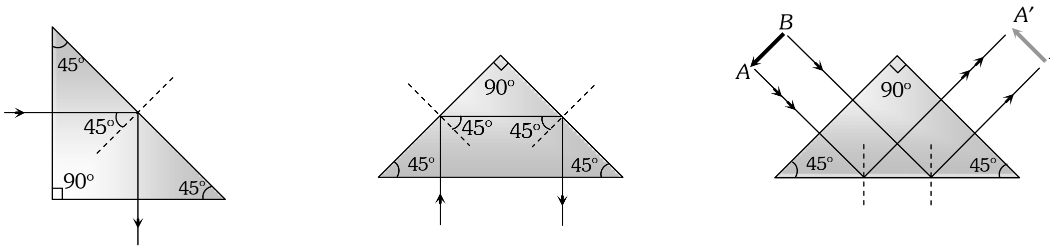
(a) शंकु का शीर्ष कोण $= 2C = 98^o$

(b) आधार का त्रिज्या $r = h\tan C = \dfrac{h}{\sqrt{\mu^2 - 1}}$

(c) आधार का क्षेत्रफल $A = \dfrac{\pi h^2}{(\mu^2 - 1)}$

❑ जल के लिए $\mu = \dfrac{4}{3}$ इसलिए $r = \dfrac{3h}{\sqrt{7}}$ तथा $A = \dfrac{9\pi h^2}{7}$

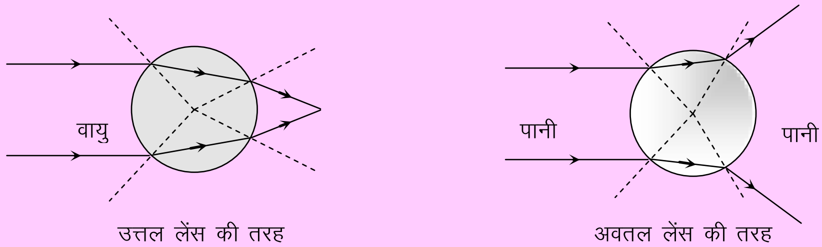
(v) **ikjk fçTe :** एक समकोण समद्विबाहु प्रिज्म जिसका पेरीस्कोप या वाइनोकुलर में उपयोग होता है। इसके द्वारा प्रकाश किरणों को 90^o या 180^o से मोड़ सकते हैं एवं प्रतिबिम्ब को सीधा प्राप्त कर सकते हैं।



Concepts

- *प्रकाश के अपवर्तन में प्रकाश की आवृति (अतः रंग) एवं कला नहीं बदलती (जबकि तरंगदैर्ध्य एवं वेग बदलते हैं)।*
- *प्रकाश के अपवर्तन में जब प्रकाश एक माध्यम से दूसरे माध्यम में जाता है तो इसकी तीव्रता घट जाती है।*
- *एक पारदर्शी ठोस, समान अपवर्तनांक वाले द्रव में अदृश्य हो जायेगा (अपवर्तन न होने के कारण)।*
- *जब एक काँच के गुटके को विभिन्न रंग के अक्षरों के ऊपर रखा जाये तो ऊपर से देखने पर बैंगनी रंग का अक्षर नजदीक दिखेगा (क्योंकि $\lambda_V < \lambda_R$ अतः $\mu_V > \mu_R$ एवं $\mu = \dfrac{h}{h'}$ से यदि μ बढ़ता है तो h' घटेगा अर्थात् अक्षर नजदीक दिखेगा)*

☞ *वायु में जल की बूँद एवं जल में वायु का बुलबुला एक लेंस की भांति व्यवहार करते हैं।*



Example: 1 $4200\,\mathring{A}$ तरंगदैर्ध्य की एकवर्णी नीली प्रकाश किरण वायु से, जल $(\mu = 4/3)$ में गति करती है। जल में इसकी तरंगदैर्ध्य होगी **[MNR 1991]**

(a) $2800\,\mathring{A}$ (b) $5600\,\mathring{A}$ (c) $3150\,\mathring{A}$ (d) $4000\,\mathring{A}$

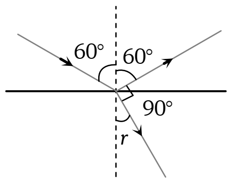
Solution: (c) $\mu \propto \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \Rightarrow \frac{1}{4/3} = \frac{\lambda_2}{4200} \Rightarrow \lambda_2 = 3150\,\mathring{A}$

Example: 2 एक काँच की पट्टिका पर प्रकाश तरंग 60° पर आपतित है। यदि परावर्तित व अपवर्तित तरंगें परस्पर लम्बवत् हों, तो पदार्थ का अपवर्तनांक होगा **[MP PMT 1994; Haryana CEE 1996]**

(a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\sqrt{3}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Solution: (b) चित्र से $r = 30^o$

$\therefore \mu = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin 60^o}{\sin 30^o} = \sqrt{3}$



Example: 3 काँच में जिसका अपवर्तनांक 1.5 है, प्रकाश का वेग 2 × $10^8 m/s$ है। एक द्रव में प्रकाश का वेग $2.50 \times 10^8 m/s$ पाया गया, तो द्रव का अपवर्तनांक होगा **[CPMT 1978; MP PET/PMT 1988]**

(a) 0.64 (b) 0.80 (c) 1.20 (d) 1.44

Solution: (c) $\mu \propto \frac{1}{v} \Rightarrow \frac{\mu_{li}}{\mu_g} = \frac{v_g}{v_l} \Rightarrow \frac{\mu_l}{1.5} = \frac{2\times 10^8}{2.5\times 10^8} \Rightarrow \mu_l = 1.2$

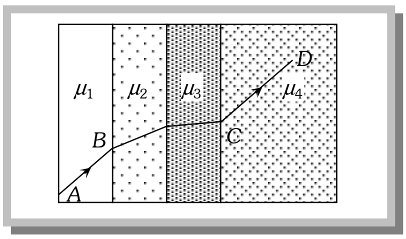
Example: 4 एक प्रकाश किरण चार पारदर्शी माध्यमों जिनके अपवर्तनांक क्रमशः μ_1, μ_2, μ_3 और μ_4 हैं से चित्रानुसार गुजरती है। सभी माध्यमों के पृष्ठ समान्तर है। यदि निर्गत किरण *CD* आपतित किरण *AB* के समान्तर हो, तो

(a) $\mu_1 = \mu_2$

(b) $\mu_2 = \mu_3$

(c) $\mu_3 = \mu_4$

(d) $\mu_4 = \mu_1$



Solution: (d) किन्ही दो अलग-अलग माध्यमों से क्रमबद्ध अपवर्तनों के लिए $\mu \sin\theta =$ नियतांक

जहाँ θ दोनों माध्यमों के लिए समान है। अतः $\mu_1 = \mu_4$

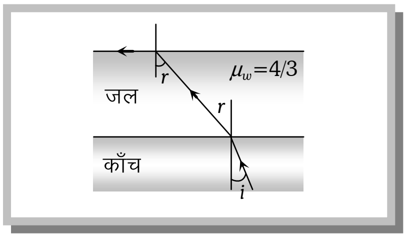
Example: 5 एक प्रकाश किरण काँच-पानी सम्पर्क पृष्ठ पर i कोण से आपतित होती है। अन्त में यह पानी के पृष्ठ के समान्तर निर्गत होती है। μ_g का मान होगा **[IIT-JEE (Screening) 2003]**

(a) (4/3) sin i

(b) 1/ sin i

(c) 4/ 3

(d) 1



Solution: (b) काँच-जल सतह के लिए $_g\mu_\omega = \frac{\sin i}{\sin r}$ ......(i) तथा जल-वायु सतह के लिए $_\omega\mu_a = \frac{\sin r}{\sin 90}$ .....(ii)

$\therefore\ _g\mu_\omega \times _\omega\mu_a = \sin i \Rightarrow \mu_g = \frac{1}{\sin i}$

Example: 6 दो पारदर्शी माध्यम की प्लेटों A व B की मोटाइयों का अनुपात 6 : 4 है। यदि प्रकाश इनमें से गुजरने में समान समय लेता है, तो B का अपवर्तनांक A के सापेक्ष होगा **[UPSEAT 1999]**

(a) 1.4 (b) 1.5 (c) 1.75 (d) 1.33

Solution: (b) सूत्र $t = \frac{\mu x}{c}$ से

$\Rightarrow \frac{\mu_B}{\mu_A} = \frac{x_A}{x_B} = \frac{6}{4} \Rightarrow\ _A\mu_B = \frac{3}{2} = 1.5$

Example: 7 प्रकाश की एक किरण निर्वात से μ अपवर्तनांक वाले माध्यम में प्रवेश करती है। यदि आपतन कोण का मान अपवर्तन कोण का दो गुना है। तब आपतन कोण होगा

(a) $\cos^{-1}(\mu/2)$ (b) $2\cos^{-1}(\mu/2)$ (c) $2\sin^{-1}(\mu)$ (d) $2\sin^{-1}(\mu/2)$

Solution: (b) सूत्र $\mu = \frac{\sin i}{\sin r}$ से $\Rightarrow \mu = \frac{\sin 2r}{\sin r} = \frac{2\sin r\cos r}{\sin r}$ $(\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta)$

$\Rightarrow r = \cos^{-1}\left(\frac{\mu}{2}\right)$ इसलिए, $i = 2r = 2\cos^{-1}\left(\frac{\mu}{2}\right)$.

Example: 8 एक काँच के गोलीय पेपरवेट पर प्रकाश किरण अभिलम्ब से α कोण बनाती हुई आपतित होती है एवं β कोण से माध्यम में अपवर्तित हो जाती है, तो उत्सर्जित किरण का आपतित किरण की दिशा से विचलन कोण है **[NCERT 1982]**

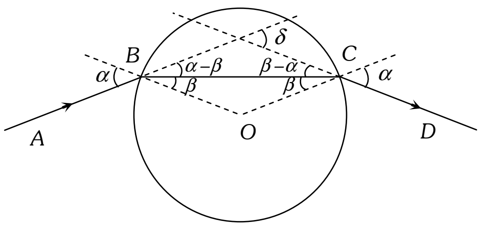
(a) $(\alpha - \beta)$ (b) $2(\alpha - \beta)$ (c) $(\alpha - \beta)/2$ (d) $(\alpha + \beta)$

Solution: (b) चित्र से स्पष्ट है कि ΔOBC एक समबाहु त्रिभुज है,

अतः $\angle OCB = \beta$ एक निर्गत कोण α है

एवं दो अन्तःकोणों का योग = बहिष्कोण

$\therefore \delta = (\alpha - \beta) + (\alpha - \beta) = 2(\alpha - \beta)$

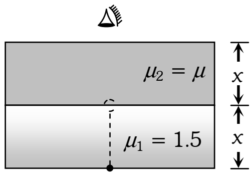


Example: 9 μ अपवर्तनांक वाली एक आयताकार पट्टिका को अपवर्तनांक 3 वाली एक अन्य पारदर्शी पट्टिका के ऊपर रखा गया है। (दोनों पट्टिकायें आकार में समान हैं) यदि एक सिक्का नीचे वाली पट्टिका के नीचे रखा जाये तो इस निकाय को ऊपर से देखने पर μ के किस मान के लिए सिक्का दोनों पट्टिकाओं को अंतरापृष्ठ पर दिखेगा

(a) 1.8 (b) 2 (c) 1.5 (d) 2.5

Solution: (c) सिक्के की आभासी गहराई $= \frac{x}{\mu_1} + \frac{x}{\mu_2} = x$

$\Rightarrow \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} = 1 \quad \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{\mu} = 1 \quad \Rightarrow \mu = 1.5$



Example: 10 एक खाली बीकर की तली में रखे हुए सिक्के को चलित सूक्ष्मदर्शी के द्वारा फोकस किया गया है। अब यदि बीकर में 10 *cm* की ऊँचाई तक जल भर दिया जाये तो सिक्के को पुनः फोकस करने के लिए सूक्ष्मदर्शी को कितना एवं किस दिशा में विस्थापित करना होगा

(a) 10 *cm* ऊपर की ओर (b) 10 *cm* नीचे की ओर (c) 2.5 *cm* ऊपर की ओर (d) 2.5 *cm* नीचे की ओर

Solution: (c) जब बीकर में जल भर दिया जाता है तो सिक्का $d = \frac{h}{4} = \frac{10}{4} = 2.5 cm$ से ऊपर उठा हुआ प्रतीत होगा। अतः सिक्के को पुनः फोकस करने के लिए सूक्ष्मदर्शी को 2.5 *cm* ऊपर की ओर विस्थापित करना होगा।

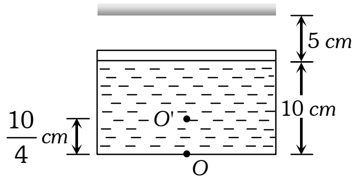
Example: 11 चित्र में दर्शायी गयी स्थिति में एक बीकर में 10 *cm* की ऊँचाई तक जल भरा है। जल की सतह से 5 *cm* ऊँचाई पर एक समतल दर्पण स्थित है। बीकर की तली में स्थित किसी वस्तु *O* के दर्पण से परावर्तन के पश्चात् बने प्रतिबिम्ब की दर्पण से दूरी होगी

(a) 15 *cm* (b) 12.5 *cm* (c) 7.5 *cm* (d) 10 *cm*

Solution: (b) चित्र से यह स्पष्ट है कि वस्तु (*O*) $\frac{10}{4} cm = (2.5 \, cm)$ से उठी हुई प्रतीत होगी।

अतः आभासी वस्तु (*O'*) और दर्पण के मध्य दूरी $= 5 + 7.5 = 12.5 \, cm$

अतः अंतिम प्रतिबिम्ब दर्पण से 12.5 *cm* दूरी पर दर्पण के पीछे प्राप्त होगा।



Example: 12 दो द्रवों '*x*' और '*y*' में प्रकाश की तरंगदैर्ध्य क्रमशः 3500 Å एवं 7000 Å है। माध्यम *y* के सापेक्ष माध्यम *x* का क्रान्तिक कोण होगा

(a) 60° (b) 45° (c) 30° (d) 15°

Solution: (c) $\sin C = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{3500}{7000} = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 30^o$

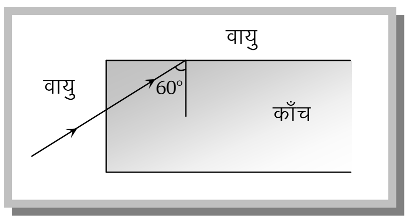
Example: 13 काँच के तन्तु (μ = 1.5) के एक सिरे पर एक प्रकाश किरण चित्र में दिखाये अनुसार आपतित होती है यदि यह किरण पार्श्व सतह पर 60° के कोण से आपतित होकर, पूर्ण आंतरिक परावर्तित हो जाये तो इसे 1 *km* लम्बे सीधे तंतु से गुजरने में समय लगेगा **[Orissa JEE 2002]**

