

तत्त्व, उनकी परमाणु-संख्या और मोलर-द्रव्यमान

तत्त्व	संकेत	परमाणु क्रमांक	मोलर द्रव्यमान (g mol ⁻¹)
ऐक्टीनियम	Ac	89	227.03
ऐलूमिनियम	Al	13	26.98
ऐमेरिसियम	Am	95	(243)
ऐन्टीमनी	Sb	51	121.75
आर्गन	Ar	18	39.95
आँसोनिक	As	33	74.92
ऐस्ट्रैटीन	At	85	210
बेरियम	Ba	56	137.34
बर्केलियम	Bk	97	(247)
बेरिलियम	Be	4	9.01
बिस्मथ	Bi	83	208.98
बोहरियम	Bh	107	(264)
बोरन	B	5	10.81
ब्रोमीन	Br	35	79.91
क्रैडिमियम	Cd	48	112.40
सांत्रियम	Cs	55	132.91
कैल्सियम	Ca	20	40.08
कैलीफोरनियम	Cf	98	251.08
कार्बन	C	6	12.01
संरियम	Ce	58	140.12
क्लोरीन	Cl	17	35.45
क्रोमियम	Cr	24	52.00
कोबाल्ट	Co	27	58.93
कॉपर	Cu	29	63.54
क्यूरियम	Cm	96	247.07
ड्यूबनियम	Db	105	(263)
डिस्प्रोसियम	Dy	66	162.50
आइस्ट्रीनियम	Es	99	(252)
अर्दियम	Er	68	167.26
यूरोपियम	Eu	63	151.96
फर्मियम	Fm	100	(257.10)
फ्लूओरीन	F	9	19.00
फ्रॉसियम	Fr	87	(223)
गैडालिनियम	Gd	64	157.25
गैलियम	Ga	31	69.72
जर्मनियम	Ge	32	72.61
गोल्ड	Au	79	196.97
हैफनियम	Hf	72	178.49
हैसियम	Hs	108	(269)
हीलियम	He	2	4.00
होलिमियम	Ho	67	164.93
हाइड्रोजन	H	1	1.0079
इंडियम	In	49	114.82
आयोडीन	I	53	126.90
इरीडियम	Ir	77	192.2
आयरन	Fe	26	55.85
क्रिट्यन	Kr	36	83.80
लैंथनम	La	57	138.91
लरिनिशियम	Lr	103	(262.1)
लैंड	Pb	82	207.19
लीथियम	Li	3	6.94
ल्यूटीशियम	Lu	71	174.96
मैनोशियम	Mg	12	24.31
मैग्नीज	Mn	25	54.94
मिट्टिनियम	Mt	109	(268)
मैंडलीचियम	Md	101	258.10

तत्त्व	संकेत	परमाणु क्रमांक	मोलर द्रव्यमान (g mol ⁻¹)
मरकरी	Hg	80	200.59
मॉलिब्डेनम	Mo	42	95.94
नीयोडियम	Nd	60	144.24
नियोन	Ne	10	20.18
नैट्रियम	Np	93	(237.05)
निकल	Ni	28	58.71
नियोबियम	Nb	41	92.91
नाइट्रोजन	N	7	14.0067
नावलियम	No	102	(259)
ओसिमियम	Os	76	190.2
ऑक्सीजन	O	8	16.00
पैलेंडियम	Pd	46	106.4
फायरोरस	P	15	30.97
प्लॉट्टिनम	Pt	78	195.09
प्लूटोनियम	Pu	94	(244)
पॉलोनियम	Po	84	210
पॉर्टेशियम	K	19	39.10
प्रेजियोडिमियम	Pr	59	140.91
प्रामेथियम	Pm	61	(145)
प्रोट्रेक्टिनियम	Pa	91	231.04
रेडियम	Ra	88	(226)
रेञ्चन	Rn	86	(222)
रीनियम	Re	75	186.2
रोडियम	Rh	45	102.91
रूचिंडियम	Rb	37	85.47
रुथीनियम	Ru	44	101.07
रदरफोर्डियम	Rf	104	(261)
सेमियम	Sm	62	150.35
स्कैन्डियम	Sc	21	44.96
सीबोर्गियम	Sg	106	(266)
सिलिनियम	Se	34	78.96
सिलिकन	Si	14	28.08
सिल्वर	Ag	47	107.87
सार्डियम	Na	11	22.99
स्ट्रोन्शियम	Sr	38	87.62
सल्फर	S	16	32.06
टैन्ट्रेलम	Ta	73	180.95
टेक्निशियम	Tc	43	(98.91)
टेलरियम	Te	52	127.60
ट्रबीअम	Tb	65	158.92
थैलियम	Tl	81	204.37
थारियम	Th	90	232.04
थृतियम	Tm	69	168.93
टिन	Sn	50	118.69
टाइटेनियम	Ti	22	47.88
टंगस्टन	W	74	183.85
अनअनवियम	Uub	112	(277)
अनअनलियम	Uun	110	(269)
अनअतीयम	Uuu	111	(272)
यूरेनियम	U	92	238.03
वेनेडियम	V	23	50.94
जिनॉन	Xe	54	131.30
इटर्बियम	Yb	70	173.04
इट्रियम	Y	39	88.91
जिक	Zn	30	65.37
जकर्नोनियम	Zr	40	91.22