(a) 3.33 μ *sec*

(b) 6.67 μ *sec*

(c) 5.77 μ *sec*

(d) 3.85 μ *sec*

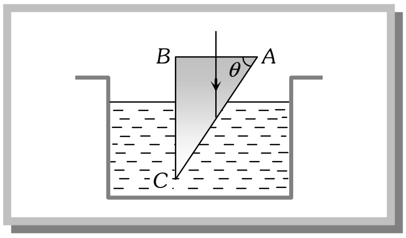


Solution: (d) जब किसी पार्श्व सतह से जैसे ही पूर्ण आन्तरिक परावर्तन होता है तो *i* = *C* अर्थात् *C* = 60°

$\Rightarrow \mu = \frac{1}{\sin C} \Rightarrow \mu = \frac{1}{\sin 60} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

माध्यम में प्रकाश को दी गई दूरी चलने में लगा समय $t = \frac{\mu x}{C} \Rightarrow t = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}} \times (1 \times 10^3)}{3 \times 10^8} = 3.85 \, \mu \, sec.$

Example: 14 1.5 अपवर्तनांक वाले काँच का प्रिज्म जल ($\mu = 4/3$) में आंशिक डूबा हुआ है, जैसा कि दर्शाया गया है। एक प्रकाश की किरण इसके पृष्ठ *AB* पर अभिलम्बवत् आपतित होती है एवं *AC* पर पूर्ण परावर्तित होकर यह पृष्ठ *BC* पर पहुँचेगी, यदि **[CPMT 1981; IIT-JEE 1981; MP PMT 1997]**



(a) $\sin\theta > 8/9$

(b) $2/3 < \sin\theta < 8/9$

(c) $\sin\theta \le 2/3$

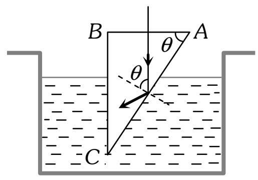
(d) $\cos\theta \ge 8/9$

Solution: (a) चित्र से स्पष्ट है कि

सतह AC से पूर्ण आंतरिक परावर्तन के लिए $\theta > C$

$\Rightarrow \sin\theta > \sin C \qquad \Rightarrow \sin\theta > \dfrac{1}{{}_{\omega}\mu_g}$

$\Rightarrow \sin\theta > \dfrac{1}{9/8} \qquad \Rightarrow \sin\theta > \dfrac{8}{9}$



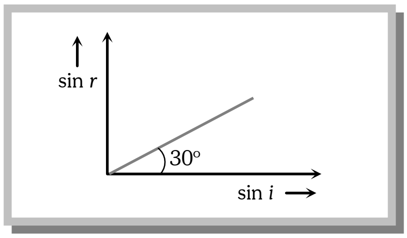
Example: 15 जब प्रकाश किरण किसी माध्यम में i कोण पर आपतित होकर दूसरे माध्यम में r कोण पर अपवर्तित हो जाती है। sin i एवं sin r के मध्य खींचा गया ग्राफ चित्र में प्रदर्शित है। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि

(a) द्वितीय माध्यम में प्रकाश का वेग प्रथम माध्यम में प्रकाश के वेग का 1.73 गुना है।

(b) प्रथम माध्यम में प्रकाश का वेग द्वितीय माध्यम में प्रकाश के वेग का 1.73 गुना है।

(c) दो माध्यमों के लिए क्रांतिक कोण $\sin i_c = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ द्वारा दिया जाता है।

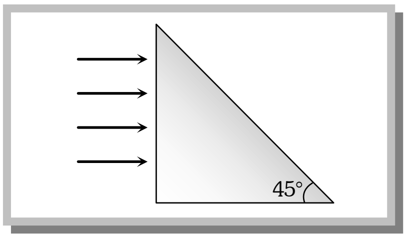
(d) $\sin i_c = \dfrac{1}{2}$



Solution: (b, c) ग्राफ से $\tan 30^o = \dfrac{\sin r}{\sin i} = \dfrac{1}{{}_1\mu_2} \Rightarrow {}_1\mu_2 = \sqrt{3} \Rightarrow \dfrac{\mu_2}{\mu_1} = \dfrac{v_1}{v_2} = 1.73 \quad \Rightarrow v_1 = 1.75\, v_2$

एवं $\mu = \dfrac{1}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \dfrac{1}{{}_{\text{विरल}}\mu_{\text{सघन}}} \Rightarrow \sin C = \dfrac{1}{{}_1\mu_2} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Example: 16 एक समकोण प्रिज्म पर आपतित प्रकाश पुंज में लाल, हरा एवं नीला रंग सम्मिलित है। लाल, हरे एवं नीले रंगों के लिए प्रिज्म के अपवर्तनांक क्रमशः 1.39, 1.44 तथा 1.47 हैं, तब प्रिज्म **[IIT-JEE 1989]**



(a) लाल रंग को नीले एवं हरे रंगों से अलग कर देगा

(b) नीले रंग को लाल एवं हरे रंग से अलग कर देगा

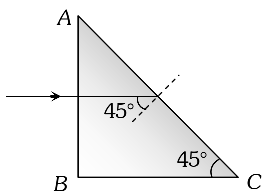
(c) सभी रंगों को एक दूसरे से अलग कर देगा

(d) किसी भी रंग को अन्य दो रंगों से अलग नहीं करेगा

Solution: (a) सतह AB पर, $i = 0$ अतः $r = 0$ अर्थात् कोई अपवर्तन नहीं होगा। प्रकाश की किरण सतह AC पर 45° के कोण पर आपतित होगी। सतह AC से पूर्ण आंतरिक परावर्तन के लिए आवश्यक है, कि $i > \theta_C$ अर्थात् $\sin i > \sin\theta_C$

या $\sin 45^o > (1/\mu)$ अर्थात् $\mu > \sqrt{2}\ (=1.41)$

अब $\mu_R < \mu$ जबकि μ_G तथा $\mu_B > \mu$, अतः लाल रंग के प्रकाश का प्रिज्म से निर्गमन होगा जबकि हरे और नीले रंग का पूर्ण आंतरिक परावर्तन होगा। अर्थात् प्रिज्म लाल रंग को नीले और हरे रंग से अलग कर देगा।



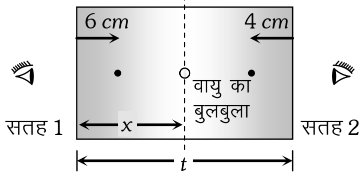
Example: 17 काँच $(\mu = 1.5)$ के एक गुटके में स्थित एक वायु का बुलबुला गुटके की एक सतह की ओर से देखने पर 6 cm पर दिखायी देता है, जबकि दूसरी ओर से देखने पर यही बुलबुला सतह से 4 cm दूर दिखायी देता है। गुटके की मोटाई होगी

(a) 10 cm (b) 6.67 cm (c) 15 cm (d) इनमें से कोई नहीं

Solution: (c) माना गुटके की मोटाई t एवं सतह से बुलबुले की दूरी x है, तब

सतह (1) की ओर से देखने पर : $1.5 = \frac{x}{6} \Rightarrow x = 9cm$

सतह (2) की ओर देखने पर : $1.5 = \frac{(t-x)}{4} \Rightarrow 1.5 = \frac{(t-9)}{4} \Rightarrow t = 15cm$



Tricky example: 1

6 *cm* मोटी आयताकार काँच प्लेट की एक सतह पर चाँदी की पॉलिश की गयी है। प्रथम सतह के सामने 8 *cm* दूरी पर रखी वस्तु का प्रतिबिम्ब पॉलिश की गयी सतह के पीछे 12 *cm* पर बनता है। काँच का अपवर्तनांक होगा **[CPMT 1999]**

(a) 0.4 (b) 0.8 (c) 1.2 (d) 1.6

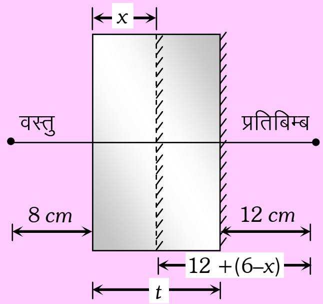
Solution : (c) चित्र में काँच की प्लेट की मोटाई $t = 6$ *cm*.

माना रजतीकृत सतह की आभासी स्थिति (वस्तु की ओर से) x है।

समतल दर्पण के गुणधर्म से

$x + 8 = 12 + 6 - x \quad \Rightarrow \quad x = 5\ cm$

$\mu = \frac{t}{x} \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{6}{5} = 1.2$



Tricky example: 2

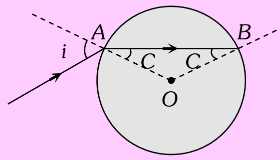
प्रकाश की एक किरण 3/2 अपवर्तनांक वाले काँच के गोले पर आपतित होती है। आपतन कोण का मान क्या हो जिससे प्रकाश किरण गोले में प्रवेश करने के बाद दूसरी ओर से बाहर न निकल सके

(a) $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ (b) $\sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ (c) 90^o (d) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

Solution : (c) प्रकाश किरण का गोले से बाहर न निकलने से तात्पर्य है कि इसका पूर्ण आंतरिक परावर्तन हो जाता है।

अतः चित्र से $\angle ABO = \angle OAB = C$

$\therefore \quad \mu = \frac{1}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{\mu} = \frac{2}{3}$



सतह A पर स्नैल के नियम से $\frac{\sin i}{\sin C} = \frac{3}{2} \Rightarrow \sin i = \frac{3}{2}\sin C = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1 \quad \Rightarrow \quad i = 90^o$

Tricky example: 3

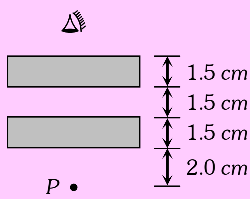
चित्रानुसार बिन्दु P का जब गुटकों के ऊपर से देखा जाता हैं, तो इसका प्रतिबिम्ब बनेगा

(a) P से 2.0 *cm* ऊपर की ओर (b) P से 1.5 *cm* ऊपर की ओर

(c) P से 2.0 *cm* ऊपर की ओर (d) P से 1 *cm* ऊपर की ओर

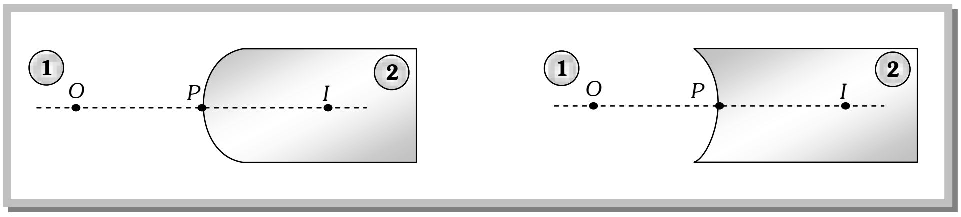
Solution: (d) दोनों गुटके प्रतिबिम्ब को निम्न दूरी से विस्थापित करेंगे

$d = 2\left(1 - \frac{1}{\mu}\right)t = 2\left(1 - \frac{1}{1.5}\right)(1.5) = 1cm$



अतः अंतिम प्रतिबिम्ब बिन्दु P से 1 *cm* ऊपर होगा।

गोलीय सतह पर अपवर्तन



μ_1 = माध्यम (1) का अपवर्तनांक जिससे (वस्तु से) प्रकाश किरणें आ रही हैं।

μ_2 = माध्यम (2) अपवर्तनांक जिसमें प्रकाश किरणें जा रही हैं।

u = वस्तु की दूरी, v = प्रतिबिम्ब की दूरी, R = वक्रता त्रिज्या

अपवर्तन सूत्र : $\dfrac{\mu_2-\mu_1}{R}=\dfrac{\mu_2}{v}-\dfrac{\mu_1}{u}$ (प्रश्न हल करते समय चिन्ह परिपाटी का उपयोग करें)

- अपवर्तक सतह द्वारा वस्तु का वास्तविक प्रतिबिम्ब दूसरी साइड पर बनता है जबकि आभासी प्रतिबिम्ब वस्तु की ओर ही बनता है।
- पार्श्विक आवर्धन $m=\dfrac{I}{O}=\dfrac{\mu_1 v}{\mu_2 u}$

विशिष्ट उदाहरण

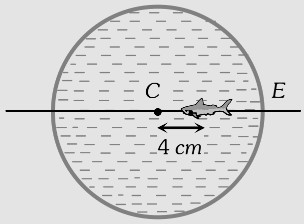
एक पतले गोलीय मछली पात्र की त्रिज्या 10 *cm* है। इस पात्र में जल $\left(\mu=\dfrac{4}{3}\right)$ भरा हुआ है। यदि एक छोटी मछली केन्द्र C से 4 *cm* दूर स्थित हो, तब E से देखने पर मछली प्रतीत होगी

(a) 5.2 *cm* (b) 7.2 *cm* (c) 4.2 *cm* (d) 3.2 *cm*

Solution : (a) सूत्र $\dfrac{\mu_2}{v}-\dfrac{\mu_1}{u}=\dfrac{\mu_2-\mu_1}{R}$ से

यहाँ $\mu_1=\dfrac{4}{3},\quad \mu_2=1,\quad u=-6\,cm,\quad v=?$

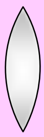
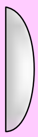
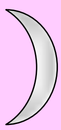
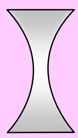
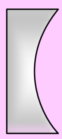
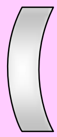
मान रखने पर $v=-5.2\,cm$



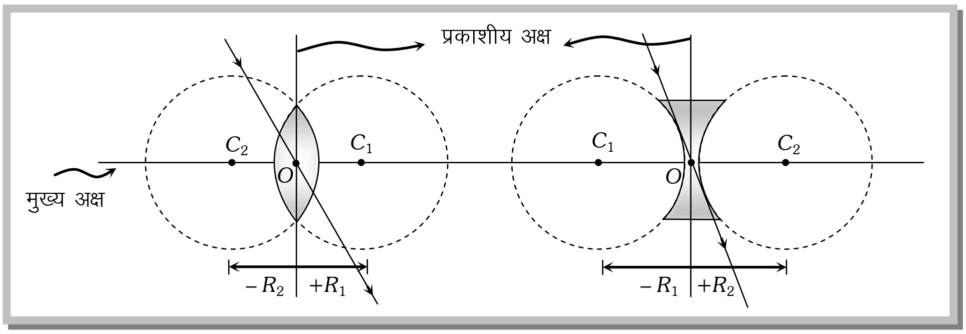
लेंस

दो अपवर्तक सतहों से घिरा पारदर्शी माध्यम लेंस कहलाता है जबकि कम से कम एक सतह गोलीय हो।

(1) लेंस के प्रकार

mÙky ysal (çdk'k fdj.kksa dks vfHklfjr djrk gS)			vory ysal (çdk'k fdj.kksa dks vilfjr djrk gS)		
					
उभयोत्तल	समतलोत्तल	अवतलोत्तल	उभयावतल	समतलावतल	उत्तलावतल
मध्य में मोटा होता है			यह मध्य में पतला होता है		
यह वास्तविक एवं आभासी दोनों प्रकार के प्रतिबिम्ब बनाता है			यह केवल आभासी प्रतिबिम्ब बनाता है		

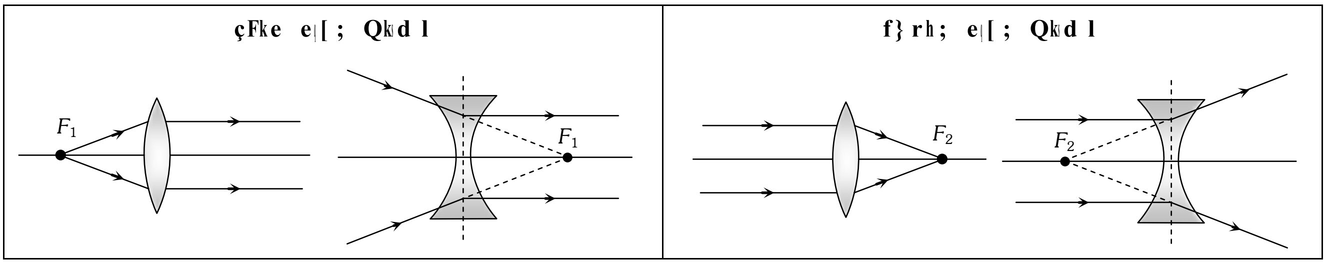
(2) कुछ परिभाषायें



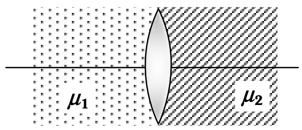
C_1, C_2 – वक्रता केन्द्र
R_1, R_2 – वक्रता त्रिज्यायें

(i) **i|dk'k dUnz (*O*) :** एक लेंस के लिए वह बिन्दु जिससे होकर प्रकाश अविचलित गुजरता है।

(ii) **e|[; Qksdl**



- द्वितीय मुख्य फोकस लेंस का मुख्य फोकस है
- यदि लेंस के दोनों ओर एक ही माध्यम है तब $|F_1| = |F_2|$
- यदि लेंस के दोनों ओर भिन्न–भिन्न माध्यम हैं तब $\dfrac{f_1}{f_2} = \dfrac{\mu_1}{\mu_2}$



(iii) **Qksdl nwjh (*f*) :** प्रकाश केन्द्र से द्वितीय फोकस की दूरी लेंस की फोकस दूरी कहलाती है

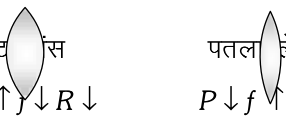
$$f_{\text{उत्तल}} \to +ve\,,\quad f_{\text{अवतल}} \to \text{ऋणात्मक},\quad f_{\text{समतल}} \to \infty$$

(iv) **}kjd :** लेंस के उस भाग का प्रभावी व्यास, जिसमें से होकर प्रकाश पारगमित होता है द्वारक कहलाता है।

$$\text{प्रतिबिम्ब की तीव्रता} \propto (\text{द्वारक})^2$$

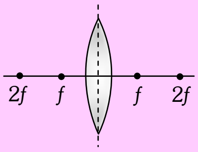
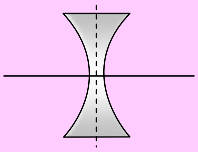
(v) **ysal dh 'kfDr (*P*) :** अर्थात लेंस की प्रकाश किरणों को अभिसरित करने की क्षमता। शक्ति का मात्रक डायोप्टर (D) है।

$$P = \frac{1}{f(\text{मीटर में})} = \frac{100}{f(\text{से. मी. में})}\quad P_{\text{उत्तल}} \to \text{धनात्मक},\ P_{\text{अवतल}} \to \text{ऋणात्मक},\ P_{\text{समतल}} \to \text{शून्य}$$



- मोटा लेंस $P\uparrow f\downarrow R\downarrow$ पतला लेंस $P\downarrow f\uparrow R\uparrow$

(3) लेंस द्वारा प्रतिबिम्ब का बनना

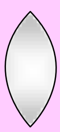
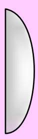
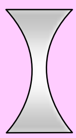
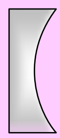
y‍l	oLrq dh fLFkfr	çfrfcEc dh fLFkfr	ifrfcEc dh çd`fr		
			vko/kZu	okLrfod@vkHkklh	lh/kk@mYVk
उत्तल लेंस	फोकस पर अर्थात् $u = \infty$	फोकस पर अर्थात् $v = f$	$m < 1$ छोटा	वास्तविक	उल्टा
	$2f$ से दूर अर्थात् $(u > 2f)$	f एवं $2f$ के बीच अर्थात् $f < v < 2f$	$m < 1$ छोटा	वास्तविक	उल्टा
	$2f$ पर $(u = 2f)$	$2f$ पर अर्थात् $(v = 2f)$	$m = 1$ वस्तु के बराबर	वास्तविक	उल्टा
	f तथा $2f$ के बीच $f < u < 2f$	$2f$ से दूर अर्थात् $v > 2f$	$m > 1$ आवर्धित	वास्तविक	उल्टा
	फोकस पर $u = f$	अनन्त पर $v = \infty$	$m = \infty$ आवर्धित	वास्तविक	उल्टा
	प्रकाश केन्द्र तथा फोकस के मध्य $u < f$	लेंस के पीछे $v > u$	$m > 1$ आवर्धित	आभासी	सीधा
अवतल लेंस 	अनन्त पर $u = \infty$	फोकस पर $v = f$	$m < 1$ छोटा	आभासी	सीधा
	अनन्त एवं प्रकाश केन्द्र के मध्य	प्रकाश केन्द्र एवं फोकस के मध्य	$m < 1$ छोटा	आभासी	सीधा

- ❑ उत्तल लेंस द्वारा बने प्रतिबिम्ब एवं वस्तु के बीच न्यूनतम दूरी $4f$ है।
- ❑ अवतल लेंस में प्रतिबिम्ब की अधिकतम दूरी इसकी फोकस दूरी के तुल्य होती है।

(4) लेंस निर्माता का सूत्र

f, μ, R_1 एवं R_2 के बीच सम्बन्ध को लेंस निर्माता सूत्र कहते हैं।

$$\frac{1}{f} = (\mu - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

mHk;kÙky ysal	lerykÙky ysal	mHk;kory ysal	lery vory ysal
$R_1 = R$ एवं $R_2 = -R$  $f = \frac{R}{2(\mu - 1)}$ $\mu = 1.5$ के लिए $\boxed{f = R}$	$R_1 = \infty, R_2 = -R$  $f = \frac{R}{(\mu - 1)}$ $\mu = 1.5$ के लिए $\boxed{f = 2R}$	$R_1 = -R, R_2 = +R$  $f = -\frac{R}{2(\mu - 1)}$ $\mu = 1.5$ के लिए $\boxed{f = -R}$	$R_1 = \infty, R_2 = R$  $f = \frac{R}{2(\mu - 1)}$ $\mu = 1.5$ के लिए $\boxed{f = -2R}$

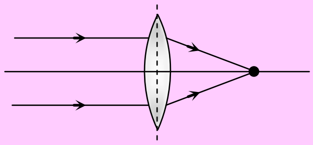
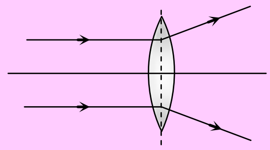
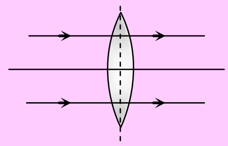
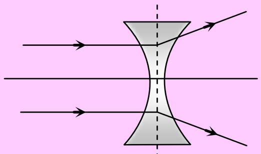
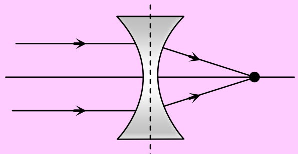
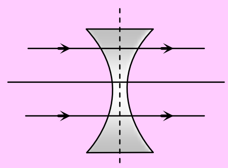
(5) द्रव में स्थित लेंस

द्रव में लेंस की फोकस दूरी (f_l) निम्न सूत्र द्वारा निर्धारित होती है $\frac{f_l}{f_a} = \frac{({}_a\mu_g - 1)}{({}_l\mu_g - 1)}$ (लेंस काँच का है)

- एक लेंस ($\mu = 1.5$) की फोकस दूरी वायु में f है तब जल में डुबोने पर इसकी फोकस दूरी $4f$ होगी।
- द्रव में डुबोने पर लेंस की फोकस दूरी बढ़ती है एवं शक्ति घटती है।

(6) लेंस की विपरीत विकृति

सामान्यतः लेंस का अपवर्तनांक $(\mu_L) >$ लेंस के चारों ओर स्थित माध्यम का अवर्तनांक (μ_M)

$\mu_L > \mu_M$	$\mu_L < \mu_M$	$\mu_L = \mu_M$
		
		

(7) लेंस सूत्र एवं आवर्धन

(i) y|l l|= : $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$; (चिन्ह् परिपाटी का उपयोग करें)

(ii) vko/kZu % प्रतिबिम्ब का आकार और वस्तु के आकार का अनुपात आवर्धन कहलाता है।

(a) vuqçLFk vko/kZu : $m = \frac{I}{O} = \frac{v}{u} = \frac{f}{f+u} = \frac{f-v}{f}$ (प्रश्न हल करते समय चिन्ह् परिपाटी का उपयोग करें)

(b) vuqnS/;Z vko/kZu : $m = \frac{I}{O} = \frac{v_2 - v_1}{u_2 - u_1}$; यदि वस्तु बहुत छोटी है $m = \frac{dv}{du} = \left(\frac{v}{u}\right)^2 = \left(\frac{f}{f+u}\right)^2 = \left(\frac{f-v}{f}\right)^2$

(c) {k=h; vko/kZu : $m_s = \frac{A_i}{A_o} = m^2 = \left(\frac{f}{f+u}\right)^2$, ($A_i$ = प्रतिबिम्ब का क्षेत्रफल, A_o = वस्तु का क्षेत्रफल)

- क्षेत्रीय आवर्धन $m^2 = \frac{A_i}{A_o}$

(8) वस्तु की चाल एवं प्रतिबिम्ब की चाल में सम्बन्ध

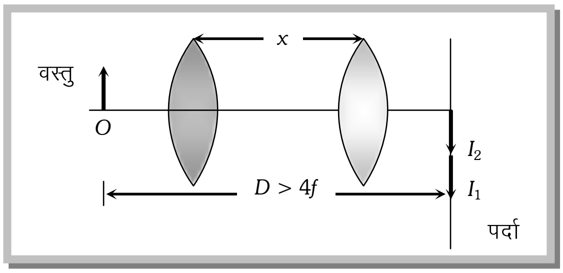
यदि कोई वस्तु उत्तल लेंस की ओर अनन्त से फोकस तक नियत चाल (V_o) से गति करती है तब प्रतिबिम्ब प्रारम्भ में धीरे-धीरे एवं बाद में तेजी से गति करता है एवं प्रतिबिम्ब की चाल $V_i = \left(\frac{f}{f+u}\right)^2 . V_o$

(9) विस्थापन विधि द्वारा उत्तल लेंस की फोकस दूरी का निर्धारण

(i) एक उत्तल लेंस की दो विभिन्न स्थितियों के लिए दोनों प्रतिबिम्ब (I_1 एवं I_2) एक ही स्थिति पर प्राप्त होते हैं

(ii) लेंस की फोकस दूरी $f = \dfrac{D^2 - x^2}{4D} = \dfrac{x}{m_1 - m_2}$ जहाँ $m = \dfrac{I_1}{O}$

एवं $m_2 = \dfrac{I_2}{O}$

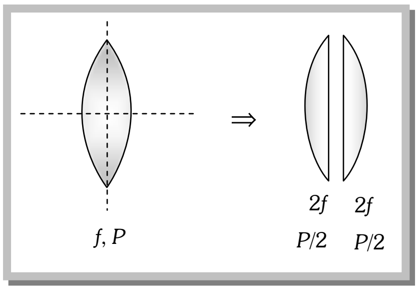


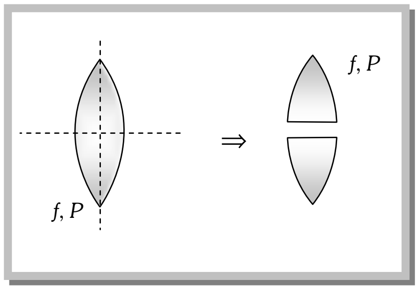
(iii) वस्तु का आकार $O = \sqrt{I_1 . I_2}$

(10) लेंस का काटना

(i) एक सममित लेंस को प्रकाशिक अक्ष के अनुदिश दो समान भागों में काटने पर प्रत्येक भाग द्वारा बनाएँ गए प्रतिबिम्ब की तीव्रता समान एवं पूर्ण लेंस के तुल्य होगी।

(ii) एक सममित लेंस को मुख्य अक्ष के अनुदिश दो समान भागों में काटने पर प्रत्येक भाग द्वारा बनाए गए प्रतिबिम्ब की तीव्रता पूर्ण लेंस की तुलना में कम होगी (प्रत्येक भाग का द्वारक पूर्ण लेंस के द्वारक का $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ गुना है)





(11) लेंसों का संयोजन

(i) लेंसों के एक निकाय के लिए, परिणामी शक्ति, फोकस दूरी एवं आवर्धन निम्न सूत्रों द्वारा व्यक्त होते हैं

$P = P_1 + P_2 + P_3 ....$ $\quad \dfrac{1}{F} = \dfrac{1}{f_1} + \dfrac{1}{f_2} + \dfrac{1}{f_3} + ...$ $\quad m = m_1 \times m_2 \times m_3 \times ....$

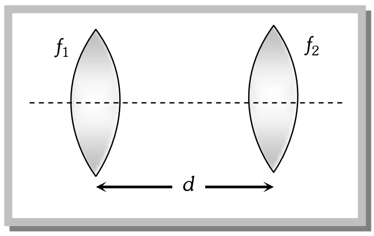
(ii) जब दो पतले लेंस सम्पर्क में हैं : संयोजन उस लेंस की भांति कार्य करेगा जिसकी फोकस दूरी कम या शक्ति अधिक हो।

$\dfrac{1}{F} = \dfrac{1}{f_1} + \dfrac{1}{f_2} \Rightarrow F = \dfrac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$ एवं $P = P_1 + P_2$

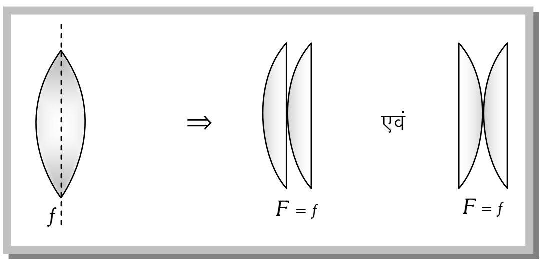
(iii) यदि समान फोकस दूरी एवं विपरीत प्रकृति के दो लेंस सम्पर्क में रखे हैं तो संयोजन एक समतल काँच प्लेट की तरह कार्य करेगा। एवं $F_{\text{संयोजन}} = \infty$

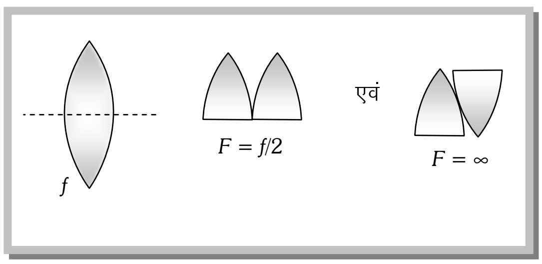
(iv) जब दो लेंस परस्पर d दूरी पर समाक्षतः स्थित हैं तो तुल्य फोकस दूरी (F)