कोष्ठक में दिया गया मान अधिकतम ज्ञात अर्धांशु वाले समस्थानिक का मोलर द्रव्यमान है।

कुछ लाभप्रद रूपांतरण-गुणांक

द्रव्यमान और भार के सामान्य मात्रक

1 पौंड = 453.59 ग्राम

1 पौंड = 453.59 ग्राम = 0.45359 किलोग्राम

1 किलोग्राम = 1000 ग्राम = 2.205 पौंड

1 ग्राम = 10 डेसीग्राम = 100 सेंटीग्राम
= 1000 मिलीग्राम

1 ग्राम = 6.022×10^{23} परमाणु द्रव्यमान मात्रक

1 परमाणु द्रव्यमान = 1.6606×10^{-24} ग्राम

1 मीट्रिक टन = 1000 किलोग्राम
= 2205 पौंड

आयतन का सामान्य मात्रक

1 क्वाट्झूर्ज़ = 0.9463 लिटर

1 लिटर = 1.056 क्वाट्झूर्ज़

1 लिटर = 1 घन डेसीमीटर = 1000 घन

सेंटीमीटर = 0.001 घनमीटर

1 मिलीलिटर = 1 घन सेंटीमीटर = 0.001 लिटर
= 1.056×10^{-3} क्वाट्झूर्ज़

1 घनफुट = 28.316 लिटर = 29.902 क्वाट्झूर्ज़
= 7.475 गैलन

ऊर्जा का सामान्य मात्रक

1 जूल = 1×10^7 ergs

1 ऊर्जा रासायनिक केलोरी** = 4.184 जूल
= 4.184×10^7 ergs
= 4.129×10^{-2} लिटर वायुमंडल
= 2.612×10^{19} इलेक्ट्रॉन बोल्ट

1 ergs = 1×10^{-7} जूल = 2.3901×10^{-8} केलोरी

1 इलेक्ट्रॉन बोल्ट = 1.6022×10^{-19} जूल
= 1.6022×10^{-12} erg
= 96.487 kJ/mol†

1 लिटर-वायुमंडल = 24.217 केलोरी
= 101.32 जूल
= 1.0132×10^9 ergs

1 ब्रिटिश ऊर्जा का मात्रक = 1055.06 जूल
= 1.05506×10^{10} ergs
= 252.2 केलोरी

लंबाई का सामान्य मात्रक

1 इंच = 2.54 सेंटीमीटर (सटिक)

1 मील = 5280 फीट = 1.609 किलोमीटर

1 गज = 36 इंच = 0.9144 मीटर

1 मीटर = 100 सेंटीमीटर = 39.37 इंच
= 3.281 फीट
= 1.094 गज

1 किलोमीटर = 1000 मीटर = 1094 गज
= 0.6215 मील

1 एंगस्ट्रॉम = 1.0×10^{-8} सेंटीमीटर
= 0.10 नैनोमीटर
= 1.0×10^{-10} मीटर
= 3.937×10^{-9} इंच

बल* और दाब के सामान्य मात्रक

1 वायुमंडल = 760 मिलीमीटर मरकरी का
= 1.013×10^5 पास्कल
= 14.70 पौंड प्रति वर्गइंच

1 बार = 10^5 पास्कल

1 टार = 1 मिलीमीटर मरकरी का

1 पास्कल = $1 \text{ kg}/\text{ms}^2 = 1 \text{ N}/\text{m}^2$

ताप SI आधारित मात्रक केल्विन (K)

K = -273.15°C

K = $^\circ\text{C} + 273.15$

$^\circ\text{F} = 1.8(\text{ }^\circ\text{C}) + 32$

$^\circ\text{C} = \frac{^\circ\text{F} - 32}{1.8}$

* बल— 1 न्यूटन (N) = 1 kg m/s^2 , 1 न्यूटन वह बल है, जो एक सेकंड लगाने पर 1 किलोग्राम द्रव्यमान को 1 मीटर प्रति सेकंड का वेग प्रदान करता है।

** ऊर्जा की वह मात्रा, जो 1 ग्राम जल का ताप 14.5°C से 15.5°C तक बढ़ाने के लिए आवश्यक होती है।

† ध्यान रहे कि अन्य मात्रक प्रतिक्रिया हैं, जिन्हें 6.022×10^{23} से गुणा करना होगा, ताकि सही-सही तुलना हो सके।

वैद्युत रासायनिक क्रम में 298 K पर मानक विभव

अपचयन अर्ध अभिक्रिया	E°/V	अपचयन अर्ध अभिक्रिया	E°/V
$H_4XeO_6 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow XeO_3 + 3H_2O$	+3.0	$Cu^+ + e^- \rightarrow Cu$	+0.52
$F_2 + 2e^- \rightarrow 2F^-$	+2.87	$NiOOH + H_2O + e^- \rightarrow Ni(OH)_2 + OH^-$	+0.49
$O_3 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow O_2 + H_2O$	+2.07	$Ag_2CrO_4 + 2e^- \rightarrow 2Ag + CrO_4^{2-}$	+0.45
$S_2O_8^{2-} + 2e^- \rightarrow 2SO_4^{2-}$	+2.05	$O_2 + 2H_2O + 4e^- \rightarrow 4OH^-$	+0.40
$Ag^+ + e^- \rightarrow Ag^+$	+1.98	$ClO_4^- + H_2O + 2e^- \rightarrow ClO_3^- + 2OH^-$	+0.36
$Co^{3+} + e^- \rightarrow Co^{2+}$	+1.81	$[Fe(CN)_6]^{3-} + e^- \rightarrow [Fe(CN)_6]^{4-}$	+0.36
$H_2O_2 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow 2H_2O$	+1.78	$Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$	+0.34
$Au^+ + e^- \rightarrow Au$	+1.69	$Hg_2Cl_2 + 2e^- \rightarrow 2Hg + 2Cl^-$	+0.27
$Pb^{4+} + 2e^- \rightarrow Pb^{2+}$	+1.67	$AgCl + e^- \rightarrow Ag + Cl^-$	+0.27
$2HClO + 2H^+ + 2e^- \rightarrow Cl_2 + 2H_2O$	+1.63	$Bi^{3+} + 3e^- \rightarrow Bi$	+0.20
$Ce^{4+} + e^- \rightarrow Ce^{3+}$	+1.61	$SO_4^{2-} + 4H^+ + 2e^- \rightarrow H_2SO_3 + H_2O$	+0.17
$2HBrO + 2H^+ + 2e^- \rightarrow Br_2 + 2H_2O$	+1.60	$Cu^{2+} + e^- \rightarrow Cu^+$	+0.16
$MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$	+1.51	$Sn^{4+} + 2e^- \rightarrow Sn^{2+}$	+0.15
$Mn^{3+} + e^- \rightarrow Mn^{2+}$	+1.51	$AgBr + e^- \rightarrow Ag + Br^-$	+0.07
$Au^{3+} + 3e^- \rightarrow Au$	+1.40	$Ti^{4+} + e^- \rightarrow Ti^{3+}$	0.00
$Cl_2 + 2e^- \rightarrow 2Cl^-$	+1.36	$2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2$ (परिभाषानुसार)	0.0
$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$	+1.33	$Fe^{3+} + 3e^- \rightarrow Fe$	-0.04
$O_3 + H_2O + 2e^- \rightarrow O_2 + 2OH^-$	+1.24	$O_2 + H_2O + 2e^- \rightarrow HO_2^- + OH^-$	-0.08
$O_2 + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$	+1.23	$Pb^{2+} + 2e^- \rightarrow Pb$	-0.13
$ClO_4^- + 2H^+ + 2e^- \rightarrow ClO_3^- + 2H_2O$	+1.23	$In^+ + e^- \rightarrow In$	-0.14
$MnO_2 + 4H^+ + 2e^- \rightarrow Mn^{2+} + 2H_2O$	+1.23	$Sn^{2+} + 2e^- \rightarrow Sn$	-0.14
$Pt^{2+} + 2e^- \rightarrow Pt$	+1.20	$AgI + e^- \rightarrow Ag + I^-$	-0.15
$Br_2 + 2e^- \rightarrow 2Br^-$	+1.09	$Ni^{2+} + 2e^- \rightarrow Ni$	-0.23
$Pu^{4+} + e^- \rightarrow Pu^{3+}$	+0.97	$V^{3+} + e^- \rightarrow V^{2+}$	-0.26
$NO_3^- + 4H^+ + 3e^- \rightarrow NO + 2H_2O$	+0.96	$Co^{2+} + 2e^- \rightarrow Co$	-0.28
$2Hg^{2+} + 2e^- \rightarrow Hg_2^{2+}$	+0.92	$In^{3+} + 3e^- \rightarrow In$	-0.34
$ClO^- + H_2O + 2e^- \rightarrow Cl^- + 2OH^-$	+0.89	$Tl^+ + e^- \rightarrow Tl$	-0.34
$Hg^{2+} + 2e^- \rightarrow Hg$	+0.86	$PbSO_4 + 2e^- \rightarrow Pb + SO_4^{2-}$	-0.36
$NO_3^- + 2H^+ + e^- \rightarrow NO_2 + H_2O$	+0.80	$Ti^{3+} + e^- \rightarrow Ti^{2+}$	-0.37
$Ag^+ + e^- \rightarrow Ag$	+0.80	$Cd^{2+} + 2e^- \rightarrow Cd$	-0.40
$Hg_2^{2+} + 2e^- \rightarrow 2Hg$	+0.79	$In^{2+} + e^- \rightarrow In^+$	-0.40
$Fe^{3+} + e^- \rightarrow Fe^{2+}$	+0.77	$Cr^{3+} + e^- \rightarrow Cr^{2+}$	-0.41
$BrO^- + H_2O + 2e^- \rightarrow Br^- + 2OH^-$	+0.76	$Fe^{2+} + 2e^- \rightarrow Fe$	-0.44
$Hg_2SO_4 + 2e^- \rightarrow 2Hg + SO_4^{2-}$	+0.62	$In^{3+} + 2e^- \rightarrow In^+$	-0.44
$MnO_4^- + 2H_2O + 2e^- \rightarrow MnO_2 + 4OH^-$	+0.60	$S + 2e^- \rightarrow S^{2-}$	-0.48
$MnO_4^- + e^- \rightarrow MnO_4^{2-}$	+0.56	$In^{3+} + e^- \rightarrow In^{2+}$	-0.49
$I_2 + 2e^- \rightarrow 2I^-$	+0.54	$U^{4+} + e^- \rightarrow U^{3+}$	-0.61
$I_3^- + 2e^- \rightarrow 3I^-$	+0.53	$Cr^{3+} + 3e^- \rightarrow Cr$	-0.74
		$Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$	-0.76