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad \text{तथा} \quad P = P_1 + P_2 - dP_1 P_2$$



(v) लेंस के कटे हुए भागों का संयोजन





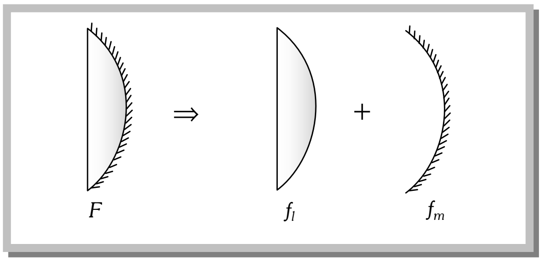
(12) लेंस की एक सतह पर कलई करना

लेंस की एक सतह पर कलई (चाँदी या पॉलिश) करने पर यह एक दर्पण की तरह कार्य करता है एवं इसकी तुल्य फोकस दूरी (F) है तब $\dfrac{1}{F}=\dfrac{2}{f_l}+\dfrac{1}{f_m}$

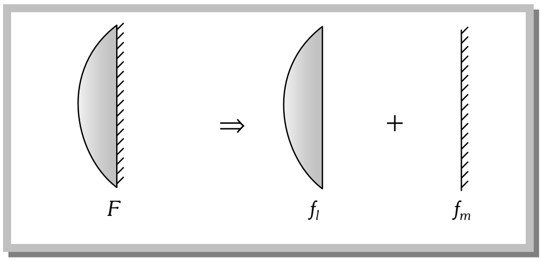
यहाँ, f_l = उस लेंस की फोकस दूरी जिससे प्रकाश अपवर्तित होता है (दो बार)

f_m = उस दर्पण की फोकस दूरी जिससे परावर्तन होता है

(i) **l e r y kÙk y y¡l i j d y bZ d j u k i j**

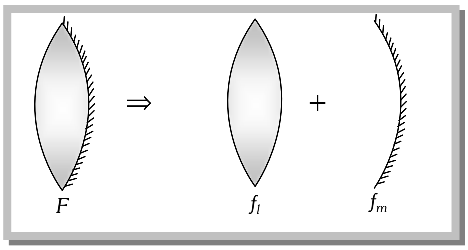


$f_m=\dfrac{R}{2},\ f_l=\dfrac{R}{(\mu-1)}$ इसलिए $F=\dfrac{R}{2\mu}$



$f_m=\infty,\ f_l=\dfrac{R}{(\mu-1)}$ इसलिए $F=\dfrac{R}{2(\mu-1)}$

(ii) **mHk;kÙky y¡l i j d y bZ d j u k i j**

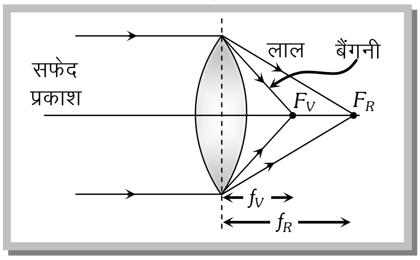


चूँकि $f_l=\dfrac{R}{2(\mu-1)},f_m=\dfrac{R}{2}$ इसलिए $F=\dfrac{R}{2(2\mu-1)}$

❑ इसी प्रकार के परिणाम अवतल लेंस के लिए प्राप्त कर सकते हैं।

(13) लेंस दोष

(i) **o.kZ foiFku :** लेंस के पदार्थ का अपवर्तनांक μ (अतः f) विभिन्न रंगों के लिए भिन्न-भिन्न होने के कारण किसी श्वेत वस्तु का प्रतिबिम्ब रंगीन व अस्पष्ट बनता है इस दोष को वर्ण विपथन कहते हैं।



$\mu_V>\mu_R$ इसलिए $f_R>f_V$

गणितीय रूप में वर्ण विपथन = $f_R-f_V=\omega f_y$

ω = लेंस की विक्षेपण क्षमता

f_y = माध्य रंग की फोकस दूरी $=\sqrt{f_R f_V}$

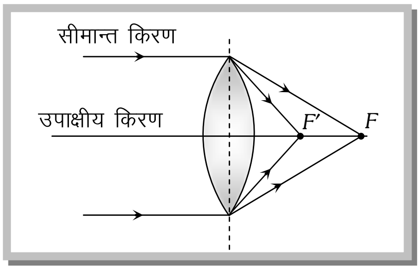
fuokj.k : इस दोष को दूर करने के लिए अर्थात् अवर्णकता के लिए हम एक लेंस के स्थान पर दो या दो से अधिक लेंसों के संयोजन का उपयोग करते हैं।

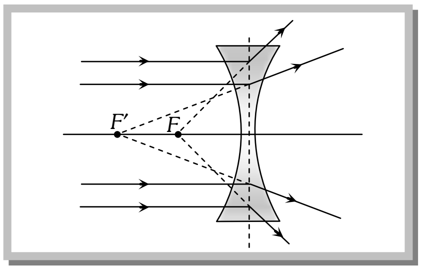
अवर्णकता के लिए आवश्यक शर्त : $\dfrac{\omega_1}{f_1}+\dfrac{\omega_2}{f_2}=0$ या $\omega_1 f_2=-\omega_2 f_1$

❑ अवर्णक संयोजन के दोनों लेंसों को कनाडा ब्लासम (Canada blasam) नामक पदार्थ की एक पतली पर्त द्वारा जोड़े जाते हों। इसका अपवर्तनांक लगभग काँच के तुल्य एक यह पारदर्शी है।

(ii) **xksyh; foiFku :** लेंस द्वारा एक बिन्दु वस्तु का बिन्दु प्रतिबिम्ब न बना पाना, गोलीय विपथन कहलाता है।

इसमें मुख्य अक्ष के पास व दूर की सभी किरणें एक ही बिन्दु पर फोकस नहीं होती तथा बिन्दु वस्तु का प्रतिबिम्ब अस्पष्ट हो जाता है।



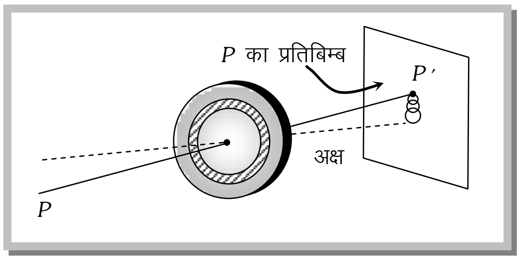


fuokj.k : लेंस के सामने रोक (Stop) लगाकर सबसे आसानी से इस दोष को कम कर सकते हैं। इस उपाय से प्रतिबिम्ब की तीव्रता कम हो जाती है क्योंकि अधिकांश किरणों को रोक देते हैं। इसके अतिरिक्त समतल उत्तल लेंसों का उपयोग करके, दो समतल उत्तल लेंसों को एक निश्चित दूरी पर रखकर $d = F - F'$, क्रॉसित लेंस का उपयोग करके।

- ❑ सीमान्त (Marginal) किरणें : मुख्य अक्ष से दूर किरणें।
  उपाक्षीय (Paraxial) किरणें : मुख्य अक्ष के सन्निकट किरणें।
- ❑ गोलीय विपथन को कम करने के लिए सीमान्त किरणों या उपाक्षीय किरणों को अवरोधित किया जाता है। इसके लिए हम लेंस के चारों ओर वलयाकार खोल (Mask) लगाते हैं।
- ❑ परवलयाकार दर्पणों से बने प्रतिबिम्बों में गोलीय विपथन दोष नहीं होता है।

(iii) **dkek :** जब किसी बिन्दु वस्तु को मुख्य अक्ष से दूर रखते हुए इसके प्रतिबिम्ब को मुख्य अक्ष के लम्बवत् रखे पर्दे पर प्राप्त करते हैं तो प्रतिबिम्ब का आकार एक पुच्छल (Coma) जैसा होता है इस दोष को कोमा कहते हैं।

वास्तव में बिन्दु वस्तु का प्रतिबिम्ब मुख्य अक्ष के लम्बवत् तल में फैल जाता है।

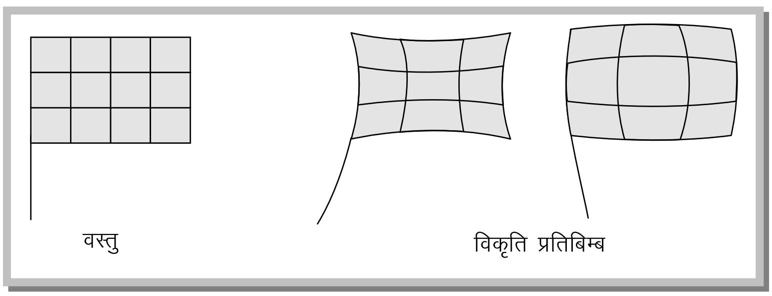


fuokj.k : लेंस की सतहों को उचित रूप से डिजाइन करके, एवं लेन्स के सामने निश्चित दूरियों पर उपयुक्त रोक लगाकर दूर कर सकते हैं।

(v) **oØrk** (Curvature) : मुख्य अक्ष से दूर स्थित बिन्दु वस्तु का प्रतिबिम्ब मुख्य अक्ष के अनुदिश एवं इसके लम्बवत् फैलता है सामान्यतः अच्छा प्रतिबिम्ब एक समतल पर प्राप्त नहीं होता जबकि एक वक्र सतह पर प्राप्त होता है इस दोष को वक्रता कहते हैं।

fuokj.k : मुख्य अक्ष के अनुदिश उचित दूरियों पर उपयुक्त रोक लगाकर एस्टिगमेटिज्म या वक्रता को कम कर सकते हैं।

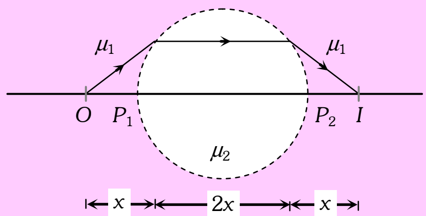
(vi) **fod`fr** (Distortion) **:** जब किसी विस्तृत आकार की वस्तु का प्रतिबिम्ब प्राप्त करते हैं तो वस्तु के विभिन्न भाग सामान्यतः भिन्न भिन्न दूरियों पर होते हैं अतः भिन्न-भिन्न भागों का आवर्धन भी भिन्न-भिन्न होता है। परिणामस्वरूप एक रेखीय वस्तु का प्रतिबिम्ब रेखीय न होकर वक्राकार होता है।



(iv) **,fLVxefVTe :** मुख्य अक्ष से दूर स्थित बिन्दु वस्तु के प्रतिबिम्ब का मुख्य अक्ष के अनुदिश फैलना एस्टिगमेटिज्म कहलाता है।

Concepts

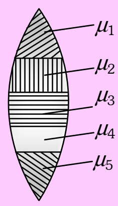
☞ *यदि μ_2 अपवर्तनांक एवं R त्रिज्या का एक पारदर्शी गोला μ_1 अपवर्तनांक वाले किसी माध्यम में रखा जाये तो वस्तु की प्रथम अपवर्तक सतह के ध्रुव से $\left(\frac{\mu_1}{\mu_2 - \mu_1}\right)R$ दूरी होने पर, वास्तविक प्रतिबिम्ब दूसरी अपवर्तक सतह से उतनी ही दूरी पर प्राप्त होगा।*



☞ *दूरदर्शी में लेंसों का संयोग, नीले और लाल रंगों के लिए अवर्णक होता है। जबकि यही संयोग कैमरा में बैंगनी और हरे रंगों के लिए अवर्णक होता है। इसका कारण यह है कि हमारी आँखें नीले और लाल रंग के प्रति अधिक संवेदनशील हैं जबकि फोटोग्राफिक फिल्म बैंगनी और हरे रंग के प्रति अधिक संवेदनशील है।*

☞ ***प्रकाशिक केन्द्र की स्थिति***

उभयोत्तल एवं उभयोवतल लेंस		*लेंस के केन्द्र पर*
उत्तलोवतल एवं अवतलोत्तल लेंस	⟶	*काँच के हिस्से के बाहर*
समतलोत्तल एवं समतलोवतल लेंस	⟶	*वक्रीय सतह के ध्रुव पर*



☞ ***संयुक्त लेंस :*** *यदि एक लेंस विभिन्न पदार्थों से मिलकर ~~बना है। तब~~*

प्रतिबिम्बों की संख्या = प्रयुक्त पदार्थों की संख्या

अतः यहाँ दिये गये चित्र में प्रतिबिम्बों की संख्या = 5

Example: 18 एक पतले लेंस की फोकस दूरी f_1 तथा द्वारक (Aperture) का व्यास d है। यह I तीव्रता का प्रतिबिम्ब बनाता है। अब यदि द्वारक का केन्द्रीय भाग $d/2$ व्यास तक अपारदर्शी कागज से ढँक दें, तो फोकस दूरी तथा प्रतिबिम्ब की तीव्रता क्रमशः हो जावेगी **[CPMT 1989; MP PET 1997; KCET 1998]**

(a) $\frac{f}{2}$ और $\frac{I}{2}$ (b) f और $\frac{I}{4}$ (c) $\frac{3f}{4}$ और $\frac{I}{2}$ (d) f और $\frac{3I}{4}$

Solution: (d) द्वारक का केन्द्रीय भाग $\frac{d}{2}$ व्यास तक ढँक दिया जाता है अर्थात् लेंस का एक चौथाई क्षेत्रफल अवरुद्ध हो जाता है। $\left(A = \frac{\pi d^2}{4}\right)$. अतः प्रकाश निर्गमन के लिए बचा हुआ क्षेत्रफल $A' = \frac{3}{4}A$ चूँकि हम जानते हैं, कि प्रतिबिम्ब की तीव्रता $\propto$ क्षेत्रफल $\Rightarrow \frac{I'}{I} = \frac{A'}{A} = \frac{3}{4} \Rightarrow I' = \frac{3}{4}I$

फोकस दूरी द्वारक पर निर्भर नहीं करती है।

Example: 19 एक पतले अभिसारी लेंस $({}_a\mu_g = 1.5)$ की क्षमता + 5.0 D है। जब इसे ${}_a\mu_l$ अपवर्तनांक वाले द्रव में डुबा दिया जाता है, तो यह 100 cm फोकस दूरी वाले अपसारी लेंस की तरह कार्य करता है, तो द्रव का अपवर्तनांक ${}_a\mu_l$ होगा

(a) 5 / 3 (b) 4 / 3 (c) $\sqrt{3}$ (d) 5 / 4

Solution: (a) सूत्र $\frac{f_l}{f_a} = \frac{{}_a\mu_g - 1}{{}_l\mu_g - 1}$ से यहाँ ${}_l\mu_g = \frac{\mu_g}{\mu_l} = \frac{1.5}{\mu_l}$ तथा $f_a = \frac{1}{P} = \frac{1}{5}m = 20\,cm$

$$\Rightarrow \frac{-100}{20} = \frac{1.5 - 1}{\frac{1.5}{\mu_l} - 1} \Rightarrow \mu_l = 5/3$$