क्रमशः---

परिशिष्ट III क्रमशः—

अपचयन अर्ध अभिक्रिया	E^\ominus/V	अपचयन अर्ध अभिक्रिया	E^\ominus/V
$\text{Cd}(\text{OH})_2 + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{Cd} + 2\text{OH}^-$	-0.81	$\text{La}^{3+} + 3\text{e}^- \longrightarrow \text{La}$	-2.52
$2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{H}_2 + 2\text{OH}^-$	-0.83	$\text{Na}^+ + \text{e}^- \longrightarrow \text{Na}$	-2.71
$\text{Cr}^{2+} + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{Cr}$	-0.91	$\text{Ca}^{2+} + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{Ca}$	-2.87
$\text{Mn}^{2+} + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{Mn}$	-1.18	$\text{Sr}^{2+} + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{Sr}$	-2.89
$\text{V}^{2+} + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{V}$	-1.19	$\text{Ba}^{2+} + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{Ba}$	-2.91
$\text{Ti}^{2+} + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{Ti}$	-1.63	$\text{Ra}^{2+} + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{Ra}$	-2.92
$\text{Al}^{3+} + 3\text{e}^- \longrightarrow \text{Al}$	-1.66	$\text{Cs}^+ + \text{e}^- \longrightarrow \text{Cs}$	-2.92
$\text{U}^{3+} + 3\text{e}^- \longrightarrow \text{U}$	-1.79	$\text{Rb}^+ + \text{e}^- \longrightarrow \text{Rb}$	-2.93
$\text{Sc}^{3+} + 3\text{e}^- \longrightarrow \text{Sc}$	-2.09	$\text{K}^+ + \text{e}^- \longrightarrow \text{K}$	-2.93
$\text{Mg}^{2+} + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{Mg}$	-2.36	$\text{Li}^+ + \text{e}^- \longrightarrow \text{Li}$	-3.05
$\text{Ce}^{3+} + 3\text{e}^- \longrightarrow \text{Ce}$	-2.48		

लघुगणक

कभी-कभी किसी संख्यात्मक व्यजर्क में बड़ी संख्याओं का गुणा, भाग अथवा परिमेय घात सम्मिलित होते हैं। ऐसी गणनाओं में लघुगणक बहुत उपयोगी होते हैं। यह कठिन गणनाओं को आसान बनाने में सहायक होते हैं। रसायन विज्ञान में लघुगणकों के मानों की आवश्यकता रासायनिक बलगतिकी, ऊष्मागतिकी, वैद्युतरसायन इत्यादि में होती है। हम पहले इस संकल्पना का परिचय देंगे तथा नियमों की विवेचना करेंगे, उसके पश्चात् लघुगणकों का उपयोग सीखेंगे और फिर इस तकनीक का प्रयोग यह देखने के लिए करेंगे कि यह कैसे कठिन गणनाओं को आसान बना देती है।

हम जानते हैं कि

$$2^3 = 8, 3^2 = 9, 5^3 = 125, 7^0 = 1$$

साधारणतः किसी धनात्मक वास्तविक संख्या a , तथा एक परिमेय संख्या m के लिए मान लें कि $a^m = b$.

जहाँ b एक वास्तविक संख्या है। दूसरे शब्दों में आधार a की m^{th} घात b है।

इसे कहने का दूसरा तरीका यह है कि-

a आधार पर b का लघुगणक m है

यदि एक धनात्मक वास्तविक संख्या a के लिए $a \neq 1$ हो तो

$$a^m = b,$$

हम कहते हैं कि b का लघुगणक, a आधार पर m है। हम इसे इस प्रकार से लिखते हैं-

$$\log_a^b = m,$$

“logarithm” (लघुगणक) शब्द का संकेताक्षर ‘log’ है। इस प्रकार से-

$$\log_2 8 = 3, \quad \text{क्योंकि } 2^3 = 8$$

$$\log_3 9 = 2, \quad \text{क्योंकि } 3^2 = 9$$

$$\log_5 125 = 3, \quad \text{क्योंकि } 5^3 = 125$$

$$\log_7 1 = 0, \quad \text{क्योंकि } 7^0 = 1$$

लघुगणकों के नियम

निम्नलिखित विवेचना में हम लघुगणक किसी भी आधार ‘ a ’ पर प्राप्त करेंगे ($a > 0$ तथा $a \neq 1$)

प्रथम नियम—

$$\log_a (mn) = \log_a m + \log_a n$$

प्रमाण—

मान लीजिए कि $\log_a m = x$ तथा $\log_a n = y$

$$\text{तब } a^x = m, a^y = n$$

$$\text{अतः } mn = a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

लघुगणक की परिभाषा के अनुसार

$$\log_a (mn) = x + y = \log_a m + \log_a n$$

दूसरा नियम-

$$\log_a \left(\frac{m}{n} \right) = \log_a m - \log_a n$$

प्रमाण-

मान लीजिए कि $\log_a m = x$, $\log_a n = y$

तब $a^x = m$, $a^y = n$

$$\text{अतः } \frac{m}{n} = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\text{इसलिए, } \log_a \left(\frac{m}{n} \right) = x - y = \log_a m - \log_a n$$

तीसरा नियम-

$$\log_a (m^n) = n \log_a m$$

प्रमाण-

पहले की ही तरह, यदि $\log_a m = x$, तब $a^x = m$

$$\text{इसलिए } m^n = (a^x)^n = a^{nx}, \text{ अतः प्राप्त होगा-}$$

$$\log_a (m^n) = nx = n \log_a m$$

अतः प्रथम नियम के अनुसार, दो संख्याओं के गुणन का लघुगणक, उन संख्याओं के लघुगणकों के जोड़ के बराबर होता है। इसी प्रकार से दूसरा नियम बताता है कि दो संख्याओं के भाग का लघुगणक, उन संख्याओं के लघुगणकों में अंतर के बराबर होता है। इस प्रकार से इन नियमों का उपयोग गुणा/भाग की समस्या को जोड़/घटाने की समस्या में बदल देता है जिसे करना गुणा/भाग की अपेक्षा सरल है। यही कारण है कि लघुगणक संख्यात्मक अभिकलन में इतने सहायक हैं।

10 के आधार पर लघुगणक

संख्याओं को लिखने के लिए संख्या 10 आधार है अतः 10 के आधार पर लघुगणकों का प्रयोग करना बहुत सुगम होता है।

कुछ उदाहरण इस प्रकार हैं-

$$\log_{10} 10 = 1, \quad \text{क्योंकि } 10^1 = 10$$

$$\log_{10} 100 = 2, \quad \text{क्योंकि } 10^2 = 100$$

$$\log_{10} 10000 = 4, \quad \text{क्योंकि } 10^4 = 10000$$

$$\log_{10} 0.01 = -2, \quad \text{क्योंकि } 10^{-2} = 0.01$$

$$\log_{10} 0.001 = -3, \quad \text{क्योंकि } 10^{-3} = 0.001$$

$$\text{and } \log_{10} 1 = 0 \quad \text{क्योंकि } 10^0 = 1$$

उपरोक्त परिणाम दर्शाते हैं कि यदि n , 10 की पूर्णांक घात है यानि संख्या 1 के बाद अनेक शून्य या संख्या 1 से पहले दशमलव बिंदु तक अनेक शून्य हैं तो लघुगणक आसानी से प्राप्त किया जा सकता है।

यदि 10 की पूर्णांक घात n नहीं है तो $\log n$ की गणना आसान नहीं है। परंतु गणित में इसके लिए तालिकाएं उपलब्ध हैं जिनसे सीधे ही 1 से 10 तक किसी भी धनात्मक संख्या के लघुगणक का सन्निकट मान पढ़ा जा सकता है और ये दशमलव में प्रदर्शित किसी भी संख्या का लघुगणक प्राप्त करने के लिए पर्याप्त हैं। इस उद्देश्य के लिए हम दशमलव को सदैव पूर्णांक घात 10 तथा 1 से 10 के बीच किसी संख्या के गुणनफल के रूप में लिखते हैं।