Topperseducations.co.in

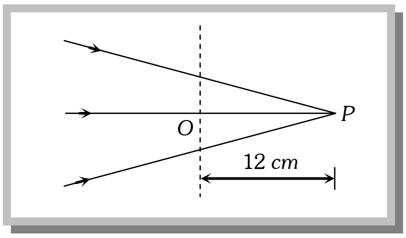
Example: 20 एक उभयोत्तल लेंस के पदार्थ का अपवर्तनांक 1.5 एवं इसकी फोकस दूरी 10 *cm* है। यदि इसे अपवर्तनांक 3.0 वाले द्रव में डुबोया जाये तो, लेंस व्यवहार करेगा

(a) 10 *cm* फोकस दूरी वाले अपसारी लेंस की भाँति (b) 10 / 3 *cm* फोकस दूरी वाले अपसारी लेंस की भाँति

(c) 10 / 3 *cm* फोकस दूरी वाले अभिसारी लेंस की भाँति (d) 30 *cm* फोकस दूरी वाले अभिसारी लेंस की भाँति

Solution: (a) $\frac{f_l}{f_a} = \frac{{}_a\mu_g - 1}{{}_l\mu_g - 1} \Rightarrow \frac{f_l}{+10} = \frac{1.5-1}{\frac{1.5}{3}-1} \Rightarrow f_l = -10\,cm$ अर्थात् अपसारी लेंस

Example: 21 निम्न चित्र में बिन्दु *P* की ओर अभिसरित प्रकाश पुंज दिखाया गया है, जब 16 *cm* फोकस दूरी वाले अवतल लेंस को प्रकाश पुंज के मार्ग में बिन्दु *O* पर रख दिया जाये तो *OP* लेंस की अक्ष हो जाये, तो पुंज लेंस से *x* दूरी पर अभिसरित होता है, तो *x* का मान है **[AMU (Med.) 2002]**



(a) 12 *cm*

(b) 24 *cm*

(c) 36 *cm*

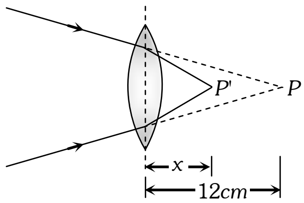
(d) 48 *cm*

Solution: (d) चित्र से यह स्पष्ट है कि

लेंस के लिए

$u = 12\ cm$ तथा $v = x = ?$

सूत्र $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$ से $\Rightarrow \frac{1}{+16} = \frac{1}{x} - \frac{1}{+12} \Rightarrow x = 48\ cm$



Example: 22 40 *cm* फोकस दूरी का एक उत्तल लेंस 25 *cm* फोकस दूरी के एक अवतल लेंस के सम्पर्क में रखा है। संयोग की क्षमता है **[IIT-JEE 1982; AFMC 1997; CBSE PMT 2000]**

(a) – 1.5 *D* (b) – 6.5 *D* (c) +6.5 *D*

(d) + 6.67 *D*

Solution: (a) $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{1}{+40} + \frac{1}{-25}$

$\Rightarrow F = -\frac{200}{3} cm$, अतः $P = \frac{100}{f(cm)} = \frac{100}{-200/3} = -1.5\ D$

Example: 23 f_1 व f_2 फोकस दूरियों के दो पतले लेंसों को जब सम्पर्क में लाया जाता है, तो ये किसी दूर की वस्तु का प्रतिबिम्ब 60 *cm* दूरी पर बनाते हैं। यदि इन लेंसों को परस्पर 10 *cm* दूर रखा जाये, तो प्रतिबिम्ब की दूरी संयोजन से 30 *cm* प्राप्त होती है, तो f_1 व f_2 के मान क्रमशः हैं

(a) 30 *cm*, – 60 *cm* (b) 20 *cm*, – 30 *cm* (c) 15 *cm*, – 20 *cm* (d) 12 *cm*, – 15 *cm*

Solution: (b) प्रारम्भ में $F = 60\ cm$ (संयोजन की फोकस दूरी)

अतः सूत्र $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{60} \Rightarrow \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} = 60$ ......(i)

अंततः सूत्र $\frac{1}{F'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$ से, यहाँ $F' = 30\,cm$ एवं $d = 10\ cm$ $\Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{10}{f_1 f_2}$ ......(ii)

समीकरण (i) व (ii) से $f_1 f_2 = -600.$

समीकरण (i) से $f_1 + f_2 = -10$ .....(iii)

फोकस दूरियों के अन्तर को लिखा जा सकता है; $f_1 - f_2 = \sqrt{(f_1 + f_2)^2 - 4f_1 f_2} \Rightarrow f_1 - f_2 = 50$ .....(iv)

समीकरण (iii) एवं (iv) से, $f_1 = 20\,cm$ तथा $f_2 = -30\,cm$

Example: 24 एक पतले उभयोत्तल लेंस की प्रत्येक सतह की त्रिज्या का परिमाण 40 *cm* है। लेंस के पदार्थ का अपवर्तनांक 1.65 है। इसकी फोकस दूरी लगभग होगी **[MP PMT 1997]**

(a) 20 *cm* (b) 31 *cm* (c) 35 *cm* (d) 50 *cm*

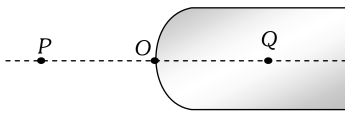
Solution: (b) सूत्र से $f = \frac{R}{2(\mu - 1)} \Rightarrow f = \frac{40}{2(1.65-1)} = 30.7\,cm \approx 31\,cm$

Example: 25 एक गोलीय सतह जिसकी त्रिज्या *R* है वायु एवं काँच को विभेदित कर रही है। इस प्रकार की वक्रता केन्द्र काँच में है। यदि एक बिन्दु आकार की वस्तु *P* वायु में रखी जाये तो इसका वास्तविक प्रतिबिम्ब *Q* काँच के अन्दर बनता है, रेखा *PQ* सतह को *O* पर काटती है। यदि $PO = OQ$ तो दूरी *PO* होगी **[MP PMT 1994; Haryana CEE 1996]**

(a) 5 *R* (b) 3 *R* (c) 2 *R* (d) 1.5 *R*

Solution: (a) सूत्र $\frac{\mu_2}{v} - \frac{\mu_1}{u} = \frac{\mu_2 - \mu_1}{R}$ से

यहाँ $\mu_1 = 1, \quad \mu_2 = 1.5, \quad u = -OP, \quad v = OQ$



अतः $\frac{1.5}{OQ} - \frac{1}{-OP} = \frac{1.5-1}{(+R)} \Rightarrow \frac{1.5}{OP} + \frac{1}{OP} = \frac{0.5}{R}$

$\Rightarrow OP = 5R$

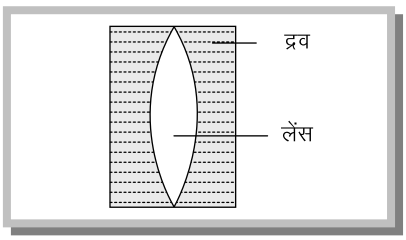
Example: 26 एक वस्तु और एक पर्दे के बीच की दूरी 100 *cm* है। एक लेंस को 40 *cm* अन्तराल स्थित किन्हीं भी दो बिन्दुओं पर रखने यह पर्दे पर प्रतिबिम्ब बनाता है। लेंस की शक्ति होगी **[SCRA 1994]**

(a) 3 *D* (b) 5 *D* (c) 7 *D* (d) 9 *D*

Solution: (b) $f = \frac{D^2 - x^2}{4D} \Rightarrow f = \frac{100^2 - 40^2}{4 \times 100} = 21\,cm$

अतः शक्ति $P = \frac{100}{F(cm)} = \frac{100}{21} \approx +5D$

Example: 27 चित्र में दिखाये अनुसार एक अभिसारी लेंस को द्रव से भरे हुए एक प्रकोष्ठ में रखा जाता है। लेंस की फोकस दूरी +20 *cm* है एवं इसका अपवर्तनांक 1.50 है। यदि द्रव का अपवर्तनांक 1.60 है, तो इस संयोग की फोकस दूरी होगी **[NSEP 1994; DPMT 2000]**



(a) + 80 *cm*

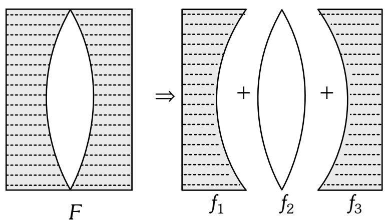
(b) – 80 *cm*

(c) – 24 *cm*

(d) – 100 *cm*

Solution: (d) यहाँ $\frac{1}{f_1} = (1.6-1)\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{20}\right) = \frac{-3}{100}$ ....(i)

$\frac{1}{f_2} = (1.5-1)\left(\frac{1}{20} - \frac{1}{-20}\right) = \frac{1}{20}$ ....(ii)



$$\frac{1}{f_3} = (1.6-1)\left(\frac{1}{-20} - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{-3}{100} \qquad ....(iii)$$

सूत्र से $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} \Rightarrow \frac{1}{F} = \frac{-3}{100} + \frac{1}{20} - \frac{3}{100} \Rightarrow F = -100\,cm$

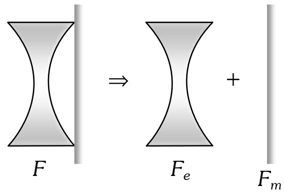
Example: 28 20 *cm* फोकस दूरी वाले अवतल लेंस को एक समतल दर्पण के सम्पर्क में रखा गया है। यह संयोजन व्यवहार करेगा **[SCRA 1998]**

(a) 10 *cm* फोकस दूरी के उत्तल दर्पण की भाँति (b) 40 *cm* फोकस दूरी के अवतल दर्पण की भाँति

(c) 60 *cm* फोकस दूरी के अवतल दर्पण की भाँति (d) 10 *cm* फोकस दूरी के अवतल दर्पण की भाँति

Solution: (a) सूत्र से $\frac{1}{F} = \frac{2}{f_l} + \frac{1}{f_m}$

$f_m = \infty \Rightarrow F = \frac{f_l}{2} = \frac{20}{2} = 10\,cm$



(चाँदी की पॉलिश करने पर अवतल लेंस उत्तल दर्पण की भाँति व्यवहार करता है)

Example: 29 लेंस से 25 *cm* दूर स्थित मोमबत्ती का प्रतिबिम्ब लेंस के दूसरी ओर 75 *cm* दूर रखे पर्दे पर बनता है। लेंस की फोकस दूरी तथा प्रकृति है **[KCET (Med.) 2000]**

(a) + 18.75 *cm* तथा उत्तल लेंस (b) – 18.75 *cm* तथा अवतल लेंस

(c) + 20.25 *cm* तथा उत्तल लेंस (d) – 20.25 *cm* तथा अवतल लेंस

Solution: (a) अवतल लेंस में प्रतिबिम्ब सदैव वस्तु की ओर ही प्राप्त होता है। अतः दिया गया लेंस एक उत्तल लेंस होगा जिसके लिए $u = -25\ cm,\quad v = 75\ cm.$

सूत्र से $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{(+75)} - \frac{1}{(-25)} \Rightarrow f = +18.75\ cm.$

Example: 30 एक वस्तु का लेंस की दो स्थितियों के लिए पर्दे पर वास्तविक प्रतिबिम्ब प्राप्त होता है। यदि दोनों स्थितियों में प्रतिबिम्बों की ऊँचाइयाँ 8 *cm* व 2 *cm* हो, तो वस्तु की ऊँचाई है **[KCET (Engg./Med.) 2000, 2001]**

(a) 16 *cm* (b) 8 *cm* (c) 4 *cm* (d) 2 *cm*

Solution: (c) $O = \sqrt{I_1 I_2} \Rightarrow O = \sqrt{8 \times 2} = 4\,cm$

Example: 31 एक उत्तल लेंस वस्तु का *m* गुना वास्तविक प्रतिबिम्ब बनाता है। वस्तु की लेंस से दूरी होगी **[JIPMER 2002]**

(a) $\left(\frac{m+1}{m}\right)f$ (b) $(m-1)f$ (c) $\left(\frac{m-1}{m}\right)f$ (d) $\frac{m+1}{f}$

Solution: (a) सूत्र $m = \frac{f}{f+u}$ से; यहाँ $-m = \frac{(+f)}{(+f)+u} \Rightarrow -\frac{1}{m} = \frac{f+u}{f} = 1 + \frac{u}{f} \Rightarrow u = -\left(\frac{m+1}{m}\right).f$

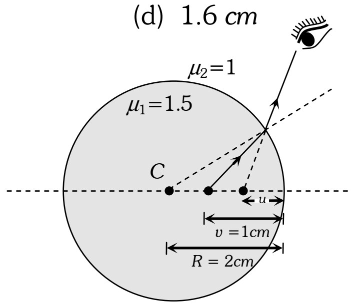
Example: 32 4 *cm* व्यास वाले गोले के अन्दर वायु का बुलबुला व्यास के अनुदिश देखने पर आँख के निकट पृष्ठ से 1 *cm* दूरी पर दिखायी देता है। यदि ${}_a\mu_g = 1.5$ तो बुलबुले की अपवर्तक सतह से दूरी होगी **[CPMT 2002]**

(a) 1.2 *cm* (b) 3.2 *cm* (c) 2.8 *cm* (d) 1.6 *cm*

Solution: (a) सूत्र $\frac{\mu_2}{v} - \frac{\mu_1}{u} = \frac{\mu_2 - \mu_1}{R}$ से

यहाँ $u = ?,\quad v = -1\ cm,\quad \mu_1 = 1.5,\quad \mu_2 = 1,\quad R = -2\ cm.$

$\frac{1}{-1} - \frac{1.5}{u} = \frac{1-1.5}{(-2)} \quad \Rightarrow u = -\frac{6}{5} = -1.2\,cm.$

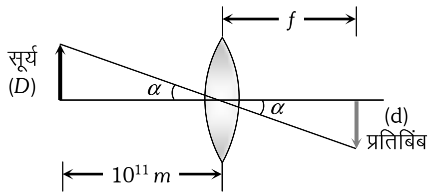


Example: 33 सूर्य का व्यास $1.4 \times 10^9 m$ है एवं इसकी पृथ्वी से दूरी $10^{11} m$ है। 2*m* फोकस दूरी वाले उत्तल लेंस के द्वारा बने सूर्य के प्रतिबिम्ब का व्यास होगा **[MP PET 2000]**

(a) 0.7 *cm* (b) 1.4 *cm* (c) 2.8 *cm* (d) शून्य

Solution: (c) चित्र से

$\frac{D}{d}=\frac{10^{11}}{2} \Rightarrow d=\frac{2\times1.4\times10^{9}}{10^{11}}=2.8\,cm.$



Example: 34 दो बिन्दु स्त्रोत एक दूसरे से 24 *cm* दूर स्थित है। इनके मध्य में 9 *cm* फोकस दूरी का एक उत्तल लेंस कहाँ रखा जाये कि दोनों स्त्रोतों के प्रतिबिम्ब एक ही स्थान पर प्राप्त हों