दशमलव का मानक रूप

हम किसी भी संख्या को दशमलव में ऐसे लिख सकते हैं कि— (i) यह पूर्णांक घात के साथ 10 का और (ii) 1 से 10 के बीच किसी संख्या का गुणनफल हो। यहाँ कुछ उदाहरण दिए गए हैं—

- (i) 25.2, 10 और 100 के बीच में है

$$\therefore 25.2 = \frac{25.2}{10} \times 10 = 2.52 \times 10^1$$

- (ii) 1038.4, 1000 तथा 10000 के बीच में है

$$\therefore 1038.4 = \frac{1038.4}{1000} \times 10^3 = 1.0384 \times 10^3$$

- (iii) 0.005, 0.001 और 0.01 के बीच में है

$$\therefore 0.005 = (0.005 \times 1000) \times 10^{-3} = 5.0 \times 10^{-3}$$

- (iv) 0.00025, 0.0001 तथा 0.001 के बीच में है।

$$\therefore 0.00025 = (0.00025 \times 10000) \times 10^{-4} = 2.5 \times 10^{-4}$$

प्रत्येक उदाहरण में हम दशमलव को 10 से किसी घात सहित भाग या गुणा करते हैं जो अलग से प्रदर्शित है। इसलिए कोई भी धनात्मक दशमलव निम्न रूप में लिखा जा सकता है।

$$n = m \times 10^p$$

p एक पूर्णांक है (धनात्मक, शून्य या ऋणात्मक) तथा $1 \leq m < 10$. इसे “n का मानक रूप कहते हैं।”

कार्यकारी नियम

- दशमलव को आवश्यकतानुसार दाहिनी अथवा बायाँ ओर स्थानांतरित करें जिससे एक संख्या जो शून्य न हो, दशमलव के बायाँ ओर आ जाए।
- (i) यदि आपको p स्थानों द्वारा बायाँ ओर जाना पड़े तो 10^p से गुणा करें।
 (ii) यदि आपको p स्थानों द्वारा दाहिनी ओर जाना पड़े तो 10^{-p} से गुणा करें।
 (iii) यदि आपको दशमलव बिंदु किसी भी ओर स्थानांतरित न करना पड़े तो 10^0 से गुणा करें।
 (iv) दिए गए दशमलव का मानक रूप प्राप्त करने के लिए 10 की घात के साथ प्राप्त नए दशमलव को (चरण 2 से) लिखें।

पूर्णांश (Characteristic) एवं अपूर्णांश (Mantissa)

n के मानक रूप की ओर ध्यान दें

$$n = m \times 10^p, \text{ जहाँ } 1 \leq m < 10$$

10 के आधार पर लघुगणक लेने पर और लघुगणक नियमों का प्रयोग करने पर

$$\log n = \log m + \log 10^p$$

$$= \log m + p \log 10$$

$$= p + \log m$$

यहाँ p एक पूर्णांक है और क्योंकि $1 \leq m < 10$, इसलिए $0 \leq \log m < 1$, यानि m शून्य और 1 के बीच में है। जब log n को p + log m से प्रदर्शित किया गया है जहाँ p एक पूर्णांक है और $0 \leq \log m < 1$, तब हम कहते हैं कि p, log n का पूर्णांश (Characteristic) है तथा log m को log n का अपूर्णांश (mantissa) कहते हैं। ध्यान दें कि पूर्णांश हमेशा ही धनात्मक, ऋणात्मक अथवा शून्य पूर्णांक होता है तथा अपूर्णांश कभी भी ऋणात्मक नहीं होता तथा सदैव 1 से कम होता है। यदि हम log n का पूर्णांश और अपूर्णांश प्राप्त कर लेते हैं तो log n को प्राप्त करने के लिए हमें उन्हें केवल जोड़ना पड़ता है।

अतः log n को प्राप्त करने के लिए, हमें निम्न प्रकार से बढ़ाना है—

- n के मानक रूप की ओर ध्यान दीजिए।

$$n = m \times 10^p, \quad 1 \leq m < 10$$

- log n के पूर्णांश p को उपरोक्त व्यजंक में से पढ़ें (10 की घात)

- तालिका से log m देखें, जिसे नीचे समझाया गया है,

- लिखें log n = p + log m

यदि किसी संख्या n का पूर्णांश p है और अपूर्णांश $.4133$ है तब $\log n = 2 + .4133$ पूर्णांश होगा, जिसे हम 2.4133 लिख सकते हैं। परंतु पूर्णांश यदि -2 है और अपूर्णांश $.4123$ है तब $\log m = -2 + .4123$ होगा। लेकिन इसे हम -2.4123 नहीं लिख सकते (क्यों?) इस असंगति से बचने के लिए हम -2 को 2 लिखते हैं और तब हम $m = 2.4123$ लिख सकते हैं।

आइए अब हम समझें कि हम अपूर्णांश प्राप्त करने के लिए लघुगणक तालिका का उपयोग कैसे करते हैं। इस परिशिष्ट के अंत में एक तालिका जुड़ी है।

ध्यान दीजिए कि तालिका में प्रत्येक पंक्ति दो अंकों वाली एक संख्या से प्रारंभ होती है, $10, 11, 12, \dots, 97, 98, 99$ । प्रत्येक स्तम्भ के शीर्ष पर एक अंक की संख्या, $0, 1, 2, \dots, 9$ है। दाहिनी ओर एक खंड है जिसे औसत अंतर (मीन डिफरेंस) कहते हैं, इसमें 9 स्तम्भ हैं जिनके शीर्ष पर $1, 2, \dots, 9$ संख्याएं लिखी हैं।

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
..	
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7803	7810	7817	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7935	7945	7954	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	6	6
..	

अब मानलीजिए हमें $\log (6.234)$ ज्ञात करना है, हम 62 से प्रारंभ होने वाली पंक्ति देखते हैं। इस पंक्ति में उस स्तम्भ को देखिए जिसके शीर्ष पर 3 लिखा है। यह संख्या 7945 है। इसका अर्थ है कि $\log (6.230) = 0.7945^*$

परंतु हमें $\log (6.234)$ का मान चाहिए, इसलिए हमारा उत्तर इससे कुछ अधिक होगा। कितना अधिक होगा? इसके लिए हम 'मीन डिफरेंसेज' के खंड को देखते हैं हमारा चौथा अंक 4 है इसलिए हम वह स्तम्भ देखते हैं जिसके शीर्ष पर 4 लिखा है (62 वाली पंक्ति में) हम अंक 3 प्राप्त करते हैं। इसलिए हम .7945 में 3 जोड़ते हैं। हमें 7948 प्राप्त होता है। अतः अन्त में हमें प्राप्त होता है—

$$\log (6.234) = 0.7948.$$

दूसरा उदाहरण लेते हैं। $\log (8.127)$, प्राप्त करने के लिए 81 वाली पंक्ति में स्तम्भ 2 में देखते हैं और हमें 9096 प्राप्त होता है। हम इसी पंक्ति में आगे बढ़ते हैं और पाते हैं कि 7 स्तम्भ में अंक 4 प्राप्त होता है। इसे 9096 में जोड़ते हैं और हमें 9100 प्राप्त होता है अतः

$$\log (8.127) = 0.9100.$$

log n दिया हो तो **n** का मान प्राप्त करना

अभी तक हमने $\log n$ को ज्ञात करने की विधि की विवेचना की है। अब हम इसकी विपरीत प्रक्रिया की ओर जाते हैं यानि जब $\log n$ दिया हो तो n का मान ज्ञात करते हैं। इसके लिए हम एक विधि प्रस्तुत करते हैं। यदि $\log n = t$ हो तो हम प्रायः कहते हैं कि $n = \text{antilog } t$, अतः हमें दिए गए t का प्रतिलघुगणक (antilog) प्राप्त करना है। हम पहले से उपलब्ध प्रतिलघुगणक तालिका का उपयोग करते हैं।

मान लीजिए $\log n = 2.5372$.

n प्राप्त करने के लिए हम पहले केवल $\log n$ का अपूर्णांश लेते हैं। यहाँ पर यह .5372 है (ध्यान रहे कि यह धनात्मक हो)। अब इस संख्या के प्रतिलघुगणक को, तालिका से प्राप्त करते हैं, जिसे लघुगणक तालिका (log table) की ही तरह प्रयोग में लाया जाता है। प्रतिलघुगणक तालिका में स्तम्भ 7 में .53 वाली पंक्ति में .3443 लिखा तथा इस पंक्ति में अंतिम अंक का मीन डिफरेंस 2 है। इसलिए तालिका से 3445 प्राप्त होता है।

$$\text{अतः antilog (.5372)} = 3.445$$

क्योंकि $\log n = 2.5372$ है, अतः $\log n$ का पूर्णांश 2 है इसलिए n को मानक रूप में निम्न प्रकार से लिख सकते हैं—

$$n = 3.445 \times 10^2$$

$$\text{या } n = 344.5$$

* यह ध्यान रखना चाहिए कि तालिकाओं में दिए गए मान यथार्थ मान नहीं हैं। यह केवल निकटम् मान हैं, यद्यपि हम 'बराबर' का संकेत प्रयोग में लाते हैं, जिससे यह आभास होता है कि वे यथार्थ मान हैं। इसी परिपाटी का अनुसरण प्रतिलघुगणक के लिए भी किया जाएगा।