(a) 6 *cm* (b) 9 *cm* (c) 12 *cm* (d) 15 *cm*

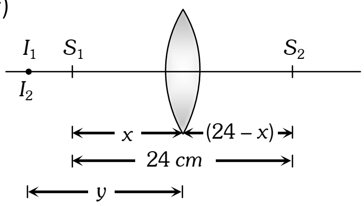
Solution: (a) दी गयी शर्त केवल तभी संतुष्ट होगी जबकि एक स्रोत (माना S_1) लेंस के बांयी ओर फोकस के अंदर रखा जाये (अर्थात् $u < f$) जबकि दूसरा स्त्रोत (माना S_2) लेंस के दांयी ओर इस प्रकार रखें कि यह फोकस के बाहर हो (अर्थात् $u > f$)

यदि S_1 लेंस के लिए वस्तु है, तब $\frac{1}{f}=\frac{1}{-y}-\frac{1}{-x} \Rightarrow \frac{1}{y}=\frac{1}{x}-\frac{1}{f}$ ....(i)

यदि S_2 लेंस के लिए वस्तु है तब $\frac{1}{f}=\frac{1}{+y}-\frac{1}{-(24-x)} \Rightarrow \frac{1}{y}=\frac{1}{f}-\frac{1}{(24-x)}$ ....(ii)

समीकरण (i) एवं (ii) से

$\frac{1}{x}-\frac{1}{f}=\frac{1}{f}-\frac{1}{(24-x)} \Rightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{(24-x)}=\frac{2}{f}=\frac{2}{9} \Rightarrow x^2-24x+108=0$



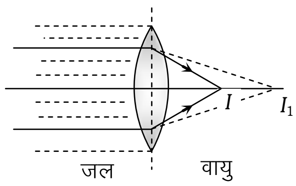
हल करने पर, $x = 18\,cm\,,\,6\,cm$

Example: 35 एक उभयोत्तल काँच लेंस के प्रत्येक सतह की त्रिज्या *R* है। जबकि ${}_a\mu_g = 3/2$ एवं ${}_a\mu_w = 4/3$ यदि वस्तु की ओर वाला माध्यम जल है एवं प्रतिबिम्ब की ओर वाला माध्यम वायु है, तब लेंस की फोकस दूरी होगी

(a) 2*R* (b) *R* (c) 3 *R*/2 (d) R^2

Solution: (c) सर्वप्रथम पहली सतह से अपवर्तन को देखें (अर्थात् विरल माध्यम से सघन माध्यम में)

$\frac{\mu_2-\mu_1}{R}=\frac{\mu_1}{-u}+\frac{\mu_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\left(\frac{3}{2}\right)-\left(\frac{4}{3}\right)}{R}=\frac{\frac{4}{3}}{\infty}+\frac{\frac{3}{2}}{v_1} \Rightarrow v_1=9R$



तत्पश्चात् द्वितीय सतह से होने वाले अपवर्तन को देखें (अर्थात् सघन माध्यम से विरल माध्यम में)

$$\frac{1-\frac{3}{2}}{-R}=-\frac{\frac{3}{2}}{9R}+\frac{1}{v_2} \Rightarrow v_2=\left(\frac{3}{2}\right)R$$

अंतिम प्रतिबिम्ब $\frac{3}{2}R$ की दूरी पर प्राप्त हो रहा है। अतः यह लेंस की फोकस दूरी होगी (समान्तर प्रकाश किरणें लेंस के फोकस पर मिलती हैं)

Tricky example: 4

20 *cm* फोकस दूरी वाले उत्तल लेंस के एक ओर लेंस से 30 *cm* की दूरी पर एक प्रदीप्त वस्तु रखी है। लेंस के दूसरे ओर लेंस से कितनी दूरी पर एक 10 *cm* वक्रता त्रिज्या वाला उत्तल दर्पण रखा जाये जिससे वस्तु का सीधा प्रतिबिम्ब वस्तु के ऊपर ही प्राप्त हो **[CBSE PMT 1998; JIPMER 2001, 2002]**

(a) 12 *cm* (b) 30 *cm* (c) 50 *cm* (d) 60 *cm*

Solution : (c) लेंस के लिए $u = 30\ cm,\ f = 20\,cm$, $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u} \Rightarrow \frac{1}{+20} = \frac{1}{v} - \frac{1}{-30} \Rightarrow v = 60\ cm$

अंतिम प्रतिबिम्ब वस्तु के संपाती होगा यदि प्रकाश किरणें चित्र में दिखाये अनुसार उत्तल दर्पण पर अभिलम्बवत् आपतित हों।

चित्र से स्पष्ट है कि लेंस और दर्पण के मध्य दूरी

$60 - 10 = 50\ cm.$

Tricky example: 5

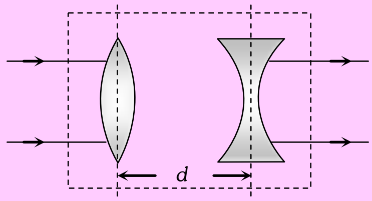
एक उत्तल लेंस 30 *cm* फोकस दूरी का 10 *cm* फोकस दूरी वाले अवतल लेंस के सामने इस प्रकार रखा जाता है कि दोनों की अक्ष एक ही रहे। एक समानान्तर किरण पुंज उत्तल लेंस पर पड़ने के बाद यदि अवतल लेंस से भी समानान्तर निकले तो दोनों लेंसों के बीच दूरी होगी

(a) 40 *cm* (b) 30 *cm* (c) 20 *cm* (d) 10 *cm*

Solution : (c) चित्र में दर्शाये अनुसार, संयोजन एक समतल काँच की प्लेट की भाँति व्यवहार करेगा (अर्थात् $F = \infty$)

सूत्र $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$ से

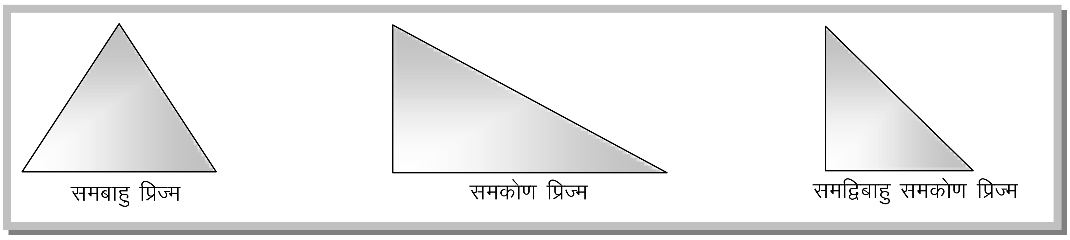
$\Rightarrow \frac{1}{\infty} = \frac{1}{+30} + \frac{1}{-10} - \frac{d}{(30)(-10)} \Rightarrow d = 20\ cm$



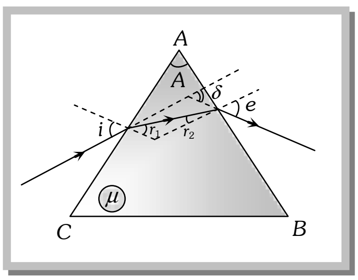
प्रिज्म

परस्पर झुकी दो अपवर्तक सतहों से घिरा पारदर्शी माध्यम प्रिज्म कहलाता है, तथा वह सतह जिस पर प्रकाश आपतित होता है एवं वह सतह जिससे निर्गत होता है एक दूसरे के असमान्तर होनी चाहिए।

सामान्यतः उपयोग में आने वाले प्रिज्म



(1) प्रिज्म से अपवर्तन



$A = r_1 + r_2$ एवं $i + e = A + \delta$

सतह *AC* पर $\mu = \frac{\sin i}{\sin r_1}$;

सतह *AB* पर $\mu = \frac{\sin r_2}{e}$

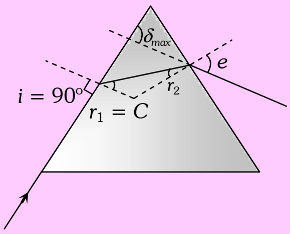
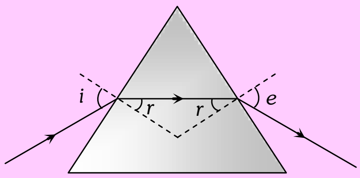
i – आपतन कोण, e – निर्गत कोण
A – प्रिज्म कोण या अपवर्तक कोण
r_1 एवं r_2 – अपवर्तन कोण
δ – विचलन कोण

(2) प्रिज्म से विचलन

पतले प्रिज्म के लिए $\delta = (\mu - 1)A$

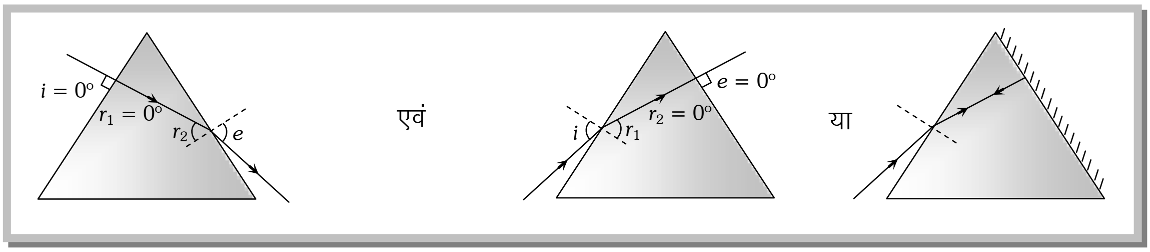
विभिन्न रंगों के लिए विचलन भी भिन्न-भिन्न होगा, जैसें $\mu_R < \mu_V \; \therefore \delta_R < \delta_V$

$\mu_{\text{फिलन्ट}} > \mu_{\text{क्राउन}} \; \therefore \delta_F > \delta_C$

vf/kdre fopyu	U;wure fopyu
 इस स्थिति में $\angle i = 90^o$, $r_1 = C$ एवं $r_2 = A - C$ तथा स्नैल के नियम से निर्गत कोण $e = \sin^{-1}\left[\frac{\sin(A-C)}{\sin C}\right]$	 इस स्थिति में $\angle i = \angle e$ एवं $\angle r_1 = \angle r_2 = r$ (i) प्रिज्म के अन्दर अपवर्तित किरण प्रिज्म के आधार के समान्तर होती है (ii) $r = \frac{A}{2}$ एवं $i = \frac{A+\delta_m}{2}$ (iii) $\mu = \frac{\sin i}{\sin A/2}$ या $\mu = \frac{\sin\frac{A+\delta_m}{2}}{\sin A/2}$

❑ यदि $\delta_m = A$ तब $\mu = 2\cos A/2$

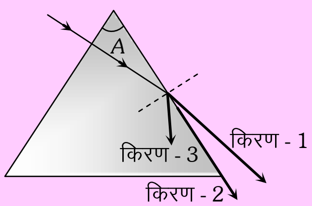
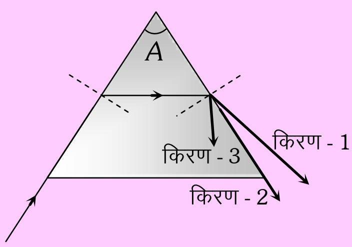
(3) प्रिज्म पर अभिलम्बवत् आपतन की स्थिति



उपरोक्त में से किसी भी स्थिति में, $\mu = \frac{\sin i}{\sin A}$ तथा $\delta = i - A$

(4) प्रिज्म से स्पर्शीय निर्गमन एवं पूर्ण आन्तरिक परावर्तन

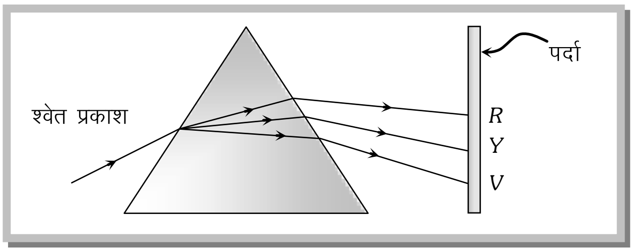
जब एक प्रकाश किरण प्रिज्म की एक सतह पर आपतित होती है तो यह आवश्यक नहीं है कि यह प्रिज्म से निर्गत हो। यह निर्गत हो सकती है और नहीं भी। जैसा कि नीचे दर्शाया गया है :

 A = प्रिज्मकोण एवं C = प्रिज्म के पदार्थ के लिए क्रांतिक कोण किरण –1 : सामान्य निर्गमन $A < C$ एवं $\mu < \text{cosec } A$ किरण – 2: स्पर्शीय निर्गमन $A = C$ एवं $\mu = \text{cosec } A$ किरण – 3: TIR $A > C$ एवं $\mu > \text{cosec } A$	 किरण –1 : सामान्य निर्गमन $A < 2C$ एवं $\mu < \text{cosec } (A/2)$ किरण – 2: स्पर्शीय निर्गमन $A = 2C$ एवं $\mu = \text{cosec } (A/2)$ किरण – 3: TIR $A > 2C$ एवं $\mu > \text{cosec } (A/2)$

❑ स्पर्शीय निर्गमन के लिए आपतन कोण का न्यूनतम मान $\boldsymbol{i_{min}} = \sin^{-1}\left[\sqrt{\mu^2 - 1}\,\sin A - \cos A\right]$

(5) प्रिज्म में वर्ण विक्षेपण

श्वेत प्रकाश का इसके अवयवी रंगों में वियोजित होना प्रकाश का वर्ण विक्षेपण कहलाता है।



(i) dk.kh; fo{ki.k (*θ*) : लाल एवं बैंगनी रंगों के बीच कोणीय विस्थापन

अर्थात् $\theta = \delta_V - \delta_R = (\mu_V - \mu_R)A$

(ii) o.k fo{ki.k {kerk (*ω*)

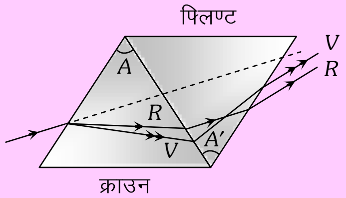
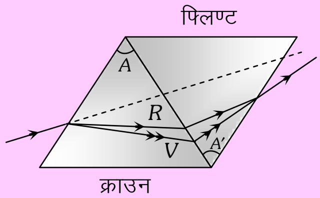
$$\omega = \frac{\theta}{\delta_y} = \frac{\mu_V - \mu_R}{\mu_y - 1}\left\{\mu_y = \frac{\mu_V + \mu_R}{2}\right\}$$

⇒ यह केवल μ पर निर्भर करता है

❑ याद रखें $\omega_{\text{फ्लिंट}} > \omega_{\text{क्राउन}}$ अर्थात् यह प्रिज्म कोण A पर निर्भर नहीं करता है।

(6) प्रिज्मों का संयोजन

दो प्रिज्मों (क्राउन एवं फ्लिण्ट काँच के बने) को केवल विक्षेपण या केवल विचलन प्राप्त करने के लिए संयोजित किया जाता है।

विचलन रहित विक्षेपण (वर्णक संयोजन)	विक्षेपण रहित विचलन (अवर्णक संयोजन)
	