उदाहरण 1—

यदि $\log x = 1.0712$ हो तो x ज्ञात कीजिए—

हल— हम पाते हैं कि संख्या 1179, संख्या 0712 के समकक्ष है। $\log x$ का पूर्णांश है।

$$\begin{aligned} \text{अतः } x &= 1.179 \times 10^1 \\ &= 11.79 \end{aligned}$$

उदाहरण 2—

यदि $\log x = -2.1352$, हो तो x ज्ञात कीजिए

हल: प्रतिलिपुगण तालिका से हम पाते हैं कि संख्या 1366 संख्या .1352 के समकक्ष है। यहाँ पूर्णांश -2 यानि -2 , है, इसलिए

$$x = 1.366 \times 10^{-2} = 0.01366$$

संख्यात्मक गणनाओं में लघुगणक का उपयोग

उदाहरण 1—

6.3×1.29 ज्ञात कीजिए

हल— माना $x = 6.3 \times 1.29$

$$\text{तब } \log x = \log (6.3 \times 1.29) = \log 6.3 + \log 1.29$$

$$\text{अब } \log 6.3 = 0.7993$$

$$\log 1.29 = 0.1106$$

$$\therefore \log x = 0.9099,$$

प्रतिलिपुगणक लेने पर

$$x = 8.127$$

उदाहरण 2—

$$\frac{(1.23)^{1.5}}{11.2 \times 23.5} \text{ का मान ज्ञात कीजिए}$$

$$\text{हल— माना } x = \log \frac{(1.23)^{\frac{3}{2}}}{11.2 \times 23.5}$$

$$\text{तब, } \log x = \log \frac{(1.23)^{\frac{3}{2}}}{11.2 \times 23.5}$$

$$= \frac{3}{2} \log 1.23 - \log (11.2 \times 23.5)$$

$$= \frac{3}{2} \log 1.23 - \log 11.2 - \log 23.5$$

अब,

$$\log 1.23 = 0.0899$$

$$\frac{3}{2} \log 1.23 = 0.13485$$

$$\log 11.2 = 1.0492$$

$$\log 23.5 = 1.3711$$

$$\log x = 0.13485 - 1.0492 - 1.3711$$

$$= \overline{3.71455}$$

$$\therefore x = 0.005183$$

उदाहरण 3:

$$\sqrt{\frac{(71.24)^5 \times \sqrt{56}}{(2.3)^7 \times \sqrt{21}}} \text{ का मान ज्ञात करिए}$$

$$\text{हल: माना } x = \sqrt{\frac{(71.24)^5 \times \sqrt{56}}{(2.3)^7 \times \sqrt{21}}}$$

$$\begin{aligned} \text{तब, } \log x &= \frac{1}{2} \log \left[\frac{(71.24)^5 \times \sqrt{56}}{(2.3)^7 \times \sqrt{21}} \right] \\ &= \frac{1}{2} [\log (71.24)^5 + \log \sqrt{56} - \log (2.3)^7 - \log \sqrt{21}] \\ &= \frac{5}{2} \log 71.24 + \frac{1}{4} \log 56 - \frac{7}{2} \log 2.3 - \frac{1}{4} \log 21 \end{aligned}$$

अब तालिकाओं का प्रयोग करने पर—

$$\log 71.24 = 1.8527$$

$$\log 56 = 1.7482$$

$$\log 2.3 = 0.3617$$

$$\log 21 = 1.3222$$

$$\therefore \log x = \frac{5}{2} \log (1.8527) + \frac{1}{4} (1.7482) - \frac{7}{2} (0.3617) - \frac{1}{4} (1.3222)$$
$$= 3.4723$$

$$\text{या } x = 2967$$

लघुगणक

सारणी I

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	5	9	13	17	21	26	30	34 38	
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	12	16	20	24	28	32 36	
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	11	16	20	23	27	31 35	
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26 29	
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	19	22	25 28	
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	9	11	14	17	20	23 26	
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	6	8	11	14	16	19	22 24	
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	3	5	8	10	13	15	18	20 23	
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	17	19 21	
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18 20	
											2	4	6	8	11	13	15	17 19	
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17 19	
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16 18	
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15 17	
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15 17	
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14 16	
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14 15	
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13 15	
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13 14	
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12 14	
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12 13	
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11 13	
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11 12	
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11 12	
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10 12	
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10 11	
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10 11	
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10 11	
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9 10	
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9 10	
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9 10	
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9 10	
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8 9	
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8 9	
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8 9	
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8 9	
45	6532	6542	6551	6561	6471	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8 9	
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7 8	
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7 8	
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7 8	
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7 8	