(i) $\frac{A'}{A} = -\frac{(\mu_y - 1)}{(\mu'_y - 1)}$	(i) $\frac{A'}{A} = -\frac{(\mu_V - \mu_R)}{(\mu'_V - \mu'_R)}$
(ii) $\theta_{net} = \theta\left(1 - \frac{\omega'}{\omega}\right) = (\omega\delta - \omega'\delta')$	(ii) $\delta_{net} = \delta\left(1 - \frac{\omega}{\omega'}\right)$

प्रकाश का प्रकीर्णन

माध्यम के अणु आपतित प्रकाश विकिरणों को अवशोषित करके इनको सभी दिशाओं में उत्सर्जित करते हैं इस घटना को प्रकीर्णन कहते हैं

(1) वैज्ञानिक रैले के अनुसार प्रकीर्णित प्रकाश की तीव्रता $\propto \frac{1}{\lambda^4}$

(2) प्रकीर्णन पर आधारित कुछ घटनाएं : (i) प्रकाश का नीला दिखाई देना।

(ii) सूर्योदय एवं सूर्यास्त के समय इसका लाल दिखाई देना।

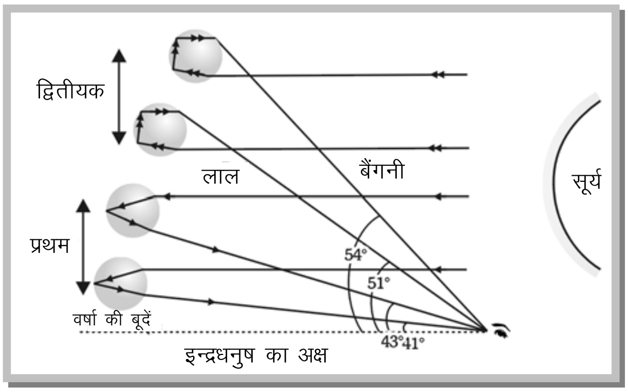
(iii) खतरनाक संकेत लाल रंग के बने होते हैं।

(3) **प्रत्यास्थ प्रकीर्णन** : जब आपतित प्रकाश की तरंगदैर्ध्य एवं प्रकीर्णित प्रकाश की तरंग समान है तो प्रकीर्णन को प्रत्यास्थ प्रकीर्णन कहते हैं।

(4) **अप्रत्यास्थ प्रकीर्णन (रमन प्रभाव) :** कुछ विशेष परिस्थितियों में प्रकीर्णित प्रकाश की तरंगदैर्ध्य आपतित तरंगदैर्ध्य से भिन्न होती है इस घटना को अप्रत्यास्थ प्रकीर्णन कहते हैं। इसके लिए डॉ रमन को 1930 में नोबल पुरूस्कार मिला था।

इन्द्रधनुष

वायुमण्डल में स्थित जल की बूँदों द्वारा प्रकाश के विक्षेपण एवं पूर्ण आंतरिक परावर्तन के कारण इन्द्रधनुष बनता है।



(1) **प्राथमिक इन्द्रधनुष**

(i) दो अपवर्तन एवं एक पूर्ण आंतरिक परावर्तन

(ii) सबसे भीतरी चाप बैंगनी एवं बाहरी लाल होती है

(iii) प्रेक्षक की आँख पर अन्तरित कोण 42^o है

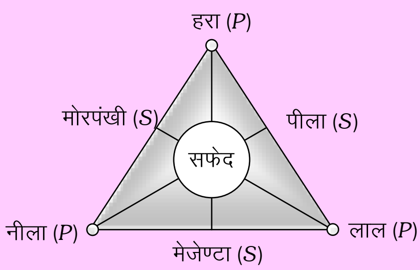
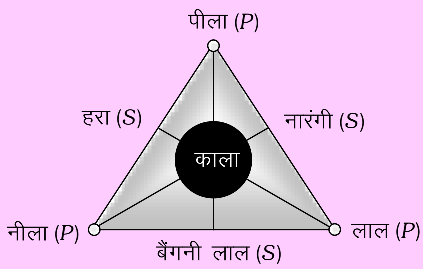
(iv) अपेक्षाकृत अधिक चमकदार

(2) **द्वितीयक इन्द्रधनुष** : (i) दो अपवर्तन एवं दो पूर्ण आन्तरिक परावर्तन (ii) सबसे भीतरी चाप लाल एवं बाहरी बैंगनी होती है (iii) प्रेक्षक की आँख पर अन्तरित कोण 52.5^o है। (iv) अपेक्षाकृत कम चमकदार

रंग

एक वस्तु से आने वाले प्रकाश में से आँख द्वारा ग्रहण की गई अनुभूति (Sensation) को रंग कहते हैं।

(1) **रंग के प्रकार**

idkf’kd jx	**fixeUV ,o jtd d jx**
	
(i) **ijd jx** हरा एवं मेजेण्टा नीला एवं पीला लाल एवं मोरपंखी (ii) **l;ktu** हरा + लाल + नीला = श्वेत नीला + पीला = श्वेत लाल + मोरपंखी = श्वेत हरा + मेजेण्टा = श्वेत	(i) **ijd jx** पीला एवं बैंगनी लाल लाल एवं हरा नीला एवं नारंगी (ii) **l;ktu** पीला + लाल + नीला = काला नीला + नारंगी = काला लाल + हरा = काला पीला + बैंगनी लाल = काला

(2) वस्तुओं के रंग

किसी वस्तु का रंग वस्तु की प्रकृति एवं आपतित प्रकाश की प्रकृति पर निर्भर करता है

v ikjn'kh oLrq dk jax	ikjn'kh oLrq dk jax
(i) निश्चित प्रकाश (रंग) के परावर्तन के कारण	(i) निश्चित प्रकाश (रंग) के पारगमन के कारण
(ii) लाल गुलाब, लाल या श्वेत प्रकाश में लाल दिखाई देता है क्योंकि यह लाल रंग का परावर्तन करता है।	(ii) एक लाल रंग का काँच लाल दिखाई देता है क्योंकि यह केवल लाल रंग को पारगमित करता है एवं शेष रंगों को अवशोषित कर लेता है।
(iii) जब फूलों के एक गुलदस्ते पर पीला प्रकाश आपतित किया जाता है तो पीले एवं श्वेत रंग के फूल पीले जबकि शेष रंग के फूल काले दिखाई देते हैं।	(iii) जब हम हरे काँच या हरे फिल्टर से बहुत सी वस्तुओं के देखें तो सफेद और हरी वस्तुएँ तो हरी जबकि अन्य रंग की वस्तुएँ काली दिखाई देती हैं।

❑ एक गर्म वस्तु का प्रेक्षित रंग वही हैं जिसे यह गर्म अवस्था में उत्सर्जित करती है।

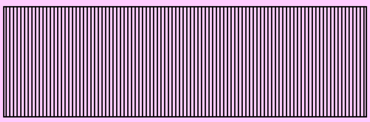
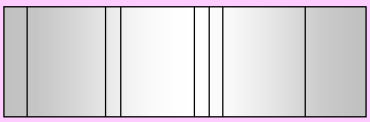
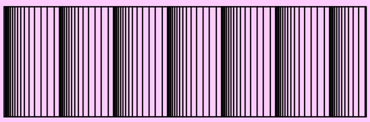
स्पेक्ट्रम

विकिरणों की आवृत्ति या तरंगदैर्ध्य के अनुसार क्रमिक व्यवस्था को स्पेक्ट्रम कहते हैं स्पेक्ट्रम को दो भागों में विभाजित कर सकते हैं।

(1) उत्सर्जन स्पेक्ट्रम (2) अवशोषण स्पेक्ट्रम

(1) उत्सर्जन स्पेक्ट्रम

किसी स्वप्रदीप्त वस्तु से उत्सर्जित प्रकाश का विक्षेपण करने पर प्राप्त स्पेक्ट्रम को उत्सर्जन स्पेक्ट्रम कहते हैं।

lrr mRltZu LiDVªe	jf[ky mRltZu LiDVªe	cS.M vo'kks"k.k LiDVªe
(i) इसमें सभी रंग एक निश्चित क्रम में उपस्थित होते हैं। (ii) यह अतितृप्त ठोसों, द्रवों एवं गैसों द्वारा उत्पन्न होता है। (iii) उदाहरण : सूर्य, कार्बनडाई-ऑक्साइड विद्युत बल्ब, मोमबत्ती की ज्वाला आदि। 	(i) इसमें विभिन्न रंगों की चमकीलीं रेखायें उपस्थित होती हैं। (ii) यह परमाण्विक अवस्था में उत्तेजित स्त्रोत द्वारा उत्पन्न होता है। (iii) उदाहरण : उत्तेजित हीलियम, पारा वाष्प, सोडियम वाष्प, परमाण्विक हाइड्रोजन आदि। 	(iii) इसमें विभिन्न रंगों की चमकीली पट्टियाँ उपस्थित होती हैं। (ii) यह आण्विक अवस्था में उत्तेजित स्त्रोत द्वारा उत्पन्न होता है। (iii) उदाहरण : आण्विक H_2, CO, NH_3 आदि 

(2) अवशोषण स्पेक्ट्रम

जब श्वेत प्रकाश किसी अर्द्ध पारदर्शी ठोस, या द्रव या गैस से गुजरता है तो इसके स्पेक्ट्रम में कुछ काली रेखायें या बैण्ड प्राप्त होते हैं इस प्रकार के स्पेक्ट्रम को अवशोषण स्पेक्ट्रम (उस पदार्थ का जिसमें से प्रकाश गुजरता है) कहते हैं।

(i) परमाण्विक अवस्था में पदार्थ रेखिल अवशोषण स्पेक्ट्रम उत्पन्न करते हैं बहु-परमाणिक पदार्थ जैसे H_2, CO_2 एवं $KMnO_4$ आदि अवशोषण स्पेक्ट्रम उत्पन्न करते हैं।

(ii) सोडियम वाष्प के अवशोषण स्पेक्ट्रम में $D_1 (5890\,Å)$ एवं $D_2 (5896\,Å)$ दो पीली रेखायें प्राप्त होती हैं।

❑ कोई पदार्थ उच्च ताप पर जिन स्पेक्ट्रमी रेखाओं को उत्सर्जित करता है कम ताप पर उन्हीं रेखाओं को अवशोषित कर लेता है। यह किरचॉफ का नियम है।

(3) **फ्रॉनहोफर रेखायें**

सूर्य का केन्द्रीय भाग (प्रकाश मण्डल) का ताप बहुत उच्च (कई लाख सेल्सियस) है यह एक सतत् स्पेक्ट्रम उत्सर्जित करता है जबकि बाहरी भाग (वर्ण मण्डल) का ताप अपेक्षाकृत कम (लगभग $6000\ K$) है एवं इसमें विभिन्न तत्व वाष्प अवस्था में उपस्थित होते हैं। जब प्रकाश मण्डल से उत्सर्जित स्पेक्ट्रम वर्ण मण्डल से गुजरता है तो उपस्थित वाष्प कुछ तरंगदैर्ध्यों को अवशेषित कर लेते हैं। अतः सूर्य प्रकाश के स्पेक्ट्रम में कई काली रेखायें प्राप्त होती हैं। जिन्हें फ्रॉउनहोफर रेखायें कहते हैं।

(i) द्रश्य स्पेक्ट्रम के पीले क्षेत्र में उपस्थित रेखाओं को D रेखाएँ, नीले क्षेत्र में F रेखाएँ एवं लाल क्षेत्र में C-रेखाएँ कहते हैं।

(ii) फ्रॉउनहोफर रेखाओं के अध्ययन से सूर्य के वर्ण मण्डल में उपस्थित विभिन्न तत्वों का पता लगा सकते हैं। उदाहरण के लिए हाइड्रोजन एवं हीलियम की प्रचुरता।

(4) **वर्णक्रम मापी**

इसकी सहायता से किसी स्त्रोत का शुद्ध स्पेक्ट्रम प्राप्त कर स्पेक्ट्रम सम्बन्धी सभी मापक किये जाते हैं इसका उपयोग किसी प्रिज्म का μ एवं पारदर्शी द्रव का μ ज्ञात करने में भी किया जाता है। इसके मुख्यतः तीन भाग हैं।

समान्तरित्र (Collimator) : यह प्रकाश किरणों का समान्तर पुंज प्रदान करता है।

प्रिज्म मंच **:** यह प्रिज्म एवं दूरदर्शी का आधार है।

दूरदर्शी : स्पेक्ट्रम को देखने एवं इस पर लगे पैमाने से मापन करना।

सर्वप्रथम दूरदर्शी को समान्तर किरणों के लिए, फिर समान्तरित्र को समान्तर किरणों के लिए समंजित करते हैं। जब प्रिज्म न्यूनतम विचलन की स्थिति में होता है तब शुद्ध स्पेक्ट्रम प्राप्त होता है प्रिज्म कोण A एवं न्यूनतम विचलन कोण δ_m को मापकर प्रिज्म सूत्र $\mu = \dfrac{\sin \frac{A+\delta_m}{2}}{\sin A/2}$ की सहायता से प्रिज्म के पदार्थ का μ ज्ञात कर लेते हैं। द्रव पारदर्शी पदार्थ का μ ज्ञात करने के लिए इस द्रव को खोखले काँच के प्रिज्म में भर कर δ_m एवं A मापकर प्रिज्म सूत्र से द्रव का μ प्राप्त कर लेते हैं।

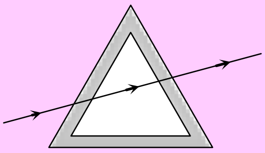
(5) **समक्ष दृष्टि वर्णक्रमदर्शी**

यह उपकरण विचलन रहित विक्षेपण के सिद्धान्त पर आधरित है। इसमें क्राउन काँच के $(n-1)$ एवं फ्लिण्ट काँच के n प्रिज्म लगे होते हैं।

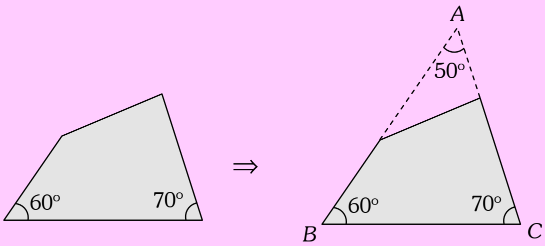
शून्य विचलन के लिए : $n(\mu-1)A = (n-1)\ (\mu'-1)A'$

Concepts

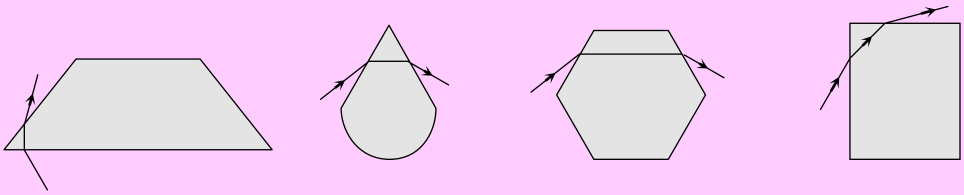
- जब श्वेत प्रकाश किरण किसी प्रिज्म से गुजरती है, तो लाल रंग का विचलन नीले रंग के विचलन से कम होता है।
- एक खोखले प्रिज्म के लिए $A \neq 0$ किन्तु $\delta = 0$



- यदि किसी अपारदर्शी रंगीन वस्तु या क्रिस्टल को महीन पाउडर के रूप में पीस दिया जाये तो सूर्य के प्रकाश में यह चूर्ण श्वेत दिखेगा।
- वर्ण विक्षेपण क्षमता के सूत्र को निम्न प्रकार भी लिखा जा सकता है $\omega = \frac{\mu_F - \mu_C}{\mu_D - 1}$; यहाँ μ_F = हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम में F-लाइन (आसमानी हरा) के लिए अपवर्तनांक, μ_C = हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम में C-लाइन (लाल) के लिए अपवर्तनांक एवं μ_D = सोडियम स्पेक्ट्रम में D-लाइन (पीला) के लिए अपवर्तनांक
- कभी-कभी प्रश्नों में प्रिज्म का एक हिस्सा दिया जाता है। ऐसे प्रश्नों को हल करने के लिए पहले दिये गये हिस्से से सम्पूर्ण प्रिज्म बनायें, तत्पश्चात् प्रश्न हल करें।



- कुछ अन्य प्रकार के प्रिज्म



Example: 36 जब प्रकाश की किरण प्रिज्म पर 45° के कोण पर आपतित होती है, तब न्यूनतम विचलन होता है। यदि प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक $\sqrt{2}$ हो, तो प्रिज्म का कोण **[MP PMT 1986]**

(a) 30° (b) 40° (c) 50° (d) 60°

Solution: (d) $\mu = \frac{\sin i}{\sin \frac{A}{2}} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{\sin 45}{\sin \frac{A}{2}} \Rightarrow \sin \frac{A}{2} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{A}{2} = 30^o \Rightarrow A = 60^o$

Example: 37 1.5 अपवर्तनांक वाले काँच प्रिज्म के लिए अल्पतम विचलन कोण प्रिज्म कोण के बराबर है, प्रिज्म कोण का मान होगा $(\cos 41^o = 0.75)$ **[MP PET/PMT 1988]**

(a) 62° (b) 41° (c) 82° (d) 31°

Solution: (c) दिया है $\delta_m = A$, तब सूत्र $\mu = \frac{\sin \frac{A+\delta_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \Rightarrow \mu = \frac{\sin \frac{A+A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} = \frac{\sin A}{\sin \frac{A}{2}} = 2\cos \frac{A}{2}$ $\left\{\sin A = 2\sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}\right\}$

$\Rightarrow 1.5 = 2\cos \frac{A}{2} \Rightarrow 0.75 = \cos \frac{A}{2} \Rightarrow 41^o = \frac{A}{2} \Rightarrow A = 82^o$.

Example: 38 किसी प्रिज्म के लिए प्रिज्म कोण 60° एवं इसके पदार्थ का अपवर्तनांक 1.414 है। आपतन कोण के किस मान के लिए प्रकाश किरण प्रिज्म से सममित गुजरेगी

(a) 38° 61' (b) 35° 35' (c) 45° (d) 53° 8'

Solution: (c) आपतित किरण और निर्गत किरण सममित होंगी यदि प्रिज्म न्यूनतम विचलन की अवस्था में हो। अतः इस अवस्था में

$$\mu = \frac{\sin i}{\sin\frac{A}{2}} \Rightarrow \sin i = \mu \sin\left(\frac{A}{2}\right) \Rightarrow \sin i = 1.414 \times \sin 30^o = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow i = 45^o$$

Example: 39 एक प्रिज्म $(\mu = 1.5)$ का अपवर्तक कोण 30° है। इसके एक पृष्ठ पर लम्बवत् आपतित एक वर्णी प्रकाश किरण के लिए विचलन कोण होगा $(\sin 48^o 36' = 0.75)$ **[MP PMT/PET 1988]**

(a) 18° 36' (b) 20° 30' (c) 18° (d) 22° 1'

Solution: (a) सूत्र $\mu = \frac{\sin i}{\sin A} \Rightarrow 1.5 = \frac{\sin i}{\sin 30} \Rightarrow \sin i = 0.75 \Rightarrow i = 48^o 36'$

सूत्र $\delta = i - A$ से, $\Rightarrow \delta = 48^o 36' - 30^o = 18^o 36'$

Example: 40 किसी प्रिज्म का कोण 30° तथा अपवर्तनांक $\sqrt{2}$ है। इसके एक पृष्ठ पर चाँदी की कलई कर दी जाती है। बिना कलई किए पृष्ठ पर प्रकाश की किरण किस कोण पर आपतित हो जिससे वह अपवर्तन के बाद चमकीले तल से परावर्तित होकर अपने ही मार्ग पर वापस आ जाए

(a) 30° (b) 60° (c) 45° (d) $\sin^{-1}\sqrt{1.5}$

Solution: (c) दी गई स्थिति में प्रकाश किरण प्रिज्म की निर्गत सतह पर अभिलम्बवत् गिर रही है।

अतः $\mu = \frac{\sin i}{\sin A} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{\sin i}{\sin 30^o} \Rightarrow \sin i = \sqrt{2} \times \frac{1}{2} \Rightarrow i = 45^o$

Example: 41 प्रिज्म का अपवर्तन कोण A तथा उसके पदार्थ का अपवर्तनांक $\cot\frac{A}{2}$ है। न्यूनतम विचलन कोण है **[CPMT 1992]**

(a) $180^o - 3A$ (b) $180^o + 2A$ (c) $90^o - A$ (d) $180^o - 2A$

Solution: (d) सूत्र $\mu = \frac{\sin\frac{A+\delta_m}{2}}{\sin\frac{A}{2}}$ से $\Rightarrow \cot\frac{A}{2} = \frac{\sin\frac{A+\delta_m}{2}}{\sin\frac{A}{2}} \Rightarrow \frac{\cos\frac{A}{2}}{\sin\frac{A}{2}} = \frac{\sin\frac{A+\delta_m}{2}}{\sin\frac{A}{2}}$

$$\Rightarrow \sin\left(90 - \frac{A}{2}\right) = \sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right) \Rightarrow 90 - \frac{A}{2} = \frac{A+\delta_m}{2} \Rightarrow \delta_m = 180 - 2A$$

Example: 42 प्रकाश की एक किरण काँच के एक समबाहु प्रिज्म से इस प्रकार गुजरती है कि उसका आपतन कोण, निर्गत् कोण के बराबर है और इन दोनों कोणों में से प्रत्येक प्रिज्म के कोण का 3/4 के बराबर है। किरण का विचलन कोण है

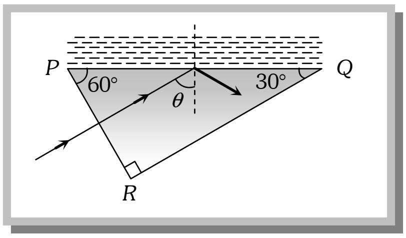
[MNR 1988; MP PMT 1999; Roorkee 2000; UPSEAT 2000]

(a) 45° (b) 39° (c) 20° (d) 30°

Solution: (d) दिया है $A = 60^o$ तथा $i = e = \frac{3}{4}A = \frac{3}{4} \times 60 = 45^o$

$i + e = A + \delta$ से $\Rightarrow 45 + 45 = 60 + \delta \Rightarrow \delta = 30^o$

Example: 43 PQR एक समकोण प्रिज्म है, जिसके अन्य कोण 60° व 30° हैं। प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक 1.5 है। सतह PQ के ऊपर किसी द्रव की पतली पर्त स्थित है। प्रकाश किरण सतह PR पर अभिलम्बवत् गिरती है। पूर्ण आंतरिक परावर्तन के लिए द्रव का अधिकतम अपवर्तनांक होगा



(a) 1.4

(b) 1.3

(c) 1.2

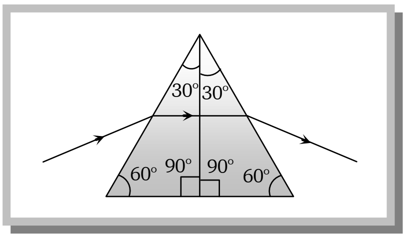
(d) 1.6

Solution: (c) PQ से पूर्ण आंतरिक परावर्तन के लिए $\theta > C$

चित्र की ज्यामिती से $\theta = 60$ अर्थात् $60 > C \Rightarrow \sin 60 > \sin C$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} > \frac{\mu_{Liquid}}{\mu_{Prism}} \Rightarrow \mu_{Liquid} < \frac{\sqrt{3}}{2} \times \mu_{Prism} \Rightarrow \mu_{Liquid} < \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1.5 \Rightarrow \mu_{Liquid} < 1.3.$$

Example: 44 30°, 60° एवं 90° कोण वाले दो एकसमान प्रिज्म 1 व 2 चित्र में दिखाये अनुसार सम्पर्कित हैं। एक प्रकाश किरण संयोजन से न्यूनतम विचलन की अवस्था में गुजरती है एवं विचलन कोण 30° है। यदि प्रिज्म 2 हटा लिया जाये तो उसी किरण का विचलन होगा **[PMT (Andhra) 1995]**



(a) 15° के तुल्य

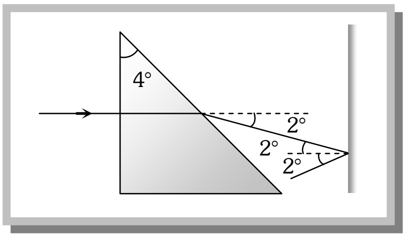
(b) 30° से कम

(c) 15° से अधिक

(d) 30° के तुल्य

Solution: (a) $\delta = (\mu - 1)A$ यदि A आधा होगा, तो δ भी आधा हो जायेगा

Example: 45 एक प्रिज्म का शीर्ष कोण 4° एवं अपवर्तनांक 1.5 है। इस प्रिज्म को एक अर्ध्व समतल दर्पण के सामने चित्र में दिखाये अनुसार रखा गया है। दर्पण से परावर्तन पश्चात् प्रकाश किरण कुल कितने कोण से विचलित हो जायेगी



(a) 176°

(b) 4°

(c) 178°

(d) 2°

Solution: (c) $\delta_{Prism} = (\mu - 1)A = (1.5 - 1)4^o = 2^o$

$$\therefore \delta_{Total} = \delta_{Prism} + \delta_{Mirror} = (\mu - 1)A + (180 - 2i) = 2^o + (180 - 2 \times 2) = 178^o$$

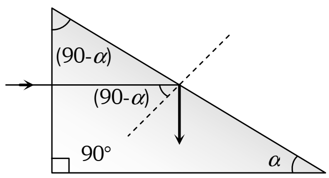
Example: 46 एक समकोण प्रिज्म के अन्दर आधार के समान्तर गमन करती हुई प्रकाश की किरण उसके विकर्ण पर आपतित होती है। यदि प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक μ है, तो प्रिज्म के आधार कोण का अधिकतम मान क्या होगा कि विकर्ण से पूर्ण आंतरिक परावर्तन हो सके **[EAMCET 2003]**

(a) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\mu}\right)$ (b) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\mu}\right)$ (c) $\sin^{-1}\left(\frac{\mu - 1}{\mu}\right)$ (d) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{\mu}\right)$

Solution: (d) यदि $\alpha =$ वह अधिकतम आधार कोण जिसके लिए विकर्ण से पूर्ण आंतरिक परावर्तन होता है।

$(90 - \alpha) = C =$ विकर्ण से पूर्ण आंतरिक परावर्तन के लिए न्यूनतम आपतन कोण

$$\sin(90 - \alpha) = \sin C = \frac{1}{\mu} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\mu}\right)$$



Example: 47 लाल, पीले और बैंगनी वर्ण के लिए क्राउन काँच हेतु अपवर्तनांक क्रमशः 1.5140, 1.5170 तथा 1.5318 और उसी क्रम में फ्लिंट काँच के लिए अपवर्तनांक 1.6434, 1.6499 तथा 1.6852 हैं, तो इनकी क्रमशः विक्षेपण क्षमतायें हैं **[MP PET/PMT 1988]**

(a) 0.034 तथा 0.064 (b) 0.064 तथा 0.034 (c) 1.00 तथा 0.064 (d) 0.034 तथा 1.0

Solution: (a) $\omega_{\text{Crown}} = \dfrac{\mu_v - \mu_r}{\mu_y - 1} = \dfrac{1.5318 - 1.5140}{(1.5170 - 1)} = 0.034$ एवं $\omega_{\text{Flint}} = \dfrac{\mu_v' - \mu_r'}{\mu_y' - 1} = \dfrac{1.6852 - 1.6434}{1.6499 - 1} = 0.064$

Example: 48 एक फिलण्ट काँच प्रिज्म को एक क्राउन काँच के प्रिज्म के साथ विचलन रहित विक्षेपण की व्यवस्था के लिए सम्पर्कित किया गया है। माध्य किरणों के लिए इनके अपवर्तनांक क्रमशः 1.602 एवं 1.500 हैं। फिलण्ट प्रिज्म का कोण 10° है, तब क्राउन प्रिज्म का प्रिज्म कोण होगा

(a) $12^\circ 2.4'$ (b) $12^\circ 4'$ (c) 1.24° (d) 12°

Solution: (a) विचलन रहित विक्षेपण के लिए $\dfrac{A_C}{A_F} = \dfrac{(\mu_F - 1)}{(\mu_C - 1)} \Rightarrow \dfrac{A}{10} = \dfrac{(1.602 - 1)}{(1.500 - 1)} \Rightarrow A = 12.04^\circ = 12^\circ 2.4'$

Tricky example: 6

एक अवर्णक प्रिज्म क्राउन काँच के प्रिज्म $(A_C = 19^\circ)$ एवं फिलण्ट काँच के प्रिज्म $(A_F = 6^\circ)$ के सम्पर्क से बनाया गया है। यदि ${}^C\mu_v = 1.5$ एवं ${}^F\mu_v = 1.66$ तब लाल रंग की किरण के लिए परिणामी विचलन होगा

(a) 1.04° (b) 5° (c) 0.96° (d) 13.5°

Solution : (d) अवर्णक संयोग के लिए $\omega_C = -\omega_F \Rightarrow [(\mu_v - \mu_r)A]_C = -[(\mu_v - \mu_r)A]_F$

$\Rightarrow [\mu_r A]_C + [\mu_r A]_F = [\mu_v A]_C + [\mu_v A]_F = 1.5 \times 19 + 6 \times 1.66 = 38.5$

परिणामी विचलन $\delta = [(\mu_r - 1)A]_C + [(\mu_r - 1)A]_F$

$= [\mu_r A]_C + [\mu_r A]_F - (A_C + A_F) = 38.5 - (19 + 6) = 13.5^\circ$

Tricky example: 7

30° अपवर्तक कोण वाले प्रिज्म पर एक प्रकाश किरण 60° के आपतन कोण पर आपतित होती है। प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक होगा

(a) $\sqrt{2}$ (b) $2\sqrt{3}$ (c) 2 (d) $\sqrt{3}$

Solution : (d) $i + e = A + \delta$ से $\Rightarrow 60 + e = 30 + 30 \Rightarrow e = 0$

अतः प्रकाश किरण दूसरी सतह से अभिलम्बवत् निकलती है। अतः $\mu = \dfrac{\sin i}{\sin A} = \dfrac{\sin 60}{\sin 30} = \sqrt{3}$